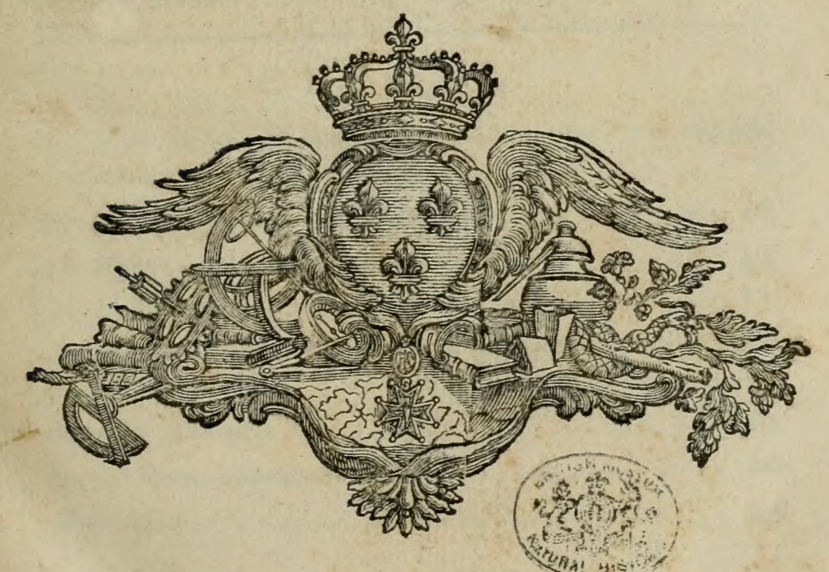
Soulsby no. 619a, p. 26 + 515-516.

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXVIII.

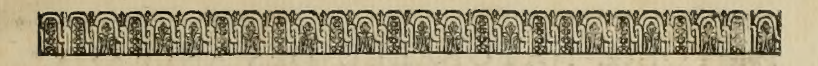


TABLE
POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Sur le Projet d'amener à Paris l'eau de l'Yvette . . Page 1

ANATOMIE.

Sur les effets des Vapeurs méphitiques 4
Sur une Hernie des membranes de la Vessie 6
Observation Anatomique 7

CHIMIE.

Sur le Fluide qui se dégage des Chaux métalliques pendant leur réduction 9
Sur les Combinaisons salines du Zinc 10
Sur plusieurs Sels ammoniacaux 11
Sur la Revivification des Chaux de cuivre 15
Sur la propriété de revivifier les Chaux métalliques, attribuée à l'Électricité 17
Sur l'Or fulminant 19
Sur la Pierre calaminaire 20
Observation 21

HISTOIRE NATURELLE DES ANIMAUX.

Observations........................... 23

BOTANIQUE.

Sur la Famille des Cycas.......................... 26
Sur une Production monstrueuse trouvée sur un Pommier.. 27

MINÉRALOGIE.

Sur les Grès cristallisés de Fontainebleau........... 28

ASTRONOMIE.

Sur les Élémens de l'orbite de Mars............... 30
Occultations d'Étoiles par la Lune................. 31
Occultation de Saturne par la Lune............... Ibid.
Conjonction de Saturne avec la Lune............... 32
Opposition de Jupiter & de Saturne................ 33
Observation de la Disparition de l'Anneau de Saturne, en 1773. 34
Sur les Comètes de 1769 & 1774............. Ibid.
Sur la Longitude de Venise, de Kiell, & de la Grand-combe des Bois............................. 38

Ouvrages présentés à l'Académie.................... 40

TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

NOUVELLES OBSERVATIONS sur la nature & les propriétés salines du Zinc, revêtu de sa forme métallique, ou réduit en Chaux. Deuxième Mémoire. Par M. DE LASSONE . . . . Page 1

Nouveaux Détails relatifs à l'action des Alkalis volatils sur le Zinc. Troisième Mémoire. Par le même 8

Mémoire sur les moyens de conduire à Paris une partie de l'eau de l'Yvette & de la Bièvre. Par M. PERRONET. 21

Mémoire sur plusieurs Sels ammoniacaux. Par M. DE LASSONE. 40

Observations de Jupiter, pour son opposition avec le Soleil, du 8 Décembre 1775; faites à l'Observatoire royal. Par M. JEAURAT 63

Nouvelles Observations sur les Grès cristallisés, faisant suite du Mémoire sur les Grès, en général, & particulièrement sur ceux de Fontainebleau. Par M. DE LASSONE 68

Recherches sur plusieurs points du Système du Monde. Par M. DE LA PLACE 75

Observation sur la manière de rendre une partie de la Pierre calaminaire, soluble dans l'eau comme le Beurre de Zinc Par M. SAGE 183

Observation sur une Hernie des Membranes de la Vessie, avec des Réflexions sur la formation de cette maladie. Par M. BORDENAVE 184

Observation de l'Occultation de Saturne par la Lune, faite à

l'Observatoire royal, le 18 Février 1775. Par M. CASSINI DE THURY 192

Mémoire sur le procédé qu'on emploie aux Affinages de la Monnoie de Paris, pour la fonte de la Chaux de cuivre qu'on y retire des Eaux fortes, après l'opération du départ, &c. Par M. TILLET 193

Observation de l'Occultation de Saturne par la Lune, observée à Paris de l'Observatoire de la Marine, le 18 Février 1775, au soir. Par M. MESSIER 213

Oppositions de Mars observées à Paris depuis quelques années, & comparées avec les Tables. Par M. DE LA LANDE. 223

Élémens de l'orbite de Mars par les dernières oppositions, calculées par une Méthode plus simple que celles qu'on a employées jusqu'ici. Par le même 232

Mémoire sur les Longitudes de Venise, de Kiell, & de la Grand-combe des Bois. Par le même 236

Opposition de Jupiter & de Saturne, le 1.er Novembre 1774 & le 25 Mars 1775. Par le même........... 240

Mémoire sur l'action du fluide électrique sur les Chaux métalliques. Par M.rs BRISSON & CADET 243

Mémoire sur deux Conjonctions de Saturne à la Lune, en Février & Mars 1775; avec des Réflexions sur l'Erreur des Tables. Par M. LE MONNIER............. 255

Mémoire sur la Conjonction de la Lune avec Aldebaran, observée au Passage par le Méridien, le 4 Avril 1775. Par le même 259

Observations de Saturne en 1775, vers le temps de son opposition. Par M. CASSINI DE THURY 260

Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Douzième Mémoire. *Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations des Mémoires précédens.* Par M. DU SÉJOUR.... 265

Observation de l'occultation de Saturne, du 18 Février 1775, faite rue de l'Université, 2 secondes de temps à l'ouest du Méridien de Paris. Par M.rs le Président DE SARON & DU SÉJOUR 377

Éclipse de Saturne par la Lune, avec les conséquences qui en résultent. Par M. DE LA LANDE 378

Observation sur la décomposition de l'Or fulminant. Par M. SAGE 386

Observation de l'occultation d'Aldebaran par la Lune, faite le 4 Avril 1775, à l'Observatoire de la Marine. Par M. MESSIER 390

Mémoire contenant les Observations de la X.e Comète observée de Paris, de l'Observatoire de la Marine; depuis le mois d'Août jusqu'au 1.er Décembre 1769. Par le même. 392

Mémoire contenant les Observations de la XVI.e Comète observée à Paris, de l'Observatoire de la Marine; depuis le 18 Août jusqu'au 25 Octobre 1774. Par le même 445

Occultation de l'étoile double γ de la Vierge, par la Lune, le 1.er Août 1775; conjonction de Saturne avec la Lune le même jour, & position d'une Étoile de la 7.me grandeur, qui a dû être éclipsée le même soir par la Lune. Par le même 477

Suite du Mémoire imprimé en 1774, sur les plus grandes digressions observées de Mercure au Soleil, & principalement vers le Périhélie. Par M. LE MONNIER 480

Rapport sur la mort du sieur le Maire, *& sur celle de son Épouse, Marchands de Modes, causée par la vapeur du Charbon, le 3 Août 1774.* Par M. PORTAL. . . . 492

Mémoire sur la disparition de l'Anneau de Saturne. Par M. LE GENTIL 510

Sur la classe où il convient de placer les Cycas. Par M. LINNÆUS. 515

Mémoire sur la nature du Principe qui se combine avec les Métaux pendant leur calcination, & qui en augmentent le poids. Par M. LAVOISIER. 520

Observations Botanico-Météorologiques. Par M. DU HAMEL. 527

Mémoire sur une production monstrueuse du Pommier. Par le même. 559

Mémoire sur les Attérissemens des côtes du Languedoc, Par M. POUGET, de la Société Royale de Montpellier. 561

FAUTES À CORRIGER

Dans les Mémoires de 1774.

PAGE 20, *ligne* 8, $6^h\,25'\,46''$, *lisez* $6^h\,25'\,1''$.

Idem, ligne 9, $7^h\,35'\,42''\frac{1}{2}$, *lisez* $7^h\,35'\,10''\frac{1}{2}$.

73, *ligne* 3, du Taureau, *lisez* γ du Taureau.

75, *ligne* 10, $3^h\,35'\,11''$, *lisez* $3^h\,35'\,37''$.

Idem, ligne 12, $3^h\,35'\,6''\frac{1}{2}$, *lisez* $3^h\,35'\,32''\frac{1}{2}$.

Idem, ligne 13, $3^h\,35'\,9''\frac{1}{2}$, *lisez* $3^h\,35'\,35''\frac{1}{2}$.

Dans ce Volume.

Page 239 à la fin, *ajoutez* ce qui suit : Cette observation est en temps moyen ; ainsi ajoutant l'équation du temps, & ayant égard à l'augmentation du diamètre de la Lune, on trouve enfin $32'\,1''\frac{1}{2}$.





HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXV.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE

PROJET D'AMENER À PARIS L'EAU DE L'YVETTE.

LE Projet d'amener à Paris une eau saine & abondante, avoit occupé les dernières années de M. de Parcieux. Il avoit établi dans plusieurs Mémoires, la possibilité de faire V. les Mém. p. 21.

venir à Paris l'eau de l'Yvette; d'habiles Chimistes consultés par lui, avoient prouvé que cette eau étoit pure; une foule d'objections, enfantées par la légèreté & l'indifférence, avoient été détruites: il les avoit combattues comme si elles n'avoient pas été futiles, sachant trop bien que souvent de pareilles objections avoient fait manquer les projets les plus utiles, parce qu'un zèle actif pour le bien public est une qualité rare, & que la maxime *l'on est bien comme on est*, est la maxime favorite de ceux qui se trouvent bien, & qui s'embarrassent peu que les autres soient mal.

M. de Parcieux espéroit que, quoique la principale utilité de son Projet fût pour le peuple, néanmoins comme il importe à tout le monde de boire de bonne eau, de respirer un air pur, d'habiter un pays où les épidémies sont plus rares, les gens riches s'intéresseroient à son Projet; mais malheureusement la classe d'hommes à qui il s'adressoit, ne trouve mal sains que les pays où il n'y a ni fortune ni faveur à espérer.

Cependant M. de Parcieux parloit si souvent de son Projet, mettoit à le faire adopter tant de chaleur, d'activité & de suite, que l'importunité, qui a si souvent réussi à tant d'autres pour obtenir leur fortune, lui eût fait obtenir à la fin ce qu'il desiroit pour l'utilité publique; mais il mourut. M. d'Invau, alors Contrôleur général, ne voulut pas que ces vues fussent abandonnées: il chargea le corps des Ponts & Chaussées de suivre ce Projet; la direction en fut donnée à M. Perronet, qui demanda & obtint M. de Chézy pour le seconder.

L'utilité du Projet étoit prouvée, on n'en contestoit point la possibilité; mais il s'agissoit de se décider sur les meilleurs moyens de l'exécuter, & de s'assurer avec exactitude de ce qu'il devoit coûter.

M. Perronet a proposé de joindre à l'eau de l'Yvette une partie de celle de la rivière de Bièvre, pour se procurer dans les temps de sécheresse 1500 pouces d'eau au moins, & de former, pour diminuer la dépense, deux distributions principales, l'une pour les quartiers de Paris les plus élevés, l'autre pour le reste de la ville.

Il a nivelé avec ſoin tout le terrein où doivent paſſer ces eaux de l'Yvette & de la Bièvre, tantôt dans des aqueducs, tantôt dans un canal découvert : ces nivellemens ſont conſtatés par des bornes numérotées & placées de diſtance en diſtance ſur la ligne que l'on doit parcourir. M. Perronet a dreſſé des plans de tous les ouvrages, en a fait les devis les plus détaillés : tout ce travail eſt dépoſé dans la Bibliothèque de l'Académie, dans d'autres Dépôts publics, de manière que ſi jamais les circonſtances permettent de faire exécuter ce grand Projet, il n'y aura plus qu'à l'ordonner, & que l'on trouvera tout ce qui dépend de l'art préparé d'avance.

Le Mémoire dont nous rendons compte, contient les réſultats principaux de toutes ces opérations.

La dépenſe eſt évaluée à un peu moins de huit millions, ſans y comprendre celle de la diſtribution dans les différens quartiers de Paris : cette dépenſe a paru exceſſive, & l'on a propoſé de ſubſtituer ou des Pompes à feu, ou des Machines hydrauliques au Projet de M. de Parcieux. Pluſieurs de ces nouveaux Projets, ou plutôt de ces renouvellemens de projets plus anciens, & combattus par M. de Parcieux, ont été examinés par l'Académie : en rendant juſtice à leurs Auteurs, elle a conſtamment donné la préférence au Projet d'amener l'eau de l'Yvette, comme au moyen le plus ſûr, le plus durable, le moins ſujet à des inconvéniens, & même à la longue le moins diſpendieux, de tous ceux du moins qui juſqu'ici ont été ou ſoumis à ſon jugement, ou mis ſous les yeux de la Nation.





ANATOMIE.

SUR LES EFFETS DES VAPEURS MÉPHITIQUES.

V. les Mém. p. 492.

LA vapeur du charbon, qu'un Baigneur avoit allumé sous une cheminée, pénétra dans une chambre voisine, dont la cheminée communiquoit avec celle du Baigneur; M. le Maire, Marchand de Modes, & sa femme, qui couchoient dans cette chambe, périrent par l'effet de la vapeur du charbon.

Cet accident, arrivé à Paris en 1774, a donné à M. Portal l'occasion de faire ce Mémoire. De tels malheurs sont fréquens; mais deux jeunes époux, enlevés en un même jour, inspirèrent plus d'attendrissement; leur jeunesse, les agrémens de leur figure, augmentèrent encore la pitié: séduits par les avantages extérieurs, nous sommes naturellement portés à croire qu'ils sont un moyen de bonheur, & que ceux qui les possèdent, perdent plus que d'autres en perdant la vie. M. Portal, appelé, mais trop tard, pour les sauver, gémit de l'inutilité de ses soins, & voulut, en publiant ce que ses observations lui avoient appris sur les accidens de ce genre, assurer à ceux à qui le même malheur arriveroit, des secours prompts, & dirigés suivant une bonne méthode.

Ceux qui périssent étouffés par la vapeur du charbon, conservent long-temps de la chaleur, la flexibilité des membres, le visage plus coloré même que dans l'état de santé: on trouve, en les ouvrant, les veines pulmonaires, les vaisseaux de la

partie gauche du cœur vides de ſang; ceux du côté droit en ſont pleins; ceux du cerveau ſont gorgés : ces déſordres ſont la ſuite naturelle & ordinaire du défaut de reſpiration. C'eſt donc faute de reſpirer que périſſent ceux qui ſont ſuffoqués par les vapeurs méphitiques, ſoit du charbon, ſoit des ſubſtances en fermentation : la ſaignée, l'expoſition à un air frais & renouvelé, l'application de l'eau froide, l'inſuflation de l'air dans les poumons, l'uſage des ſtimulans, ſont les remèdes indiqués & ceux que propoſe M. Portal. Il veut ſur-tout que l'on eſſaye de ſouffler l'air par un tuyau adapté à l'une des narines, tandis que l'autre eſt bouchée, l'air pénètre plus ſûrement alors dans le poumon, tandis qu'en introduiſant un tuyau dans la bouche, on riſqueroit de rabaiſſer l'épiglotte, qui dans cet état eſt naturellement ouverte, & d'aggraver le danger, au lieu de guérir. Si ce moyen eſt inſuffiſant, M. Portal conſeille l'ouverture de la trachée-artère : la répugnance que cette opération inſpire aux aſſiſtans eſt un préjugé; mais les malheurs qu'elle peut cauſer ſi un Chirurgien peu exercé oſe l'entreprendre, ſont un inconvénient réel : auſſi cette opération ne doit être tentée qu'après l'inutilité reconnue des premières tentatives. Il ne faut pas ſe rebuter ſi les efforts pour ranimer le malade paroiſſent d'abord infructueux; ſouvent les apparences de la mort ont duré des jours entiers.

M. Portal blâme l'uſage de l'émétique, celui d'introduire dans les inteſtins de la fumée de tabac : ces remèdes lui paroiſſent même dangereux, parce que c'eſt la circulation qu'il faut ranimer, & ſur-tout la reſpiration qu'il faut rappeler.

Tels ſont les principaux moyens indiqués par M. Portal; & c'eſt d'après l'inſpection des cadavres qu'il les indique: l'efficacité de quelques-uns a cependant été conteſtée, mais auſſi celle de quelques autres, comme de l'aſperſion ſucceſſive & continuée de l'eau froide, a été conſtatée par pluſieurs obſervations. Enfin, quoique les Médecins ſoient bien éloignés d'être entièrement d'accord ſur la meilleure méthode de ſoulager les Aſphyxiques, les méthodes publiées par eux dans

ces derniers temps, ont, depuis un petit nombre d'années, ſauvé bien des hommes qu'on n'eût pas même tenté de ſecourir; & M. Portal eſt un des premiers qui aient tourné ſur cet important objet les regards des Médecins & du Public.

SUR UNE HERNIE DES MEMBRANES DE LA VESSIE.

V. les Mém. p. 184.
ON avoit placé une pierre dans la veſſie d'un cadavre deſtiné à des démonſtrations chirurgicales: en introduiſant la ſonde, on rencontra cette pierre; mais lorſqu'après les inciſions néceſſaires dans l'opération du grand appareil, on voulut la retirer avec des tenettes, on fut étonné de ne plus la trouver. On changea le cadavre de ſituation, & la pierre ſe fit ſentir encore; mais quand on voulut tenter l'extraction, elle diſparut de nouveau.

Surpris de cet accident, M. Bordenave diſſéqua le cadavre: il trouva que la veſſie paroiſſoit double, ou formée de deux poches qui ſe communiquoient par une ouverture latérale; mais il s'aſſura qu'une ſeule de ces poches étoit la veſſie, que l'autre poche, privée des membranes extérieures, étoit formée par une hernie des membranes intérieures de la veſſie, à travers ſes membranes extérieures, dont les fibres formoient une eſpèce d'anneau élaſtique autour de l'endroit par lequel les membranes intérieures s'étoient échappées, & où ſe trouvoit l'orifice de cette ſeconde poche.

Le Sujet ſur lequel M. Bordenave a obſervé cet accident, étoit un Soldat invalide, ſujet à des rétentions d'urine, mais qui mourut d'une autre maladie.

M. Bordenave développe la manière dont cette hernie a pu ſe former, indique les endroits de la veſſie où il eſt plus à craindre qu'elle ne ſe forme, les maladies qu'elle peut cauſer, les embarras où elle jetteroit les Chirurgiens, ſi dans une opération la pierre diſparoiſſoit, comme cela eſt arrivé ſur le cadavre qui fait le ſujet de ſon obſervation.

Il ne dit rien ni ſur les moyens de s'aſſurer de l'exiſtence de cet accident, ni ſur la poſſibilité de prévenir les dangers auxquels il peut expoſer; tel eſt l'ordre de la Nature, que la connoiſſance d'un mal doit devancer, & ſouvent de beaucoup, la connoiſſance du remède, & même des ſymptômes du mal; mais c'eſt du moins un premier pas, pour la curation d'une maladie, que d'en connoître la poſſibilité.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

UN homme de cinquante-un ans, d'un tempérament ſain & robuſte, & de complexion maigre, ſentit un craquement ſubit à la région des *lombes*, dans un effort qu'il fit en travaillant à la terre: ce craquement fut ſuivi d'une douleur ſi forte, qu'il tomba malade ſans connoiſſance. Revenu de cet état, il ne s'aperçut plus que d'un ſentiment de peſanteur & d'engourdiſſement à la partie où il avoit éprouvé de la douleur: cet engourdiſſement ne l'empêchoit pas de vaquer à ſes occupations ordinaires, & d'avoir les mouvemens libres, ſeulement, lorſqu'il étoit aſſis, il étoit obligé de prendre quelques précautions, & de s'appuyer ſur ſes mains pour ſe relever: deux mois & demi après cet accident, il eut des douleurs vives; il étoit forcé de s'appuyer ſur un domeſtique pour faire quelques pas.

Dans cet état, il fit une chute & tomba ſur les feſſes; dès ce moment, les extrémités inférieures, le *rectum* & la veſſie ont été frappés de paralyſie; ſes excrémens & ſes urines, après avoir été retenus pendant quelques jours, ſont ſortis involontairement; la gangrène eſt ſurvenue à l'endroit de l'os *ſacrum*, & le malade, encore plein de force & ſain d'eſprit, s'eſt épuiſé peu-à-peu, & eſt péri au bout de quarante-quatre jours.

A l'ouverture de ſon corps, on a trouvé le corps de la ſeconde vertèbre des lombes, en comptant de haut en bas, preſqu'entièrement détruit, de ſorte qu'elle paroiſſoit comme

fracturée en travers; & celui de la quatrième, profondément corrodé du côté gauche, & rempli, ainsi que le lieu qu'avoit occupé la seconde, par une matière putréfiée qui n'avoit affecté que le périoste & l'enveloppe ligamenteuse, dont ces os sont couverts, sans s'étendre à leurs cartilages intermédiaires & aux parties osseuses. Une personne digne de foi, qui a connu le malade, pendant tous les temps de sa vie, & qui n'ignore rien de tout ce qui le concerne, a assuré M. Sabatier, Auteur de cette observation, que le malade n'avoit jamais eu d'humeur extérieure, ni de maladie vénérienne, & qu'il avoit constamment joui de la santé la plus ferme & la plus vigoureuse: l'espèce de fracture aux vertèbres lombaires, dont il est mort, paroît cependant devoir être attribuée à un vice intérieur, sans lequel il n'est pas probable qu'elle ait pu survenir à l'occasion de l'effort que le malade a fait en bêchant; autrement, cet accident seroit aussi commun qu'il est extraordinaire. Mais quel est ce vice capable d'altérer & de détruire la substance des os, sans s'être jamais annoncé par aucun symptôme extérieur, & comment s'est-il porté sur la seconde & sur la quatrième vertèbre des lombes, sans avoir affecté les autres os? Cette question paroît à M. Sabatier, du nombre malheureusement infini de celles auxquelles il est impossible de répondre d'une manière satisfaisante.



CHIMIE.



CHIMIE.

SUR LE FLUIDE QUI SE DÉGAGE DES CHAUX MÉTALLIQUES PENDANT LEUR RÉDUCTION.

NOUS avons rendu compte, dans l'hiſtoire de 1774, d'un Mémoire où M. Lavoiſier avoit prouvé que les métaux, en ſe calcinant, abſorboient de l'air, & que c'étoit à cet air qu'ils devoient l'augmentation réelle de leur poids; mais M. Lavoiſier n'avoit prouvé cette vérité, qu'en montrant qu'une partie de la portion du fluide de l'atmoſphère dans laquelle s'étoit faite la calcination avoit été abſorbée, & que le poids de cette partie abſorbée, étoit égal à l'excès du poids qu'avoit acquis le métal calciné. Ainſi, comme on ne peut point regarder le fluide de l'atmoſphère comme un fluide abſolument pur, ou comme un élément ſimple, il reſtoit à déterminer quelle eſt parmi les ſubſtances qui entrent dans la compoſition de l'atmoſphère, celle qui ſe combine avec les métaux lorſqu'ils paſſent à l'état de chaux. Tel eſt l'objet du nouveau Mémoire de M. Lavoiſier; en revivifiant des chaux métalliques par l'addition d'une matière phlogiſtique, M. Lavoiſier vit qu'il s'en dégageoit un fluide expanſible qui avoit toutes les propriétés de l'air fixe; mais ce même air fixe ſe dégage du charbon lorſqu'il brûle : ainſi ce réſultat ne pouvoit donner aucune lumière. M. Lavoiſier imagina alors de réduire, dans des vaiſſeaux clos, du mercure

V. les Mém. p. 520.

précipité, *per se*, espèce de chaux métallique qui se revivifie sans addition. Il s'en dégagea un fluide aëriforme, plus propre à la respiration des animaux que l'air commun de l'atmosphère, plus propre aussi à entretenir la combustion.

Cet air est le même à qui M. Lavoisier a donné le nom d'*air éminemment pur*, que M. Priestlei appelle *air déflogistiqué*, & qui, mêlé avec l'air nitreux, a la propriété de le précipiter sous la forme d'esprit de nitre.

SUR LES

COMBINAISONS SALINES DU ZINC.

V. les Mém. p. 1 & 8.

M. DE LASSONE examine, dans ces deux Mémoires, la combinaison de l'alkali volatil avec le zinc, soit dans l'état métallique, soit dans l'état de chaux, & les divers phénomènes qui résultent de cette combinaison.

La dissolubilité du zinc dans l'alkali volatil, étoit plutôt soupçonnée que connue des Chimistes : quelques-uns l'avoient niée, d'autres, en plus grand nombre, l'avoient admise; mais aucun ne l'avoit constatée par des expériences précises & détaillées.

M. de Lassone prouve d'abord que l'alkali volatil en liqueur, dissout la limaille du zinc avec effervescence, & les fleurs du zinc sans effervescence, mais cependant d'une manière plus prompte & plus parfaite: il faut que la liqueur alkaline soit saturée, & qu'on l'emploie immédiatement après que l'alkali volatil a été tiré du sel ammoniac, par l'intermède de l'alkali fixe.

Ces deux conditions sont nécessaires, non pour que l'alkali volatil dissolve quelques portions du zinc, mais pour que la dissolution soit parfaite, & que ces deux substances forment une véritable combinaison.

La première est si essentielle, que si la dissolution étant parfaite, on l'étend dans de l'eau distillée, elle se trouble & dépose une partie du zinc.

Lorſqu'on fait évaporer la diſſolution du zinc par l'alkali volatil, il s'y forme des criſtaux ſoyeux. Si l'on a employé le zinc dans l'état de métal, il nage dans la diſſolution des criſtaux brunâtres qu'il faut en ſéparer par le filtre, & les criſtaux ſont d'un blanc un peu ſale; ſi l'on a employé les fleurs de zinc, la diſſolution eſt parfaitement claire, & les criſtaux ſoyeux ſont très-blancs.

Cette nouvelle combinaiſon du zinc a fourni à M. de Laſſone une occaſion de faire des recherches ſur ce demi-métal : quelques Chimiſtes célèbres l'ont regardé comme une combinaiſon particulière du fer, fondés ſans doute ſur ce que l'on tire du fer, ſoit des mines de zinc, ſoit du zinc préparé dans les mines. M. de Laſſone a tenté de former du bleu de Pruſſe en précipitant le zinc de ſa diſſolution dans l'alkali volatil, & il en a formé quelquefois, mais ſeulement lorſqu'il a employé pour cette opération ou le zinc du commerce, ou des acides qui contenoient un peu de fer; le zinc déjà purifié dans ſon laboratoire, les acides préparés avec ſoin n'ont point produit de bleu de Pruſſe. M. de Laſſone en conclut que le zinc n'eſt pas du fer, quoique ſouvent il ſoit mêlé avec ce métal, & qu'il ait d'ailleurs avec lui quelques traits de reſſemblance.

L'alkali volatil cauſtique n'agit point ſur les fleurs du zinc, mais il diſſout le zinc précipité du vitriol de zinc par l'alkali fixe : ce ſont toutes ces bizarreries apparentes qui avoient égaré les Chimiſtes, & fait naître des doutes ſur la diſſolubilité du zinc dans l'alkali volatil.

SUR PLUSIEURS SELS AMMONIACAUX.

M. DE LASSONE examine, dans ce Mémoire, les combinaiſons de l'alkali volatil avec l'acide du vinaigre, avec la crême de tartre, avec l'acide nitreux, avec l'arſenic, avec le ſel ſédatif. V. les Mém. p. 40.

Le ſel ammoniacal acéteux, étoit connu ſous le nom

d'*esprit de Minderet;* mais la possibilité d'obtenir ce sel en cristaux & sous une forme concrète étoit encore douteuse: M. de Lassone donne ici les moyens de s'en procurer. Il faut, pour y réussir, employer de l'alkali volatil tiré du sel ammoniac, par l'alkali fixe ordinaire ou par la craie; celui qu'on tire par l'intermède de la chaux ou de l'alkali fixe caustique ne réussiroit pas: il faut ensuite se servir du vinaigre radical; alors la combinaison mise au point d'évaporation, donne des cristaux; ce sel attire très-promptement l'humidité de l'air; il est du nombre de ceux que les Anciens ont nommés *incérés,* ce qui signifie qu'ils se fondent à peu-près au même degré de chaleur que la cire; ces cristaux ne sont pas d'une blancheur parfaite, il reste dans le vinaigre radical une substance extractive qui les colore; mais si on distille le sel ammoniacal acéteux préparé de cette manière, il se sublime sous une forme concrète, & ce sublimé est très-blanc: ce sel est alors moins déliquescent, moins fusible & peut se conserver dans des flacons bien bouchés.

M. de Lassone donne un autre moyen de préparer sur le champ ce sel ammoniacal: il suffit de distiller dans deux vases de l'alkali volatil & du vinaigre radical, de manière que leurs vapeurs se rencontrent dans un même récipient; elles s'y combinent & déposent une substance concrète sur ses parois.

L'union que contracte l'acide tartareux avec l'alkali volatil est très-foible; cependant on forme avec ces substances un sel parfaitement neutre qui se cristallise, & que l'on peut conserver sous cette forme. Si on dissout ces cristaux, & qu'on veuille évaporer de nouveau pour se procurer une nouvelle cristallisation, il se développe une odeur d'alkali volatil qui prouve l'évaporation d'un peu de cet alkali, & la dissolution dépose une substance presque insoluble dans l'eau, très-peu acide, n'ayant presque aucun caractère salin: ce dépôt se renouvelle à chaque solution, & l'on pourroit, en le répétant, détruire tout le tartre ammoniacal qu'on a formé. On sait que la crême de tartre n'est rien moins qu'un

acide pur, qu'elle contient de l'alkali ſixe tout formé & une ſubſtance inflammable; ainſi il n'eſt pas étonnant que l'alkali volatil décompoſe, en quelque ſorte, la crème de tartre, & emporte, en s'évaporant, une partie de ſes principes. En général, le plus grand nombre des ſels s'altèrent & ſe décompoſent par ces diſſolutions & ces évaporations répétées; l'alkali fixe même s'altère par ce moyen & perd de ſon caractère ſalin, ce qui s'accorde avec l'obſervation que nous venons de rapporter; les corps regardés comme les plus ſimples, les plus élémentaires, ſont peut-être bien éloignés de l'être, & au-delà de la Chimie que nous connoiſſons: il y en a ſans doute une autre dont les ſecrets ſont réſervés pour d'autres ſiècles.

Les criſtaux du ſel ammoniacal nitreux, préſentent un phénomène ſingulier que Borrichius avoit obſervé dans ceux du ſel ammoniac ordinaire; ils deviennent flexibles; il ne faut pas même, pour acquérir cette propriété, qu'ils aient ſubi pluſieurs criſtalliſations répétées, comme le croyoit Borrichius, une ſeule ſuffit, pourvu qu'elle ſoit ménagée de manière à ſe procurer des criſtaux un peu alongés.

M. Macquer avoit combiné le nitre ammoniacal avec l'arſenic, & en avoit tiré un ſel arſenical, formé par la combinaiſon de l'arſenic avec l'alkali volatil, parce que ce demi-métal décompoſe le nitre ammoniacal, de même que le nitre à baſe d'alkali fixe: M. de Laſſone a tenté avec ſuccès la combinaiſon immédiate de l'alkali volatil & de l'arſenic.

La diſſolution de l'arſenic dans un alkali volatil très-concentré, ſe fait aiſément à l'aide de la chaleur, & ſe change en une maſſe ſolide par le refroidiſſement; ſi on l'étend enſuite dans un plus grand volume d'eau, la diſſolution reſte claire, ne dépoſe rien ſur le filtre, & on obtient des criſtaux par une douce évaporation: toutes ces opérations ſont néceſſaires pour les obtenir; ſi l'on ſe ſervoit d'un alkali volatil moins concentré, la diſſolution ſeroit très-imparfaite.

Si on emploie l'alkali volatil cauſtique, la diſſolution ne

se change point par le refroidissement en une masse saline, mais on obtient également des cristaux.

Le régule d'arsenic ne se dissout point parfaitement dans l'alkali volatil; la dissolution dépose sur le filtre une partie du régule sous une couleur plus foncée.

M. Baron avoit annoncé que le sel sédatif se combinoit immédiatement avec l'alkali volatil; mais il n'avoit pas été plus loin.

M. de Lassone a examiné ce qui se passe dans cette combinaison: si on mêle du sel sédatif dans une dissolution d'alkali volatil, il se fait souvent une vive effervescence, & durant cette effervescence le mélange se refroidit. Mais alors le sel sédatif employé dans l'expérience n'étoit point pur: ce sel retient ordinairement une partie de l'acide vitriolique employé à le séparer du borax; M. de Lassone l'en a dépouillé, & alors sa combinaison avec l'alkali volatil s'est faite sans une effervescence bien sensible.

Si, au lieu de l'alkali volatil ordinaire, on emploie l'alkali volatil tiré par la chaux, il n'y a point d'effervescence; mais le mélange s'échauffe, au lieu de se refroidir, pendant la combinaison.

Lefevre, Chimiste célèbre du dernier siècle, avoit observé que l'union de la crême de tartre avec le borax, forme un sel qui a l'apparence d'une gomme; le borax ammoniacal s'unit de même à la crême de tartre & forme une gomme pure, transparente au point de ressembler au plus beau cristal; & cette gomme attire moins l'humidité de l'air que le sel gommeux de Lefevre.

Tels sont les faits principaux détaillés dans le Mémoire de M. de Lassone: il n'a point cherché à expliquer les phénomènes singuliers qui se sont offerts à lui dans le cours de ses expériences; il sait combien les explications des phénomènes particuliers sont incertaines, sujettes à être démenties par d'autres phénomènes, & combien elles apprennent peu de chose. Ce n'est qu'après avoir rassemblé un grand nombre de faits, les avoir rapprochés, qu'on peut

en tirer un fait général, & voir si ce fait général est la conséquence de quelques-uns de ces faits généraux déjà connus, & qui, embrassant des classes de corps très-étendues, & n'étant point ou presque point sujets à des exceptions, sont regardés comme des loix de la Nature.

SUR LA

REVIVIFICATION DES CHAUX DE CUIVRE.

SI on met dans de l'eau forte, des lames de métal qui contiennent trois parties d'argent sur une d'or, l'or se précipite au fond du vase, & l'on a une dissolution d'argent par l'esprit de nitre; pour en retirer l'argent, on étend cette dissolution dans beaucoup d'eau, & on y plonge des lames de cuivre, l'argent se précipite alors, & il reste une dissolution de cuivre dans l'eau forte; on retire l'eau forte par la distillation, & on a pour résidu une chaux de cuivre : l'expérience a montré que cette chaux de cuivre se revivifie en la faisant fondre avec du charbon; mais il ne s'agit pas seulement de retrouver le cuivre, il faut le retrouver avec la moindre dépense possible. Voici quel est le moyen employé dans les ateliers du raffinage, au nouvel hôtel de la Monnoie. On a construit un fourneau auquel on a donné la forme la plus propre à faciliter ce travail : ce fourneau est terminé par une casse de forme hémisphérique; on remplit le fourneau de charbon, on l'allume; quand la casse paroît rouge, on jette sur les charbons de la chaux de cuivre qu'on recouvre d'un nouveau lit de charbon, & ainsi de suite, jusqu'à ce que le fourneau soit plein; le cuivre se revivifie, se fond, & par son poids gagne le fond de la casse; à mesure que le charbon baisse dans le fourneau, on ajoute de nouvelle chaux de cuivre & de nouveau charbon, jusqu'à ce que l'on s'aperçoive que le métal est en pleine fusion dans la casse; alors on ôte ce qui reste de charbon dans le fourneau, on enlève les charbons, & les scories qui nagent sur le métal

V. les Mém. p. 193.

qui eſt en bain dans la caſſe: on prend le cuivre dans des cuillers de fer, & on le verſe dans des moules deſtinés à le former en lames propres à précipiter l'argent de la diſſolution dans l'eau forte; lorſque la caſſe eſt preſque vide, on remet dans le fourneau le charbon qu'on a ôté; on y ajoute de nouvelle chaux de cuivre, & on recommence l'opération.

M. Tillet a ſuivi une de ces opérations, dans laquelle on a fondu en 17 heures environ plus de trente-un quintaux de chaux de cuivre. Il faut voir dans le Mémoire même, la deſcription du fourneau, la manière ingénieuſe dont toutes ſes parties ont été combinées pour que le ſervice fût moins fatiguant pour les Ouvriers, qu'on pût ſaiſir facilement les momens où il faut retirer le métal fondu, ôter les charbons, nettoyer la ſurface du bain de cuivre: on verra dans les figures la forme ingénieuſe qu'on a donnée aux moules deſtinés à former ſur le champ le cuivre en lames.

Les trente-un quintaux de ces chaux de cuivre n'ont rendu que dix-ſept cents livres de métal; ce déchet eſt conſidérable: M. Tillet a voulu connoître ce qui, dans ce déchet, étoit occaſionné, ſoit par des matières étrangères, mêlées à la chaux de cuivre, ſoit par une portion d'acide qu'elle retiendroit encore, ſoit par une quantité de chaux de cuivre, devenue trop réfractaire, ſoit enfin par la perte de poids qui arrive par le dégagement de la ſubſtance qui s'unit à la terre métallique pendant la calcination.

Le reſte du déchet doit être attribué alors aux défauts inſéparables de toute opération en grand, où ne conſidérant que le produit de l'opération, on néglige tous les ſoins qui coûtent plus qu'ils ne rapportent. M. Tillet a ſuivi différentes méthodes pour retirer tout le cuivre exiſtant dans la chaux, & la plus exacte lui a laiſſé un peu plus de vingt-deux pour cent de perte; la perte de l'opération en grand eſt environ quarante-quatre, c'eſt donc vingt-deux & demi pour cent de perte ſur la totalité de la chaux, & plus de vingt-huit pour cent du métal revivifiable qu'elle contenoit.

M. Tillet avoit voulu examiner, pluſieurs années auparavant, ce que

ce que par la même méthode on retireroit du résidu du blanchîment des pièces de billon; ces pièces sont composées de cuivre & d'environ un cinquième d'argent: pour les blanchir, on les fait bouillir dans une liqueur qui contient en dissolution du tartre & du sel marin; l'acide du tartre, ou peut-être une partie de celui du sel marin qui se décompose dans cette opération, attaque le cuivre à la surface, & laisse paroître une couche d'argent: le résidu de cette opération est donc du cuivre mêlé nécessairement d'un peu d'argent. M. Tillet a employé pour revivifier ce résidu, le procédé employé alors pour revivifier les chaux de cuivre, procédé moins parfait que celui dont il a rendu compte dans ce Mémoire, & il en a retiré trois pour cent des matières soumises au blanchîment d'un métal qui contenoit un douzième d'argent.

Ce résidu a été négligé dans la fabrication des billons qui se fit en 1728, & le produit en eût été environ soixante-douze mille livres.

On voit dans ce Mémoire, comment la théorie & la pratique concourent aux progrès des Arts: il faut revivifier les chaux de cuivre, & la chimie en indique les moyens; mais il faut que ces moyens coûtent le moins qu'il est possible, & alors, les hommes, occupés de la pratique, apprennent à perfectionner les procédés: si l'Art est défectueux, & qu'il emploie une mauvaise méthode, la théorie pourra le corriger; mais s'il ne s'agit que du meilleur emploi des moyens, alors la théorie trouvera presque toujours que la pratique l'aura devancée.

SUR LA PROPRIÉTÉ DE REVIVIFIER LES CHAUX MÉTALLIQUES, ATTRIBUÉE À L'ÉLECTRICITÉ.

De savans Physiciens, & entr'autres le P. Beccaria, avoient publié des expériences qui leur paroissoient prouver que l'action de l'électricité revivifie les chaux métalliques. V. les Mém. p. 243.

Un fait aussi extraordinaire a paru à M.rs Brisson & Cadet, mériter d'être examiné de nouveau. En effet, l'application du feu électrique, comme celle de tout feu violent, paroissoit plus propre à calciner les métaux qu'à les revivifier : on avoit vu plus d'une fois des métaux calcinés par le tonnerre; les pointes des barres destinées à préserver les édifices de la foudre, ont été trouvées dans cet état; enfin, si on décharge un appareil électrique un peu fort à travers un fil d'archal, ce fil rougit, se brise & se disperse, partie en globules fondus, partie en petites scories. Il étoit possible d'ailleurs que les Physiciens dont nous avons parlé, eussent été séduits par une apparence trompeuse; on sait que les chaux métalliques se revivifient en les jetant dans le feu à travers les charbons, mais le charbon est un intermède nécessaire pour cette revivification; il seroit donc possible que l'électricitée revivifiât une chaux métallique, mais ce seroit aux dépens d'autres substances voisines qu'elle auroit brûlées ou calcinées, alors elle ne feroit que ce que fait le feu dans des circonstances semblables.

M.rs Cadet & Brisson ont déchargé des appareils électriques à travers différentes chaux métalliques, contenues entre des cartes ou entre des lames de verre: les extrémités des conducteurs qui touchoient à ces chaux, ont été tantôt des corps métalliques, tantôt des corps tirés du règne végétal & dans un état d'humidité.

Ils n'ont aperçu dans aucun cas aucune preuve de revivification: s'ils ont trouvé quelquefois des parcelles de métal, c'étoit seulement lorsque les extrémités des conducteurs métalliques avoient été fondues, & ces parcelles n'appartenoient pas au métal dont on avoit employé la chaux, mais à celui dont les conducteurs étoient formés. Les chaux ont été souvent noircies, mais ce phénomène n'a plus eu lieu lorsqu'on s'est servi de conducteurs humides, & que ces conducteurs n'ont pas été altérés; & les mêmes taches ont paru lorsqu'on a laissé entre les conducteurs métalliques un espace vide; enfin, lorsqu'on y a mis de la craie ou

du gypſe, ils ont été noircis de même que les chaux métalliques. Une petite partie du mercure précipité, *per ſe*, a été revivifiée, mais on ſait que cette ſubſtance ſe revivifie toute entière ſans addition dans les vaiſſeaux clos; ainſi il ne paroît pas étonnant qu'elle ſe ſoit revivifiée en partie, étant ſerrée entre deux plaques de verre, & ſe trouvant ſoumiſe à l'action d'une très-forte chaleur. Il n'y a donc ici rien qui ſemble indiquer un effet propre de l'électricité.

Auſſi M.[rs] Cadet & Briſſon concluent que l'électricité ne revivifie point les chaux métalliques, du moins en l'employant comme l'avoient employée les Phyſiciens dont ils combattent ici l'aſſertion. En ſuppoſant en effet que les émanations des corps électriques fuſſent propres à revivifier les chaux, l'analogie porteroit à croire que ce ne ſeroit pas en les employant avec cette violence; on ſait qu'il y a des chaux métalliques qui ſe revivifient par une chaleur très-foible, ce ſeroit peut-être à celles-là qu'il faudroit appliquer l'électricité, ſoit en faiſant paſſer à pluſieurs repriſes dans des vaiſſeaux clos qui contiendroient ces chaux, une électricité trop foible pour fondre ou altérer les conducteurs, ſoit en leur appliquant continuellement l'électricité pendant un long-temps.

Il faut cependant avouer que quand même ces expériences réuſſiroient, elles ne nous apprendroient rien ſur la théorie de la calcination des métaux; les émanations lumineuſes & odorantes des corps électriſés, les étincelles brûlantes qui en ſortent, ſont des ſubſtances dans l'état d'ignition; elles entraînent comme ces ſubſtances, ou elles produiſent un air qui, comme celui qui ſe dégage des charbons, donne des indices d'acide. Ainſi quand l'électricité, ainſi employée, pourroit revivifier ces chaux, ce phénomène paroîtroit rentrer dans les phénomènes connus qui accompagnent cette opération chimique.

SUR L'OR FULMINANT.

LES Chimiſtes connoiſſent depuis long-temps la propriété qu'ont certains précipités d'or de détonner avec une violence V. les Mém. p. 386.

terrible, à un degré de chaleur même assez foible : les recherches de M. Bergman nous ont appris que l'or n'acquiert cette propriété que par sa combinaison avec l'alkali volatil, ou, ce qui est plus vraisemblable, avec un des principes dont cet alkali est composé. M. Sage décrit, dans ce Mémoire, un phénomène singulier qui accompagne la détonnation de l'or fulminant : si l'on fait détonner de l'or fulminant sur une lame d'argent, de cuivre, de zinc, de kobalt, l'or y paroît incrusté sous la forme métallique; mais si cet or fulminant est placé sur de l'étain, du plomb, du bismuth, de l'antimoine, du régule d'arsenic, l'or ne se retrouve plus sous la forme métallique; & on obtient une chaux d'or d'une couleur plus ou moins foncée : cette chaux d'or, fondue avec du verre blanc, produit du verre violet, comme le précipité de Cassius; mais l'intensité de la couleur varie selon l'espèce de métal sur lequel l'or a détonné. Si l'on précipite l'or dissout dans l'eau régale, avec les métaux sur lesquels l'or reparoît après la détonnation sous la forme métallique, l'or est précipité sous la même forme; mais l'or est précipité sous la forme de chaux, par les mêmes métaux sur lesquels on le retrouve après la détonnation, privé de la forme métallique, analogie singulière & qui n'est pas la seule que les opérations chimiques aient fait remarquer entre les effets que produit l'action du feu sur les métaux, & ceux qu'ils éprouvent par leur dissolution dans les acides & leur précipitation.

M. Sage a observé également que l'or qui fulmine dans des cornets de carte ou entre deux feuilles de papier, s'y retrouve après la détonnation sous la forme de chaux.

SUR LA PIERRE CALAMINAIRE.

V. les Mém. p. 183.

SI on distille de la Pierre calaminaire non calcinée, avec un mêlange de limaille de fer, il monte dans le récipient une substance semblable au beurre de zinc, c'est-à-dire, à la substance saline que produit la combinaison du zinc

avec l'acide marin : pour réussir dans cette expérience, il faut opérer avec un feu gradué ; si la distillation est trop prompte, on n'obtient que du zinc en nature & de l'acide marin volatil.

Il résulteroit de cette observation de M. Sage, que dans la pierre calaminaire, ce seroit en partie l'acide marin, ou du moins l'acide marin volatil, qui, par son union avec le zinc, l'auroit privé de sa forme métallique ; mais l'acide marin volatil produit dans cette expérience, est-il vraiment de l'acide marin volatil, tel qu'on l'obtiendroit en distillant de l'acide marin sur des substances inflammables, ou bien n'est-il que cet air, ce gaz acide, que sa propriété de faire cristalliser les alkalis & de former des sels qui décrépitent, a pu faire regarder comme une espèce d'acide marin sous une forme gazeuse? Il ne paroît pas que M. Sage ait fait des recherches pour constater la nature de l'acide qui se sépare du zinc dans la cristallisation de la pierre calaminaire ; & c'est sans doute ce qu'il se propose de faire dans d'autres Mémoires.

OBSERVATION.

LES Eaux de Brecourt en Normandie, sont conseillées depuis quelque temps par des Médecins célèbres, qui ont prié M. Cadet le jeune d'en faire une analyse détaillée ; ils ont cru que cette analyse pourroit les éclairer dans leur pratique. L'utilité de ces analyses a été contestée par d'habiles Praticiens, & s'il ne s'agissoit que des analyses faites jusqu'à ces derniers temps, peut-être auroient-ils raison : mais l'art de faire les analyses s'est perfectionné : & sur-tout depuis que l'on a connu la nécessité d'examiner la nature, & de déterminer la quantité des principes aëriformes qui sont combinés dans une grande partie des eaux minérales, & que l'on a trouvé des moyens sûrs de remplir cet objet, il n'est plus permis de douter de l'utilité de ces analyses chimiques.

La fontaine qui fournit les eaux de Brecourt, se trouve dans un vallon peu éloigné de la mer, dont le terrein ochreux leur communique une saveur ferrugineuse: sur les lieux, elles sont limpides & inodores, mais dans le transport elles contractent une légère odeur de foie de soufre: la présence du soufre n'a pu cependant y être manifestée, ni par les acides, ni par l'exposition des feuilles d'argent, ni par la calcination des précipités faits par l'alkali fixe; M. Cadet a seulement observé que cette eau, mêlée avec le mercure dissout dans l'acide nitreux, donnoit un précipité jaune, indice de l'acide vitriolique: avec le vinaigre de Saturne, il a eu un précipité gris; l'argent dissout dans l'acide nitreux, lui a donné un précipité sous forme de caillé, moitié blanc, moitié noir, ce qui, d'un côté, confirme l'existence du soufre, & annonce de l'autre celle de l'acide marin. La présence du fer est aussi indiquée par la teinte noirâtre que prennent ces eaux, lorsqu'elles tiennent des parties végétales en macération, & par le résidu des distillations, qui contient quelques particules attirables à l'aimant. M. Cadet admet de plus, dans les eaux de Brecourt, un air fixe qui les rend spécifiquement plus pesantes que l'eau simple distillée, & leur donne une qualité spiritueuse, & enivrante; lorsque l'eau a été balottée dans une bouteille, cet air s'en dégage & sort en sifflant par l'ouverture que l'on pratique au bouchon, il fait même sauter le bouchon s'il n'est retenu par quelque lien; il se dégage encore sous forme de bulles, lorsqu'on verse sur l'eau quelques gouttes d'huile de vitriol. Si l'on évapore l'eau de Brecourt, son dépôt offre des aiguilles soyeuses, cristallisation particulière à la sélenite; il contient encore du sel marin, du sel de glauber, & une partie terreuse. De cette analyse, M. Cadet conclut que cette eau minérale tient en dissolution beaucoup d'air fixe, une petite quantité de soufre, du fer, de la sélenite, du sel marin, du sel marin à base terreuse, & une portion de terre calcaire: ces principes, à l'exception de l'air fixe, y sont en très-petite quantité & dans une division extrême.



HISTOIRE NATURELLE
DES ANIMAUX.

OBSERVATIONS.

I.

LE 26 Janvier 1775, un Fermier a apporté à M. de la Tournelle, Sécretaire de l'Académie d'Agriculture de Soissons, un agneau né de la veille, mort & à terme: cet agneau n'a qu'une tête qui a quatre oreilles, deux sur les parties latérales; les deux autres sont jointes ensemble, & ne sont attachées qu'aux tégumens de la partie supérieure du coronal: il n'a qu'un cou, quatre pattes de devant, un seul abdomen qui se termine antérieurement au nombril, & postérieurement à la dernière vertèbre du dos; de-là, se séparant en deux, l'animal forme deux agneaux d'égale force.

Il a quatre cuisses, quatre pattes de derrière, deux queues & deux moitiés de ventre: ces deux agneaux sont mâles.

M. de la Tournelle a gardé cet agneau dans de l'eau d'alun, comptant trouver une occasion de l'envoyer à l'Academie des Sciences; mais enfin, craignant une trop grande putréfaction des intestins, il se détermina à en faire l'ouverture le 25 Février: les viscères de l'abdomen, tels que le foie, la ratte, l'estomac, le pancréas, les reins & les intestins, se trouvèrent doubles.

Ceux de la capacité de la poitrine étoient simples, à l'exception des poumons qui étoient doubles.

Le cœur s'eſt trouvé ſimple, mais un peu plus gros qu'il n'eſt ordinairement.

Il n'y avoit de trachée-artère à aucun des deux poumons.

Les os étoient doubles depuis la première vertèbre cervicale, juſqu'à la dernière vertèbre du dos, où la ſéparation ſe faiſoit, de ſorte que la colonne étoit double & ſéparée dans toute ſa longueur : près de la dernière vertèbre cervicale, ces deux colonnes décrivent une *S*, principalement la droite, & elles deviennent enſuite convergentes pour aller ſe terminer à la partie poſtérieure de l'occiput.

M. de la Tournelle voulut dilater les inteſtins pour les injecter de cire, & les envoyer auſſi à l'Académie, mais il étoit trop tard, ces parties étoient putréfiées, au point que l'air s'ouvroit paſſage en les crevant à meſure qu'on l'y comprimoit.

Il paroît que la ſeule cauſe de la mort de cet agneau, eſt le défaut de trachée-artère : lorſqu'il naquit, l'air n'a pu parvenir dans les poumons.

II.

UNE jeune poule fit en 1774, lors de ſa première ponte, un œuf moins gros qu'un œuf de pigeon; on ne remarqua que la petiteſſe de cet œuf, parce qu'on ne l'examina pas peut-être avec l'attention qu'il exigoit: cette poule a pondu depuis un aſſez grand nombre d'œufs de la groſſeur ordinaire. Au mois d'Avril 1775, elle en pondit un fort petit; c'eſt celui qu'on a mis ſous les yeux de l'Académie: la longueur de cet œuf étoit de 13 lignes; ſa plus grande circonférence de 3 pouces 6 lignes, & la plus petite de 3 pouces 2 lignes. En le faiſant tourner ſur une table, on s'étoit aperçu qu'en ceſſant de ſe mouvoir, il prenoit toujours la même poſition, & s'aſſeyoit ſur le bout le plus pointu; quand, avec la main, on le tiroit de cette poſition, on ſentoit qu'il faiſoit des efforts pour la reprendre, & livré à lui-même, il la reprenoit effectivement; à force de le faire tourner ſur la table & de le mettre

mettre, pour ainſi dire, en expérience, il tomba à terre & ſe fendit dans une partie de ſa longueur : cette fente n'empêcha pas pourtant qu'il ne conſervât la même ſituation. Huit jours après la chute de cet œuf, on l'ouvrit, & on n'y trouva aucune humeur ſoit blanche, ſoit jaune; il peut ſe faire qu'elle ſe fût écoulée par la fente, qui s'étoit agrandie durant cet intervalle de temps : mais on vit alors que ce petit œuf renfermoit la moitié de la coque d'un autre œuf plus petit encore; cette moitié de coque reſſemblant aſſez à une taſſe, étoit couverte d'une membrane fine & déliée, qui ſervoit à la ſéparer de la coque de l'œuf dans lequel elle étoit renfermée : le bout pointu ſur lequel cet œuf s'aſſeyoit toujours, étoit oppoſé à celui où a été trouvée la moitié de la coque d'un autre œuf.

III.

Feu M. Morand a donné, dans le volume de 1770, un Mémoire très-étendu ſur les ſexdigitaires de l'eſpèce humaine. La même monſtruoſité doit s'offrir également dans les différentes eſpèces d'animaux qui ont des doigts; elle y ſeroit même plus intéreſſante à obſerver, ſur-tout dans les eſpèces communes, par la facilité qu'on auroit alors de multiplier les expériences, & de voir comment cette difformité peut ou ſe conſerver, ſi on unit enſemble des individus où elle ſe rencontre, ou ſe perdre en croiſant les races. Qui ſait même ſi dans quelques eſpèces cette conformation, devenue permanente, ne ſeroit pas un avantage? mais nous n'avons encore que très peu de faits, & il eſt intéreſſant de les recueillir. M. de Fougeroux a montré à l'Académie un poulet qui, au lieu d'un pouce & trois doigts, avoit à chaque patte trois doigts & deux pouces; ces deux pouces avoient chacun les os qui leur ſont propres.





BOTANIQUE.

SUR LA FAMILLE DES CYCAS.

V. les Mém. p. 515.

CE Mémoire de M. Linnæus, le ſeul dont ce Naturaliſte célèbre que nous venons de perdre, ait enrichi nos Mémoires, contient la deſcription du Cycas, eſpèce de plante qui, par ſa grandeur, par ſa forme extérieure, ſemble s'approcher de la claſſe des palmiers. M. Linnæus croit cependant devoir le placer dans la claſſe des fougères, à laquelle il appartient par des caractères qui lui paroiſſent plus eſſentiels: les cycas, comme les fougères, ont les parties de la fructification attachées au dos des feuilles, & ces feuilles ſe développent dans l'une & dans l'autre plante de la même manière; non-ſeulement la feuille elle-même, mais les barbes dont la feuille eſt compoſée, ſont roulées en ſpirales avant leur développement; caractère particulier aux fougères, & qui n'appartient à aucune eſpèce de palmier. Les étamines des cycas n'ont point d'anthères, & leur pouſſière eſt à découvert, & c'eſt une obſervation que M. Linnæus croit devoir s'étendre généralement aux plantes cryptogames, c'eſt-à-dire, à celles où les phénomènes de la fructification ſont cachés à nos regards. La pillulaire rangée, par M. Juſſieu, dans la claſſe des fougères en eſt la plus petite eſpèce; les cycas que M. Linnæus y range, en ſeroient la plus grande. Telles ſont les réflexions qu'a fournies à M. Linnæus, l'avantage peu commun dans nos climats, & ſur-tout dans le ſien, d'avoir pu obſerver des cycas mâles & femelles dans l'état de floraiſon.

SUR UNE
PRODUCTION MONSTRUEUSE
TROUVÉE SUR UN POMMIER.

M. Duhamel rend compte, dans ce Mémoire, d'une monſtruoſité ſingulière qu'il a obſervée ſur un pommier greffé en écuſſon : à l'endroit de l'inſertion, il s'eſt montré un bouton qui a produit des feuilles & une tige ; le pédicule des feuilles, la tige elle-même ſe ſont trouvés d'une ſubſtance charnue, abſolument ſemblable, pour le goût & l'odeur, à la chair d'une pomme verte. V. les Mém. p. 559.







MINÉRALOGIE.

SUR LES GRÈS CRISTALLISÉS DE FONTAINEBLEAU.

V. les Mém. p. 68.

M. DE LASSONE a destiné ce Mémoire à donner une description plus complète des grès cristallisés de Fontainebleau.

De nouvelles observations lui ont confirmé que ces cristaux se forment au milieu de lits de sable très-fins, sans qu'ils aient contracté aucune adhérence avec les grains de ce sable, sans qu'on trouve aucun indice qu'ils aient jamais été attachés à la masse de grès dans laquelle on trouve ces amas de sable. Le sable qui forme les cristaux, & celui qui les entoure, ne sont point d'une substance homogène; ils sont en partie calcaires & en partie vitrifiables, & cette condition paroît nécessaire pour la cristallisation.

Souvent ces cristaux sont des rhombes parfaits, d'autres fois des amas de rhombes, & dans ceux qui paroissent s'éloigner le plus de cette forme, il est toujours facile de l'y reconnoître.

M. de Lassone a observé des cristallisations d'une autre espèce, formées aussi par la combinaison de deux substances, l'une vitrifiable & l'autre calcaire: le grain de ces corps est plus gros que celui des cristaux en rhombes, ils sont en boules, & il est aisé, à l'inspection, de voir qu'ils ne sont pas des morceaux de grès roulés.

On les trouve dans la partie des blocs de grès ſupérieure à celle où ſe forment les criſtaux en rhombes, & ces criſtaux arrondis ſe trouvent également au milieu d'un ſable mobile, & n'ont aucun ſigne d'adhérence au banc ſolide.

M. de Laſſone décrit auſſi d'autres grès criſtalliſés, trouvés par M. Bezout auprès de Nemours : les couches de ſable & de craie ont à Nemours la même diſpoſition qu'à Fontainebleau. Il étoit naturel qu'il en réſultât les mêmes effets : les grès criſtalliſés de Nemours ſont en boules, mais la ſurface de ces boules eſt couverte de petits criſtaux ; d'autres morceaux paroiſſent irréguliers, mais on y remarque la même forme de criſtaux ; elle eſt pyramidale & a trois côtés. M. de Laſſone obſerve que n'ayant pu trouver aucun de ces criſtaux iſolés, ces pyramides qu'on aperçoit ne ſont peut-être qu'une portion de rhombe.

M. Bezout a trouvé des blocs & même des bancs entiers de ces grès criſtalliſés ; les grès de Nemours ſont compoſés, comme ceux de Fontainebleau, d'un ſable ſpathique & d'un ſable vitreſcible ; mais la partie calcaire s'y trouve dans une proportion plus grande que dans ceux de Fontainebleau.

Dans des blocs de grès d'un grain fort gros & faciles à s'égrainer, M. de Laſſone a obſervé des corps pierreux d'un grain plus fin, d'une conſiſtance plus dure ; ces corps étrangers ſont auſſi du grès, & ils ont la forme de vers terreſtres. M. de Laſſone conjecture que ces vers ont été ſurpris dans le ſable lorſqu'il a commencé à ſe former en grès, qu'ils y ont péri, & que ces concrétions pierreuſes qui reſſemblent à des vers pétrifiés, ont été formées par l'union du ſable avec le réſidu de la putréfaction de ces animaux.

M. de Laſſone ſemble avoir épuiſé tout ce qu'il y avoit à dire ſur l'origine, la poſition, la forme, la variété des grès criſtalliſés ; il lui reſte à en faire l'examen chimique, & ce ſera le ſujet d'un nouveau Mémoire.



ASTRONOMIE.

SUR LES
ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE MARS.

V. les Mém. p. 223 & 232.

SI une Planète est supposée parcourir une ellipse autour d'un centre, on entend par élémens de son orbite, la distance des deux foyers de l'ellipse, la moitié de son grand axe ou la distance moyenne de la planète au foyer, la position de ce grand axe sur le plan de l'orbite ou le lieu des absides, l'angle que fait avec l'écliptique le plan de l'orbite, & l'angle que fait avec une ligne fixe donnée de position sur l'écliptique, l'intersection de ces deux plans ou la position de la ligne des nœuds, enfin la durée d'une révolution.

Ces élémens ont été déterminés d'après les observations; & ensuite, c'est d'après ces élémens, qu'on a dressé des tables qui servent à représenter le mouvement de la Planète. Or il peut arriver, ou qu'une petite erreur dans les observations qui ont servi à déterminer les élémens, ait fait commettre dans les Tables des erreurs, qui deviennent sensibles pour des observations éloignées, ou bien que ces élémens aient réellement changé, par l'attraction de quelqu'autre corps céleste. Dans le premier cas, en comparant les observations aux Tables, on peut en trouver les erreurs, & ensuite chercher à corriger les élémens, de manière que ces erreurs disparoissent, & l'on pourra perfectionner les Tables par ce moyen. Mais si les erreurs des Tables sont l'effet des dérangemens dans le mouvement de la Planète, alors les Tables nouvelles

ne ſeront plus parfaites en elles-mêmes; elles ſeront meilleures ſeulement pour les obſervations plus voiſines de celles qui ont ſervi à la correction des Tables.

M. de la Lande ſe propoſe, dans le premier de ces Mémoires, de comparer à ſes Tables les obſervations des oppoſitions de Mars, & de déduire enſuite de ces obſervations, la correction qu'il convient de faire dans les élémens de l'orbite : mais, dans cette correction, il ſuppoſe que l'orbite eſt une ellipſe invariable, & par conſéquent il n'a point égard aux dérangemens que Mars peut éprouver de la part des Planètes.

Les élémens déduits par cette méthode, ne ſont donc pas invariables, & les Tables ne peuvent ſervir que pour l'eſpace du temps où l'effet des perturbations ſur l'orbite peut être négligé.

OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LA LUNE.

M. LE MONNIER a donné dans le plus grand détail cette obſervation, qui eſt très-utile pour déterminer la plus grande variation de la Lune dans les diſtances moyennes de la Terre au Soleil : la conjonction de la Lune avec Aldébaran s'eſt faite le 4 Avril. Le même jour, M. Meſſier a obſervé l'occultation de la même étoile, par la Lune.

V. les Mém. p. 249.

Page 390.

Le 1.er d'Août, M. Meſſier a obſervé l'éclipſe de deux étoiles de la Vierge, par la Lune; l'occultation de ces deux étoiles eſt un phénomène peu commun : il avoit été cependant obſervé en 1720 par M. Caſſini, & en 1762 par M. Meſſier.

Page 477.

OCCULTATION DE SATURNE PAR LA LUNE.

M. MESSIER rend compte, dans ce Mémoire, de ſon obſervation de l'occultation de Saturne par la Lune, du 18 Février 1775.

Page 213.

C'étoit pour la première fois qu'il obſervoit ce phénomène, & il l'a fait avec toutes les précautions qu'une longue habitude de faire des obſervations délicates a pu lui ſuggérer.

La lumière de Saturne lui a paru s'affoiblir un peu par la proximité de la lumière de la Lune : au moment de l'immerſion, le bord de la Lune ne parut point entamé ; l'émerſion ſe fit par la partie non éclairée du diſque de la Lune ; Saturne ne fut point précédé par l'apparition d'une lumière qui annonçât ſa ſortie.

M. Meſſier rend compte, dans ce Mémoire, des obſervations faites le même jour, ſoit à Paris, ſoit dans d'autres villes de l'Europe.

Il y ajoute une liſte des occultations de Saturne obſervées juſqu'à préſent.

V. les Mém. p. 192. M. Caſſini a fait à l'Obſervatoire la même obſervation, & il trouve la durée plus courte de 23 ſecondes environ.

Page 377. M. du Séjour a obſervé le même phénomène, conjointement avec M. de Saron; la durée du phénomène a été 8 ſecondes plus courte que dans l'obſervation de M. Meſſier.

Page 378. Enfin, M. de la Lande a obſervé également cette éclipſe, & la durée a été la même que dans l'obſervation de M. Caſſini.

M. de la Lande remarque que la diſtance de l'immerſion de l'anneau à celle du globe de Saturne, a dû être plus grande que celle de leurs émerſions, & il détermine la différence de ces deux durées. L'éclipſe a été obſervée à Utrecht par M. Hennert, & en comparant ces deux obſervations, M. de la Lande trouve la longitude d'Utrecht de 11′ 40″ à l'orient de Paris; M. Hennert ne l'avoit conclue que de 11′ 15″.

CONJONCTIONS DE SATURNE AVEC LA LUNE.

Page 255. M. LE MONNIER donne, dans ce Mémoire, l'erreur des Tables de Saturne de Halley, pour deux conjonctions de cette Planète avec la Lune.

Il joint à son Mémoire une remarque importante : il compare les erreurs des Tables, formées d'après la théorie de Képler, pour Jupiter & pour Saturne, avec les observations de quatre configurations semblables de Jupiter & de Saturne, faites à peu-près à un demi-siècle les unes des autres ; quatre autres configurations, aussi semblables entre elles, lui fournissent une nouvelle comparaison, & il trouve également dans les deux cas, que les secondes différences des erreurs des Tables de Halley sont constantes ; ce qui offre un moyen facile de corriger ces Tables.

M. Messier a donné aussi une observation détaillée d'une de ces deux conjonctions de Saturne avec la Lune. V. les Mém. p. 477.

OPPOSITION DE JUPITER ET DE SATURNE.

MESSIEURS Cassini, de la Lande & Jeaurat, ont publié séparément leurs Observations des oppositions de Jupiter & de Saturne, & ils les ont comparées aux Tables, pour en déterminer l'erreur. V. les Mém.

M. Jeaurat compare avec les Tables de Wargentin, de Halley & de Cassini, l'opposition de Jupiter du 8 Décembre 1775 : l'erreur des Tables de Wargentin est beaucoup moindre que celles des autres Tables ; mais aussi, ces Tables sont-elles plus nouvelles. page 63.

M. Cassini a comparé ses Observations de l'opposition de Saturne du 26 Mars 1775, avec les Tables de son père & avec celles de Halley ; & il en résulte cette conséquence importante, que les Tables de Halley qui, lorsque M. Cassini le père publia les siennes, s'écartoient considérablement des observations, s'en sont rapprochées singulièrement, tandis que celles de M. Cassini qui, à la même époque, s'accordoient avec les observations, s'en écartoient dès 1775, avec des erreurs presque aussi grandes que celles qu'on trouvoit en 1761 dans les Tables de Halley. Page 260.

La grandeur de l'erreur des Tables de Halley étant connue ainsi que le temps après lequel ces erreurs disparoissent, il devient facile de trouver l'équation empirique, qui doit être employée pour corriger les Tables de Halley, de manière qu'elles puissent répondre aux observations avec exactitude.

V. les Mém. p. 240.

M. de la Lande a donné la comparaison des observations des oppositions de Jupiter & de Saturne, avec les Tables qu'il a publiées dans son Astronomie.

OBSERVATION

DE LA DISPARITION DE L'ANNEAU DE SATURNE, EN 1773.

V. les Mém. p. 510.

M. LE GENTIL a inséré dans ce Volume les détails de l'observation de la disparition de l'Anneau de Saturne, faite à Cadiz, par M.rs Tofiño & Varelas : la lunette employée pour ces observations, étoit à peu-près de la même force que celle avec laquelle le phénomène a été observé ici à l'Observatoire.

M.rs Tofiño & Varelas fixent pour époque de la disparition la nuit du 6 au 7 Octobre; cependant la nuit suivante, l'un d'eux crut apercevoir encore quelques points lumineux: ainsi cette observation s'accorde avec celle que M.rs Cassini & le Gentil ont faite à l'Observatoire.

Le climat de Cadiz rend cette observation précieuse. Les Astronomes Espagnols ont aussi observé sur les anses de l'Anneau, les points lumineux annoncés à l'Académie par M. Messier, & dont il a donné une description détaillée.

SUR LES COMÈTES

DE 1769 & 1774.

Pages 392 & 445.

LA Comète de 1769, est une de celles qui ont été le plus long-temps visibles.

M. Messier l'a observée, depuis le 8 Août jusqu'au 1.er Décembre.

Une lunette de 2 pieds de foyer, très-claire & armée de larges oculaires, qui faisoit découvrir à M. Messier un espace de 5 à 6 degrés d'étendue, lui a servi à trouver cette Comète, qui étoit alors sous le ventre du Bélier, & qui ne paroissoit qu'une nébulosité: le 9, elle étoit visible à la vue simple: le 15, M. Messier en distingua le noyau, dont il trouva le diamètre de 1′ 26″: la queue avoit alors 6 degrés. La Comète continua à s'approcher de la Terre, jusque vers le milieu de Septembre: la grandeur de la queue étoit de 60 degrés le 9 du même mois; & le 5, M. Messier avoit estimé de 4 minutes le diamètre du noyau.

La Comète se perdit ensuite dans les rayons du Soleil, & M. Messier ne la revit que le 24 Octobre: le diamètre du noyau n'étoit plus alors que d'environ 1′ 22″, & la queue, de 6 degrés.

M. Messier donne dans son Mémoire une Table des observations de la Comète, & des Étoiles qui lui ont servi à en déterminer la position: trente-deux de ces étoiles étoient nouvelles; M. Messier a déterminé depuis la position de ces étoiles, & on la trouve dans une autre Table, qui fait aussi partie de ce Mémoire.

La queue de la Comète, vue avec une lunette qui grossissoit vingt fois, n'offroit pas une lumière continue; elle paroissoit formée de plusieurs jets composés de rayons, qui sembloient sortir de différens points du noyau: ces jets étoient séparés par des bandes obscures.

Ces apparences varioient beaucoup: M. Messier en a rendu dans son Mémoire, un compte très-détaillé, qu'il accompagne de dessins faits avec la plus grande fidélité. La cause des queues lumineuses qui accompagnent les comètes est encore incertaine; & les systèmes imaginés pour les expliquer, sont fondés sur des principes trop peu prouvés, & rendent raison des phénomènes d'une manière trop vague, pour ne pas être regardés comme des hypothèses plus ou moins ingénieuses.

Les détails que renferment ce Mémoire, pourront peut-être ou nous approcher de la vérité, ou du moins servir à exclure quelques-unes des hypothèses, & à réduire le nombre de celles qui méritent d'être examinées. Cette méthode de comparer successivement avec les détails des phénomènes, toutes les hypothèses qui semblent pouvoir les expliquer, est la seule qui puisse nous conduire à la vérité dans la recherche des causes physiques. Du moment où l'on a rassemblé un certain nombre de faits, il est aisé de trouver des hypothèses qui les expliquent en gros d'une manière satisfaisante ; & la véritable théorie confondue avec ces hypothèses, ne paroît au premier coup-d'œil qu'un système, souvent moins simple, moins piquant que les autres; mais, en rapprochant les détails des phénomènes de chaque hypothèse, bientôt les erreurs s'évanouissent, & la vérité reste seule.

L'homme du génie le plus sûr, a souvent une imagination aussi féconde en systèmes que ceux qui ont dû leur célébrité à des hypothèses hardies & brillantes : mais il sait apprécier les systèmes même qu'il a produits; ne les regarder que comme autant de méthodes de chercher la vérité, de projets d'expériences liées entr'elles, de manières de rapprocher & de combiner les observations; & il ne montre aux autres ses idées qu'après en avoir constaté la vérité par l'observation & par l'expérience.

La Comète de 1769 a été observée par un grand nombre d'Astronomes, & on pouvoit craindre que leurs observations dispersées dans des Ouvrages particuliers, dans des Journaux, dans de simples Feuilles, ne fussent pas toutes conservées, M. Messier les a recueillies avec soin, & les a jointes à son Mémoire.

Il étoit impossible qu'une Comète si long-temps visible, n'eût pas excité le zèle des calculateurs, & qu'ils ne se fussent pas empressés de chercher à en déterminer l'orbite. M. Messier donne ici le résultat de leurs calculs, & douze déterminations des élémens de l'orbite de la Comète. Ces déterminations sont assez d'accord, une seule s'écarte des

autres, de manière à ne pouvoir être conciliée ; & si, comme il a dû arriver nécessairement, ces Calculateurs ont choisi pour base de leur calcul des observations différentes, ces déterminations doivent être regardées comme exactes, ou du moins comme pouvant le devenir par de simples corrections.

La Comète ayant été vue dans les deux branches de son orbite, & long-temps dans chacune, il étoit naturel de rechercher si cette seule apparition ne pouvoit pas suffire pour déterminer l'orbite elliptique, & prédire par conséquent le retour de la Comète; c'est ce qu'a tenté M. Lexell, sous les yeux de l'illustre M. Léonard Euler. Il a trouvé la période de quatre cents quarante-neuf à cinq cents dix ans; & pour produire cette énorme différence, il ne faudroit qu'une erreur d'une minute dans les observations. A la vérité, comme l'observe M. Messier, ce travail n'ayant été fait que sur le nombre d'observations nécessaires pour déterminer l'orbite, peut-être seroit-il possible, en comparant les résultats du calcul avec les autres observations, de resserrer l'incertitude entre des limites beaucoup plus rapprochées.

Le second Mémoire de M. Messier sur la Comète, contient le détail des observations sur une Comète découverte le 11 Août 1774, à Limoges, par M. Montaigne : cette Comète étoit très petite & son mouvement étoit très-lent. M. Messier a été obligé, pour en dresser la Table, de déterminer la position de soixante-treize Étoiles ou nouvelles, ou déterminées avec peu d'exactitude dans les Catalogues.

Il joint à ses observations le résultat de huit Calculateurs, qui ont cherché l'orbite de la Comète par des observations différentes : leurs résultats se rapprochent assez pour que l'on puisse espérer, de même que pour la Comète de 1769, qu'en corrigeant ces résultats pour les faire cadrer, le plus qu'il est possible, avec toute la suite des observations, on obtiendroit la véritable valeur des élémens avec une exactitude suffisante.

Le 26 Octobre, M. Messier a vu passer la Comète assez

près d'une Étoile pour qu'elles paruſſent même ſe toucher: le 18 Août, il avoit vu paroître à côté de la Comète une Étoile que, trois heures auparavant, il n'avoit pu découvrir, ce qui annonce que la Comète la lui cachoit alors; mais il n'a point obſervé le phénomène de l'occultation. M. Montaigne, en obſervant le 23 Octobre, a vu qu'une étoile du Verſeau lui paroiſſoit paſſer derrière la Comète, qu'alors celle-ci diſparut, & que l'Étoile ſeule étoit viſible: le diamètre du noyau de la Comète étoit très-petit & ſa lumière très-foible. Il a donc pu arriver, comme l'obſerve M. Meſſier, que l'Étoile n'ait pas réellement été éclipſée, mais que ſeulement elle ait approché de la Comète aſſez près, pour qu'étant plus éclairée qu'elle, elle ait pu la faire diſparoître: il a pu arriver auſſi que la lumière de l'Étoile, refractée par l'atmoſphère de la Comète, ſoit toujours parvenue à nos yeux, même durant l'inſtant où l'Étoile a été éclipſée. L'Étoile que M. Meſſier a jugé avoir été éclipſée par la Comète le 18 Août, étoit beaucoup plus petite que celle qui a été obſervée par M. Montaigne.

SUR LA LONGITUDE DE VENISE,
DE KIELL,
Et de la Grand-combe des Bois.

V. les Mém. p. 236.

LA connoiſſance exacte de la longitude des lieux où l'on fait des obſervations aſtronomiques, eſt une des plus importantes pour les progrès de l'Aſtronomie: elle peut ſeule rendre utiles les obſervations, & ſuppléer par le nombre des Obſervateurs, à ce que les détails immenſes de l'Aſtronomie ne permettent preſque plus d'eſpérer d'un ſeul.

D'ailleurs il eſt important que tous les phénomènes ſujets à la parallaxe ſoient obſervés dans des lieux différens, & dont la poſition ſoit donnée. A la vérité, on peut, lorſque ces obſervations ont été faites dans deux endroits, en chercher

la poſition exacte; mais il arrive ſouvent que la peine qu'il faudroit alors ſe donner, les obſtacles qu'il faudroit vaincre, empêchent ce travail & font négliger le fruit des Obſervations : il eſt donc utile que la longitude des lieux ſe trouve toute calculée d'avance. Ainſi on ne doit pas être ſurpris que des Aſtronomes d'un ordre diſtingué, s'occupent de recherches qui paroiſſent ſi faciles, & qu'ils attachent le même prix à ce qui eſt utile pour trouver des choſes difficiles, qu'à faire des choſes difficiles en elles-mêmes.

LE Mémoire de M. de la Place, ſur les Oſcillations d'un fluide qui recouvre un ſphéroïde, & celui de M. du Séjour, ſur l'inflexion des rayons ſolaires, ne ſont que la première partie de leur travail, & nous remettons à en rendre compte dans l'Hiſtoire de l'année où ils en donneront la fin. V. les Mém. p. 75, 265.

Le Mémoire de M. le Monnier, ſur Mercure, eſt une ſuite de celui dont nous avons rendu compte dans l'Hiſtoire de 1774. Page 480.





OUVRAGES

PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

PRIX.

L'ACADÉMIE avoit propofé pour le fujet du Prix de 1775, la queftion fuivante :

Quelle eft la meilleure manière de fabriquer les Aiguilles aimantées, de les fufpendre, de s'affurer qu'elles font dans le vrai méridien magnétique ; enfin, de rendre raifon de leurs variations diurnes régulières !

Quelques-unes des Pièces qui ont concouru, ont paru contenir des vues ingénieufes & utiles même à certains égards ; on a fur-tout diftingué la Pièce *n.° 2,* qui a pour devife:

Etiam non affecutis, voluiffe abundè pulchrum & magnificum eft;

& qui fuppofe beaucoup de connoiffances, de travail & d'obfervations.

Cependant, l'Académie ayant trouvé qu'aucune des Pièces ne rempliffoit fuffifamment les conditions du Problème, elle a cru devoir remettre le Prix, & propofer le même fujet pour l'année 1777.

PRIX EXTRAORDINAIRE.

UNE Compagnie zélée pour l'art de la Teinture, ayant remis à l'Académie, une fomme de douze cents livres pour un

un Prix extraordinaire, relatif à l'art de la Teinture; l'Académie a proposé pour sujet de ce Prix:

L'analyse & l'examen chimique de l'Indigo qui est dans le Commerce, pour l'usage de la Teinture.

M. Cassini s'étoit proposé dans son voyage en Allemagne, dont il a publié la relation cette année, de prolonger jusqu'à Vienne la perpendiculaire à la Méridienne de Paris.

Une telle entreprise, qu'il falloit suivre à travers des Pays soumis à des Souverains différens, eût été impossible dans un autre siècle: l'amour éclairé des Sciences qui animoit, à l'époque de ce voyage, presque tous les Princes de cette partie de l'Allemagne, l'a emporté heureusement sur les craintes politiques, ou plutôt ces craintes n'existent plus. On sait à présent qu'il est impossible de cacher ni son pays, ni ses forces, ni sa foiblesse, à quiconque peut avoir intérêt de les connoître; & s'il paroît rester en Europe quelques vestiges de cette politique mystérieuse, si long-temps contraire aux progrès des Arts & des lumières, c'est moins l'opinion de l'utilité, que l'habitude, qui les ont conservés.

M. Cassini a donc librement suivi ses opérations en Allemagne, accueilli, encouragé par tous les Princes, dont il parcouroit les États, & à qui il a pu quelquefois apprendre à mieux connoître leur propre Pays.

Les savans Astronomes allemands, se firent également un honneur de le seconder: il étoit question d'opérations relatives à la mesure de la Terre; les grands travaux exécutés en France, pour cet objet, sembloient avoir donné une sorte de supériorité à notre Nation, & le petit-fils de Dominique Cassini avoit droit aux hommages des Savans de toutes les Nations.

On peut déterminer la position des différens lieux, & leur distance de la perpendiculaire à la méridienne, soit par des observations astronomiques, soit par des mesures géométriques.

L'erreur qui peut résulter des observations astronomiques, est la même pour des lieux très-éloignés ou très-voisins; elle n'est jamais que celle qui a pu être commise dans des observations correspondantes, faites dans les deux points qu'on veut comparer : il n'y a donc pas lieu de craindre que de petites erreurs produisent une erreur considérable, en s'accumulant, dans le même sens; enfin, de nouvelles observations astronomiques peuvent corriger les erreurs des anciennes, & pour peu que l'erreur soit sensible, elle ne peut être durable.

Mais d'un autre côté, les erreurs des mesures géométriques sont moins sensibles pour de petites distances ; on peut même, pour de grandes distances, atteindre à beaucoup de précision, en employant de bons instrumens, en connoissant les erreurs de ces instrumens & en les corrigeant, en mesurant les bases avec une grande précision : en effet, ces bases sont liées entr'elles par une suite de triangles; deux des angles de chaque triangle, étant mesurés, donnent le troisième, & il faut que la grandeur mesurée de cet angle soit la même que celle qu'on a conclue de la mesure des deux autres. L'une des bases étant donnée, l'autre se conclut par le calcul, & il faut que cette longueur calculée s'accorde avec la longueur mesurée : si tout est d'accord, l'exactitude des opérations devient presque certaine; enfin, nous ignorons si à la même latitude, les degrés de longitude sont absolument égaux, & tant que cette incertitude ne sera point levée, les mesures géométriques seront encore utiles, même pour déterminer la position de lieux séparés par de longues distances.

M. Cassini, accoutumé depuis long-temps à ce genre de travaux, avoit acquis l'expérience nécessaire pour atteindre à la plus grande précision : les changemens que la différente température fait éprouver aux mesures qu'on emploie, le recul qu'éprouve nécessairement une perche, lorsqu'on veut en placer une autre bout-à-bout, les petites inégalités du terrein sur lequel on opère, telles sont les principales causes d'erreurs, & les deux dernières sont d'autant plus importantes,

qu'elles tendent toutes deux continuellement à faire trouver la mesure plus grande qu'elle n'est réellement.

M. Cassini rend compte, avec détail, des moyens qu'il a pris pour éviter toutes ces causes d'erreurs.

Il a joint à ce voyage d'Allemagne, la relation de celui qu'il a fait en Flandre, pendant les campagnes de 1746, 1747 & 1748.

C'étoit un essai qu'il faisoit sous les yeux du feu Roi, du grand projet de la Carte de France, que M. Cassini avoit déjà formé, & présenté au Ministère.

Déterminé à rendre ses conquêtes, le Roi vouloit avoir une Carte exacte des pays qu'elles renfermoient, afin que s'il étoit obligé de les reconquérir encore une fois, les Généraux ne fussent plus exposés à être trompés par de mauvaises Cartes, & M. Cassini observe que dans le courant de cette guerre, un Général moins vigilant & moins actif que le Maréchal de Saxe, y eût été exposé plus d'une fois.

C'est au milieu de deux grandes armées que M. Cassini suivit toutes ses opérations; obligé souvent d'attendre pour déterminer la position d'une ville qu'elle fût prise, & pour lever la Carte d'un pays qu'une bataille en eût écarté les ennemis. Il assista à la bataille de Raucoux, à côté de M. le Comte de Clermont, qui attaqua les Alliés à la tête de notre aile gauche; le suivit à la tranchée au siége de Namur, assista à la bataille de Laufeld, & traversa un pays rempli d'ennemis pour être témoin de l'assaut de Bergopzoom, dont le clocher devoit être le sommet d'un de ses triangles.

Le feu Roi vouloit qu'il lui rendît compte en détail de toutes ses opérations : à peine maître d'Anvers, il y fit établir un Observatoire pour apprendre de M. Cassini la méthode de déterminer les longitudes par les occultations d'Étoiles par la Lune. Quelquefois il s'amusoit à faire à ses Courtisans de ces questions sur l'Astronomie, auxquelles les Astronomes ne savent pas répondre, les Courtisans étoient moins timides: *Ils ont mieux aimé, disoit le Roi, parler de ce qu'ils ne savoient pas, que de rester sans réponse.* Ce fut pendant ces campagnes,

que le Roi chargea M. Caſſini de l'entrepriſe immenſe de la Carte de la France, après avoir examiné ſur le terrein la Carte qu'il avoit dreſſée des environs de Raucoux.

M. Caſſini n'avoit le plus ſouvent pour travailler ſous lui que de jeunes Officiers pleins d'intelligence & d'activité, animés par l'exemple de l'intérêt que le Roi prenoit à ces travaux, & ſe trouvant heureux de pouvoir remplir par des occupations utiles pour leur état, le temps où il ne leur étoit point permis de combattre.

M. Caſſini voudroit que, d'après cet exemple, on employât les jeunes Officiers à des travaux de ce genre, qui leur donneroient des connoiſſances utiles, l'habitude plus utile de s'occuper & qui joignant beaucoup de mouvement de corps au travail de l'eſprit, conviennent à preſque tous les hommes.

Cet Ouvrage de M. Caſſini, qui contient une Carte exacte de la route de Paris à Vienne, d'une partie des pays qui ſe trouvent ſur cette route, & de la Flandre entière, eſt un monument précieux pour la perfection de la Géographie.

IL arrive rarement que les hommes qui ont approfondi les Sciences, n'aiment pas mieux y ajouter quelques découvertes nouvelles, que de s'occuper du ſoin pénible de rendre compte des découvertes d'autrui; & cependant l'hiſtoire des Sciences n'eſt utile que lorſqu'elle eſt écrite par des Savans, capables eux-mêmes de contribuer à leurs progrès. L'Aſtronomie va jouir de cet avantage, puiſque M. Bailly, connu par un ſavant ouvrage, ſur une des matières les plus importantes & les plus difficiles de l'Aſtronomie théorique, vient d'entreprendre l'hiſtoire de cette Science.

Le premier volume, le ſeul qu'il ait publié juſqu'ici, s'étend juſqu'à l'établiſſement de l'École d'Alexandrie. On peut le regarder comme diviſé en deux parties. La première a pour objet l'hiſtoire de ce qui nous reſte ſur les connoiſſances aſtronomiques des anciens Peuples, juſqu'à l'époque

où cette ſcience s'eſt établie dans la Grèce. La ſeconde contient l'hiſtoire des progrès de l'Aſtronomie chez les Grecs, avant l'établiſſement de l'École d'Alexandrie.

M. Bailly fait remonter l'origine de l'Aſtronomie, ou du moins de notre Aſtronomie, à un Peuple antérieur à ceux dont nous connoiſſons l'hiſtoire. Ce Peuple avoit porté cette Science à un degré de perfection fort ſupérieur à celui où les monumens nous l'ont montrée chez les Nations anciennes. Il a été détruit; ſes connoiſſances ſe ſont perdues avec lui; & il en eſt reſté chez des peuples ſoumis à toutes ſortes de ſervitude, ce que leurs Maîtres, ou civils ou ſacrés, ont cru néceſſaire à l'ordre public & à leur autorité ſur les eſprits. Cette idée eſt ingénieuſe, & les preuves ſur leſquelles M. Bailly l'établit, forment un enſemble impoſant.

Selon M. Bailly, ce Peuple étoit placé au nord de l'Aſie, vers le 50.e degré de latitude. Le froid exceſſif de ce climat eſt une objection que M. Bailly ne ſe diſſimule point: mais il obſerve qu'on trouve à cette latitude des ruines de villes conſidérables; qu'on y rencontre, en fouillant la terre, une immenſe quantité d'oſſemens d'animaux qui ne peuvent plus ſubſiſter que dans les climats chauds. La température de ce climat a donc changé, ſoit qu'il exiſte au centre de la Terre une cauſe de chaleur qui diminue ſucceſſivement, opinion adoptée par M. Bailly & par des Savans célèbres, mais rejetée par le plus grand nombre des Phyſiciens; ſoit que l'inclinaiſon de l'écliptique, changée continuellement par l'effet de l'attraction des corps céleſtes, change en même temps la poſition des différentes parties de la Terre par rapport au Soleil; ſoit que la poſition de l'axe de la Terre ait été dérangée par l'attraction de quelque Comète. Cette dernière hypothèſe paroît même plus favorable à l'opinion de M. Bailly, puiſqu'alors la révolution cauſée dans la température des différentes régions de la Terre ayant été momentanée, il eſt plus aiſé de concevoir comment la mémoire du Peuple à qui nous devons les lumières a été anéantie avec lui. Au reſte, quand même les oſſemens trouvés dans le nord de

l'Aſie appartiendroient à des eſpèces détruites, & qui pouvoient vivre dans les climats froids; quand même la température de cette partie du globe n'eût pas changé, il n'en réſulteroit pas une objection bien forte contre le ſyſtème de M. Bailly. En effet, la Sibérie eſt habitée actuellement, la terre n'y eſt point ſtérile, on y cultive les Arts, & rien n'empêcheroit que les Sciences y fuſſent cultivées.

L'idée que les Sciences viennent du Nord étoit déjà connue; la vanité nationale l'avoit inſpirée à des Savans Suédois & Danois, qui ont attribué aux Scandinaves la gloire d'avoir éclairé le genre humain : d'autres Savans ont fait le même honneur aux Celtes; mais l'opinion de M. Bailly eſt plus vraiſemblable. En effet, puiſque nos Sciences ſont certainement venues de l'Aſie, il eſt plus naturel que les Chinois & les Indiens aient été éclairés par les Tartares, que par les Scandinaves ou les Celtes.

Paſſons à la partie hiſtorique. Les Orientaux & les Égyptiens, que nous joignons ici enſemble, connurent nos ſept Planètes; les Égyptiens avoient même découvert que Vénus & Mercure tournent autour du Soleil; ils avoient déterminé avec aſſez de préciſion le mouvement du Soleil & de la Lune, meſuré le diamètre de l'un & de l'autre, donné des méthodes pour calculer les éclipſes, & trouvé des périodes luniſolaires, ingénieuſes & exactes : ils avoient déterminé l'obliquité de l'écliptique, obſervé le mouvement en longitude des Étoiles, & même ils en avoient déterminé la période avec aſſez d'exactitude. Ils connoiſſoient l'uſage des gnomons, ſavoient tracer des cadrans ſolaires, meſurer le temps avec des clepſidres, & déterminer la poſition des Aſtres par de grands cercles : telle eſt à peu-près la liſte de leurs connoiſſances, & il n'en falloit point d'autres pour les uſages civils & religieux de l'Aſtronomie.

Les progrès de l'Aſtronomie ont été à peu-près les mêmes chez ces peuples; on y trouve les mêmes diviſions du Zodiaque, les mêmes périodes, ſoit qu'ils aient eu une origine commune, ou qu'ils aient tiré leurs connoiſſances du

même peuple ; ſoit que les phénomènes céleſtes étant les mêmes pour tous, tous aient dû, ſans même ſe rien communiquer, parvenir aux mêmes réſultats, diviſer le Zodiaque de la même manière, puiſque le cours de la Lune & du Soleil étoit le même pour tous, & inventer les mêmes périodes, puiſque les révolutions des Aſtres avoient pour eux les mêmes rapports. Chez tous ces peuples, l'Aſtronomie fut l'occupation d'un corps d'hommes ſéparés du reſte de la Nation; chez tous, elle ſe trouva liée à la politique & à la religion; & c'en étoit aſſez pour que l'Aſtronomie s'arrêtât au point où elle ceſſe d'être abſolument néceſſaire pour régler l'année.

Ces connoiſſances réelles des anciens Peuples, ne ſe retrouvent point telles que nous venons de les expoſer ici, dans les ouvrages qui nous parlent d'eux, dans ce qu'ont bien voulu nous communiquer les deſcendans des Peuples qui n'ont pas été détruits : il a fallu en rechercher la trace au milieu des fables & des idées ſuperſtitieuſes; retrouver des périodes aſtronomiques données par ces peuples pour des époques hiſtoriques; démêler leurs véritables opinions cachées ſous des expreſſions figurées, ſous des allégories, enfin dénaturées ſouvent par les Écrivains peu éclairés qui nous les ont tranſmiſes. Ce travail immenſe diſparoît dans l'Ouvrage de M. Bailli, on n'y voit que les réſultats; il a mieux aimé être clair & inſtructif que de paroître ſavant.

Dans la deuxième Partie, M. Bailli rend compte des découvertes des Grecs & de leurs ſyſtèmes. En général, il croit que les Grecs ont dû beaucoup aux autres peuples, & que l'orgueil national leur a fait diſſimuler ce qu'ils avoient appris des Barbares. Les Grecs ſont un peuple nouveau, ſi on les compare aux Nations orientales : lorſqu'ils ont commencé à cultiver les Sciences, ils étoient entourés de peuples plus éclairés; leurs premiers Philoſophes ont voyagé dans l'Orient. Si on juge de l'état des Sciences dans ces pays par celui où elles y étoient peu de temps après, & par ce qui nous en reſte, les Grecs n'ont pu en rapporter que les réſultats d'obſervations long-temps continuées, l'invention de

quelques inſtrumens, quelques méthodes d'obſerver & de calculer, en un mot tout ce qui peut être l'ouvrage du temps, de la patience, tout ce qu'on peut trouver avec de l'adreſſe & de la ſagacité; mais les théories qui doivent être l'ouvrage du génie, le fruit d'une méditation profonde qui exigent une grande force de tête, ces théories paroiſſent dûes aux Grecs: ce peuple a profité de ce que l'avantage d'exiſter depuis long-temps avoit appris à ſes voiſins. Il a fait ce que l'aviliſſement de l'eſclavage & de la ſuperſtition ne leur permettoit plus de faire: il eſt entré dans la carrière des Sciences avec toute l'énergie d'un peuple nouveau, & les connoiſſances d'un peuple déjà vieilli: le climat, les mœurs, les gouvernemens, tout contribuoit à faire de la Grèce un peuple à part, & tandis que le reſte des Occidentaux, libres comme la Grèce, reſtoit dans l'ignorance, les Grecs ont profité du voiſinage des Nations ſavantes: diſpenſés de faire ces premiers pas qui demandent le plus de temps, ils ont fait les ſeconds, qui peut-être exigent le plus de force.

Plus on obſerve les Grecs, plus on leur trouve un caractère qui les diſtingue de tous les Peuples anciens, & qu'on ne retrouve que chez les Nations modernes de l'Europe, le talent de l'invention dans ce qui dépend de la méditation. Les Chinois, les Indiens ont connu la célèbre propoſition de Pythagore, & leurs connoiſſances géométriques ſe ſont arrêtées à ce point, depuis une longue ſuite de ſiècles: chez les Grecs, elles firent en peu de temps des progrès rapides. L'Algèbre inventée, dit-on, par les Arabes, a fait plus de progrès en un demi-ſiècle entre les mains des Savans Italiens, qu'elle n'en avoit fait dans tout le temps que les Arabes la cultivèrent. Un ſeul homme tel qu'Archimède, Hipparque, Deſcartes, Galilée, Newton, a plus avancé l'eſprit humain dans le court eſpace d'une vie humaine, que tous les Savans des Nations orientales dans l'eſpace de pluſieurs milliers d'années. Quelle eſt la cauſe de cette différence? Faut-il la chercher dans l'organiſation, dans l'influence du climat, ou plutôt dans l'éternel eſclavage des peuples de l'Orient?

Thalès,

Thalès, chef de l'école Ionienne, ſavoit que la Lune n'eſt lumineuſe, que parce qu'elle réfléchit les rayons du Soleil; il connoiſſoit la cauſe des éclipſes & ſavoit même les prédire, ou plutôt deviner ſi elles pouvoient arriver à une certaine époque : il avoit dû aux Égyptiens ces connoiſſances aſtronomiques, mais il leur apprit à meſurer la hauteur des pyramides par la meſure de la longueur de l'ombre, & il eſt regardé comme l'inventeur de la propoſition de Géométrie qui ſert à trouver cette méthode. C'eſt la première propoſition de Géométrie qui ne ſoit pas abſolument néceſſaire pour les uſages civils, qui contienne une ſorte de théorie, & qui ne ſoit pas démontrée à l'inſpection ſeule d'une figure bien faite : ſi ce trait eſt vrai, il ſuffit pour montrer que les Grecs n'ont guère pu devoir aux peuples plus anciens que des obſervations.

La meſure des diamètres apparens du Soleil & de la Lune, l'opinion que la Lune eſt une terre ſemblable à la nôtre, que les Étoiles ſont des Soleils, les premières idées de la grandeur, & par conſéquent de la diſtance des Aſtres, ſont les principales connoiſſances qu'ait dûes la Grèce aux Philoſophes de l'école Ionienne. Anaximandre inventa les Cartes géographiques, découverte qui dut naître de la proportion découverte par Thalès entre les côtés des triangles ſemblables. Les Grecs attribuoient auſſi à ces Philoſophes l'invention du Gnomon & des Cadrans, qu'il eſt très-probable qu'ils avoient pris chez les Orientaux.

C'eſt de Pythagore que nous avons reçu l'idée du mouvement de la Terre ſur elle-même, & de ſon mouvement annuel autour du Soleil. Il avoit appris en Égypte ou dans l'Inde le mouvement de Vénus & de Mercure autour du Soleil : cette connoiſſance ſuffiſoit à un homme d'un grand génie pour découvrir le ſyſtème ſolaire; & peut-être M. Bailly accorde-t-il trop aux Orientaux, en ſuppoſant que Pythagore trouva chez eux tout formé ce ſyſtème, dont ils n'ont conſervé aucun ſouvenir. Ce Philoſophe regardoit les Comètes comme des planètes inviſibles pour nous dans une grande

partie de leurs orbites; il paroît avoir aussi connu la révolution de la Lune sur son axe à peu-près égale à sa révolution autour de la Terre: selon Pythagore, la Terre étoit sphérique, & les antipodes étoient habitables; les mouvemens des Astres étoient *réglés* par des nombres, c'est-à-dire, par des loix calculées, idée sublime dont les disciples de Pythagore abusèrent pour lui attribuer des opinions superstitieuses.

Pythagore dut sans doute cette idée à sa découverte célèbre sur le quarré de l'hypothénuse, découverte qui, en lui apprenant l'existence des nombres sourds, lui fit sentir la possibilité d'une infinité de loix exprimées par des nombres. Ces idées de Pythagore blessoient les idées communes, & il n'osoit les exposer ouvertement. Philolaüs, un de ses disciples, fut plus hardi, & il fut persécuté pour les mèmes vérités qui firent persécuter Galilée tant de siècles après.

Les découvertes de Pythagore trop opposées aux témoignages des sens, avoient été plutôt devinées par l'instinct du génie qu'établies sur des preuves. Les observations les auroient confirmées; mais les Grecs n'observoient point, puisque, comme le remarque M. Bailly, plusieurs siècles après les commencemens de leur Astronomie, ils donnoient encore aux Étoiles la même longitude, la même ascension droite qu'elles avoient lorsqu'ils reçurent de leurs voisins les premières notions de l'Astronomie. Les découvertes de Pythagore furent donc bientôt oubliées, & on n'en parloit plus que comme de l'un de ces systèmes sortis de l'imagination féconde des Grecs.

Démocrite regardoit la voie lactée comme un amas d'Étoiles trop petites pour être distinguées, opinion la plus vraisemblable de toutes, & qui est même appuyée sur une analogie très-forte, depuis que l'on a découvert que les nébuleuses sont formées aussi d'Étoiles très-petites.

Mais Démocrite établit la Physique corpusculaire, & cette Physique, plus simple en apparence que celle de Pythagore, plus à la portée de tous les esprits, plus faite pour ceux qui aiment mieux deviner la Nature que de l'étudier, & donner

des loix aux phénomènes que rechercher celles qu'ils ont reçues de la Nature, cette Physique fit oublier l'idée de Pythagore, la seule juste, la seule qui puisse nous conduire à des connoissances réelles. Descartes a renouvelé cette Philosophie corpusculaire, en substituant ses cubes & ses tourbillons aux atomes. Mais Newton a renouvelé celle de Pythagore; il a montré comment une loi simple, susceptible de calcul, suffit pour expliquer tous les phénomènes du mouvement des corps célestes; & en prouvant ce que Pythagore avoit soupçonné, il a établi la véritable méthode d'étudier la Nature sur des fondemens que ni le temps, ni les opinions, ni les systèmes ne pourront plus ébranler.

Nous venons d'exposer, d'après M. Bailly, les connoissances réelles des Grecs sur le système du Monde : ils perfectionnèrent peu la connoissance des mouvemens célestes. Meton imagina cependant un cycle de dix-neuf ans pour concilier les années lunaires & les années solaires, & ce cycle est encore en usage. Callipte le quadrupla, moins peut-être pour le rendre plus exact, que pour le faire cadrer avec la période civile des jeux olympiques. Eudoxe eut le premier, ou du moins développa le premier l'idée de représenter les mouvemens célestes par les révolutions de sphères concentriques. Ce système, purement hypothétique, pouvoit représenter le mouvement des astres, & servir à les retrouver dans le Ciel : trois sphères suffisoient pour le Soleil, ou la Lune; il en falloit quatre pour représenter le mouvement apparent des Planètes. Considéré comme une hypothèse physique, ce système est absurde; mais considéré comme purement astronomique, il étoit à peu-près le même que celui des épicycles, il pouvoit représenter le mouvement des Planètes, de la même manière que nous le représentons aujourd'hui par des équations, & c'étoit un trait de génie, que d'avoir imaginé de réduire des mouvemens si compliqués à des mouvemens circulaires & uniformes !

On rapporte qu'Aristote, Callipte, Polimarque s'assemblèrent à Athènes, pour délibérer s'il ne falloit pas ajouter une

ſphère, ou plutôt comment il falloit en ajouter une au ſyſtème propoſé par Eudoxe. Cette idée, qui nous paroît puérile, ne l'étoit pas : c'eſt ainſi que nous propoſons aujourd'hui d'examiner, ſi une Planète a ou n'a pas une équation ſéculaire.

Les auteurs Grecs ont parlé de la meſure d'un degré du Méridien, qu'ils évaluoient à 1111 ſtades, c'eſt-à-dire, onze cents. M. Bailly obſerve, avec raiſon, que cette meſure n'avoit pas été exécutée par les Grecs : en effet, depuis le temps où ils avoient été en état de faire une opération ſemblable, leur hiſtoire nous eſt connue. Cette opération n'eût pu s'exécuter en Grèce, ſans le concours d'un grand nombre de Peuples; elle ſeroit devenue une époque remarquable, même dans l'hiſtoire politique : il faut donc l'attribuer à d'autres Nations.

Tels furent à peu-près les travaux aſtronomiques des Grecs, juſqu'à l'École d'Alexandrie, où l'on vit peu de temps après fleurir le célèbre Hipparque. C'eſt à cette époque que l'Aſtronomie Grecque commence à être degagée de fables : juſqu'à ce moment, M. Bailly n'a trouvé, pour faire ſon hiſtoire, que bien peu de reſſources : il ne nous reſte de ces temps reculés, aucun ouvrage ſuivi ſur l'Aſtronomie Grecque : quelques détails tirés des Ouvrages d'Ariſtote, de Platon & de Ptolomée, ſont les ſeuls Écrits où l'on puiſſe eſpérer de trouver des notions exactes. Diogène Laërce ignoroit les Sciences dont il a écrit l'hiſtoire : le ſage Plutarque lui-même ne connoiſſoit pas l'Aſtronomie; dans ce qu'il rapporte des opinions des anciens Philoſophes, il mêle de vains ſyſtèmes à leurs connoiſſances, ou ces connoiſſances y ſont déguiſées, ſouvent au point d'être preſque entièrement méconnoiſſables.

M. Bailly termine ce volume de ſon hiſtoire par une diſſertation hiſtorique & philoſophique ſur l'Aſtrologie, l'une des maladies les plus générales de l'eſprit humain, & qui quelquefois a été utile à l'Aſtronomie, en lui procurant des Protecteurs parmi les hommes ignorans & crédules.

L'Auteur a ſenti que ſon Ouvrage devoit intéreſſer tous les hommes dont l'eſprit eſt cultivé, & que cependant, pour

le mettre à leur portée, il feroit obligé de facrifier les détails de fes recherches & de fes preuves, c'eft-à-dire, ce qui devoit le plus intéreffer les Savans, pour qui un Ouvrage de ce genre eft particulièrement deftiné. Il a donc fupprimé les détails qui, dans le cours de l'ouvrage, en auroient interrompu le fil & rendu la lecture pénible, & les a renvoyés dans des éclairciffemens qu'il place à la fin.

LA double difparition de l'Anneau de Saturne & fa double réapparition, depuis le mois d'Octobre 1773 jufqu'au mois de Juillet 1775, ont excité le zèle des Aftronomes-obfervateurs. Nos Mémoires contiennent un grand nombre d'obfervations de ces phénomènes; & ils ont donné à M. du Séjour l'idée de faire un ouvrage particulier fur la théorie de l'Anneau de Saturne.

Ce corps fingulier avoit été aperçu par Galilée, mais il n'a été bien décrit & bien connu que par Huyghens, qui montra le premier qu'on fatisfaifoit à tous les phénomènes qu'il préfente, en fuppofant autour de la Planète de Saturne un anneau plat, féparé entièrement du globe de la Planète, & fe mouvant avec elle dans l'efpace, toujours parallèlement à lui-même.

L'anneau de Saturne peut difparoître dans deux circonftances : la première, lorfque le Soleil fe trouve dans le plan de l'anneau, alors la tranche de l'anneau eft trop étroite pour être vifible : la deuxième, lorfque l'interfection de ce plan avec l'écliptique paffe entre la Terre & le Soleil, l'anneau ne préfente alors à la Terre que fa furface non éclairée.

Les élémens de l'anneau étant donnés, on peut en déduire le temps de fes difparitions; & l'on peut également déduire les élémens de l'anneau, d'après des difparitions obfervées.

M. du Séjour renferme toutes ces quantités dans des équations: il enfeigne à réfoudre ces équations, d'abord, dans le cas où l'on fuppofe circulaires les orbites de la Terre &

de Saturne : il montre enſuite les changemens qu'apporte à ces ſolutions, la conſidération de l'ellipticité des orbites de la Terre & de Saturne, & les changemens qui doivent auſſi réſulter des perturbations de ces orbites.

Le plan de l'anneau paroît conſerver ſon parallélisme; mais ce parallélisme eſt-il rigoureuſement conſervé? M. du Séjour donne des formules, au moyen deſquelles on pourra reconnoître & calculer, d'après les obſervations, les mouvemens du plan de l'anneau.

Ces mouvemens ſont très-petits, & il en eſt de même des changemens que produit dans les phénomènes de l'anneau la conſidération de l'ellipticité des orbites de Saturne & de la Terre, ou de leurs perturbations; & la méthode analytique de M. du Séjour eſt générale, pour tous les cas où le problème étant réſolu dans l'hypothèſe la plus ſimple, les changemens que les élémens négligés peuvent introduire dans la ſolution ſont très-petits. Cette méthode eſt ſûre, & elle donne des réſultats approchés à l'infini; en ſorte que ſon exactitude ſera toujours égale ou plus grande que celle qu'on peut attendre des obſervations, quelque progrès que l'art d'obſerver puiſſe faire jamais.

M. du Séjour rapporte & diſcute en très-peu de mots, les différentes hypothèſes des Savans ſur l'origine de l'anneau de Saturne, ſur les forces qui l'empêchent d'être détruit par l'effet continuel de l'attraction qu'exerce ſur l'anneau le globe de Saturne.

Enfin il a joint à ſon ouvrage un tableau de toutes les obſervations des diſparitions & des réapparitions de l'anneau faites juſqu'ici; tableau qu'il accompagne de diſcuſſions importantes ſur pluſieurs de ces obſervations.

On peut regarder cet Ouvrage, ainſi que celui ſur les Comètes, dont nous avons rendu compte dans l'Hiſtoire de 1774, comme des morceaux détachés du grand Ouvrage dont M. du Séjour a déjà donné pluſieurs parties dans nos Mémoires. Cet Ouvrage, qui doit renfermer un Traité complet d'Aſtronomie, où toutes les queſtions ſeront réſolues

par des formules analytiques, sera utile aux progrès de cette Science, peut-être même y est-il nécessaire; mais l'entreprise est immense; elle pourroit rebuter le courage d'un Savant uniquement occupé de l'Astronomie; & ce sera une époque singulière dans l'histoire des Sciences, qu'elle ait été le fruit des momens de loisir d'un Magistrat, que son zèle pour le bien public enlève aux Sciences, qui regrettent sans doute qu'un temps si bien employé ne soit tout entier pour elles, mais qui ne peuvent s'en plaindre.

M. L'ABBÉ BOSSUT a publié, cette année, une troisième édition de son Traité élémentaire de Mécanique: nous nous bornerons ici à renvoyer à l'Histoire de 1763 & de 1772, où l'on trouve un compte détaillé des deux premières éditions de cet Ouvrage ; cette nouvelle édition renferme quelques additions, telle est une solution nouvelle, synthétique & directe du Problème, où l'on propose de déterminer le mouvement du centre de gravité de plusieurs corps qui se meuvent semblablement dans des courbes semblables, quelles que soient ces courbes, & la loi selon laquelle ces corps les parcourent: telle est encore une théorie des mouvemens variés en général.

M. l'abbé Bossut a donné cette même année des élémens de Géométrie: cet Ouvrage contient, outre la Géométrie ordinaire, un Traité élémentaire de Trigonométrie, & un Traité de l'application de l'Algèbre à la Géométrie. Dans sa Géométrie, M. l'abbé Bossut donne la solution de plusieurs questions sur les *maxima* & les *minima*, & entr'autres sur la détermination des polygones d'un nombre donné de côtés, & d'une même circonférence, qui renferment le plus grand espace, où réciproquement de ceux qui ayant une même surface, ont la circonférence la plus petite. Ces problèmes sont résolus par une méthode élémentaire : quelques-uns l'avoient été déjà par Sympson; la solution des autres appartient à M. l'abbé Bossut. Il donne aussi une méthode pour déterminer la solidité

des parties d'un cône ou droit & oblique, coupé par un plan quelconque, & si le cône est droit, la surface de ces mêmes parties; pour quarrer la surface d'un triangle sphérique; enfin pour trouver sur un cône droit des espaces absolument quarrables. Ce dernier Problème est absolument nouveau; il est pour le cône droit, ce qu'étoit pour la sphère le Problème de la voûte quarrable, proposé aux Géomètres dans le dernier siècle, par le célèbre Viviani, & qu'il avoit résolu par les méthodes de la Géométrie ancienne. Ces Problèmes, qui paroissent pour la première fois dans des élémens de Géométrie, sont résolus ici par des méthodes simples, élémentaires même, qui n'exigent point une attention supérieure aux forces de ceux pour qui les élémens sont destinés; & ces questions ont, par leur nature, par l'élégance des solutions, l'avantage de piquer la curiosité des jeunes gens, & d'accoutumer leur esprit à appliquer les principes de la Géométrie, de leur en inspirer le goût, en leur en montrant l'étendue & les ressources.

Le traité de l'application de l'Algèbre à la Géométrie, est très-court, & cependant très-complet: il renferme les principes généraux de la théorie des courbes, ceux de la construction géométrique des équations, & une théorie des sections coniques, qui en fait connoître, & les propriétés essentielles & celles qui sont utiles pour la Mécanique, l'Astronomie, la Physique; ce volume renferme enfin la solution d'un Problème très-curieux sur les voûtes à anses de panier: on donne ce nom à des voûtes dont la courbe est composée de plusieurs arcs-de-cercle de différens rayons. M. l'abbé Bossut cherche, pour le cas où l'on emploîroit trois arcs-de-cercle, quels en doivent être les rayons, & quelle doit être la position des centres, pour que la voûte soit construite de la manière la plus avantageuse? On suppose donnés dans ce problème, les deux points qui terminent la voûte, celui du sommet & la direction de la voûte aux deux naissances. Ce problème, dont M. l'abbé Bossut s'est occupé le premier, a donné lieu, depuis la publication de son Ouvrage,

Ouvrage, aux recherches de plusieurs Géomètres. La Géométrie de M. l'abbé Bossut a été réimprimée en 1777.

C'est ici le lieu de réparer l'omission que nous avons commise dans l'Histoire de 1773. M. l'abbé Bossut avoit donné cette année un Traité élémentaire d'Algèbre, dont il a paru, en 1776, une nouvelle édition. Cet Ouvrage contient, outre les règles élémentaires de l'Algèbre, une Théorie très-étendue des équations déterminées; la solution des Équations du 3.e & du 4.e degré; des Principes généraux pour des équations de tous les ordres; la manière d'en trouver les racines commensurables, celle de déterminer les racines égales; la Méthode d'approximation de Newton, pour les équations de tous les degrés; la Théorie générale des éliminations; la solution des Équations indéterminées du 1.er & du 2.e degré; la Théorie des suites de nombres figurés, étendue & généralisée; celle des suites récurrentes; enfin un Traité des logarithmes. En renfermant tous ces objets dans des élémens d'Algèbre, M. l'abbé Bossut a été obligé de simplifier, d'éclaircir des méthodes qui, dans les Ouvrages de ceux qui les ont données, ne peuvent être entendues que par les Géomètres; souvent il a été obligé d'en donner de nouvelles. Nous n'en citerons qu'un seul exemple.

Toute fonction algébrique ou logarithmique ou exponentielle, est égale à une quantité réelle, plus, une autre quantité réelle multipliée par la racine quarrée de *moins un*. M. d'Alembert a démontré le premier cette proposition, dans les Mémoires de Berlin, *1746*: mais sa démonstration étoit fondée sur le Calcul intégral, sur la connoissance des quantités d'une forme particulière, qu'on tire de la considération du cercle: elle ne pouvoit donc être employée dans un Livre élémentaire d'Algèbre. M. Euler & M. de Foncenex avoient prouvé par des méthodes différentes, que la racine de toute équation algébrique étoit de cette même forme; mais les Géomètres desiroient encore une démonstration directe, & tirée des seuls principes de l'Algèbre, de cette proposition, que toute fonction algébrique, quels que soient le nombre &

la forme des radicaux qu'elle contient, eſt toujours égale à une quantité réelle; plus, une autre quantité réelle multipliée par la racine quarrée de *moins un ;* & M. l'abbé Boſſut donne ici cette démonſtration directe, rigoureuſe, & cependant aſſez ſimple pour ne pas être déplacée dans des élémens.

LES Arts, dont l'Académie a publié la deſcription depuis Pâques 1774, ſont au nombre de cinq.

Le premier eſt l'art de l'*Ébéniſte*, troiſième ſection de l'art du Menuiſier, par M. Roubo fils. L'Auteur en commence la deſcription par l'énumération des bois, ſoit de France, ſoit étrangers : il en fait l'énumération la plus détaillée, il donne la manière de les teindre, de les refendre; celle de former les bâtis qui doivent recevoir le placage & celle de l'appliquer ſur ces bâtis, pour former les différentes pièces de ce genre : il paſſe enſuite à l'eſpèce d'ébéniſtrerie appelée *moſaïque* ou *peinture en bois*, celle de toutes qui exige le plus d'entente & de deſſin de la part de l'Ouvrier, & il en indique tous les principes. L'Ébéniſtrerie pleine, qui ne diffère preſque de la Menuiſerie que par les bois plus précieux qu'elle emploie, ſuit la moſaïque, & il finit par la marqueterie, proprement dite, qui emploie pour l'embelliſſement de ſes ouvrages, les métaux, l'ivoire, l'écaille & beaucoup d'autres matières. Tous ces travaux y ſont décrits avec la plus grande préciſion & il y joint la compoſition du vernis Anglois, propre à donner aux ouvrages de cuivre la plus belle couleur d'or.

Le ſecond eſt l'art du *Diſtillateur-Liquoriſte*, par M. de Machy: la deſcription en eſt diviſée en trois parties : dans la première, l'Auteur donne dans le plus grand détail tout ce qui concerne l'opération de brûler ou diſtiller le vin pour en tirer l'eau-de-vie : il décrit les vaiſſeaux & les fourneaux qui y ſont néceſſaires, les matières combuſtibles qui ſervent à les chauffer, & indique toutes les précautions néceſſaires pour en aſſurer le ſuccès : il y fait même mention des autres

ſubſtances deſquelles on tire l'eau-de-vie en les diſtillant après les avoir amenées au degré de fermentation ſpiritueuſe, comme le ſucre, la mélaſſe, certains fruits, diverſes graines, &c.

La deuxième Partie contient la fabrique de tous les ratafiats, tant ceux qui ſe font par diſtillation, que ceux qui ſe font par infuſion. L'Auteur y donne la manière d'y employer le ſucre, de le clarifier & de donner aux liqueurs le coup d'œil, le brillant, la bonté & la tranſparence : il paſſe enſuite aux liqueurs qui ſe font par la fermentation, comme le vin de ceriſes : il y indique la manière de colorer les liqueurs, & termine cette Partie par enſeigner à confire à l'eau-de-vie les fruits qui en ſont ſuſceptibles.

Dans la troiſième & dernière Partie, M. de Machy enſeigne tout ce qui concerne les Débitans de liqueurs, connus ſous le nom de *Limonadiers*, comme la manière de brûler le café, de le préparer, la fabrique des différentes eſpèces de chocolat, des glaces, &c. & cette deſcription eſt terminée par celle des glacières : tout cet ouvrage eſt d'autant plus précieux que tous les procédés que M. de Machy y énonce ont été ſoigneuſement examinés & rappelés aux principes de la Chimie la plus éclairée.

Le troiſième eſt l'art du *Treillageur*, ſuite de celui du Menuiſier, par le même M. Roubo, dont nous venons de parler. Cet Art, deſtiné à l'utilité & à l'embelliſſement des jardins, eſt naturellement diviſé en deux parties ; les treillages d'utilité & ceux d'agrément; les premiers, ſervent aux eſpaliers, contr'eſpaliers, treilles, &c. Les ſeconds ſont les berceaux, les coquilles, les portiques dans leſquels on a beſoin de toute la décoration de l'Architecture. M Roubo enſeigne la manière de travailler les uns & les autres : il indique le choix des bois propres à cet uſage, décrit les outils propres à les préparer & enſeigne à les mettre en œuvre. Son ouvrage eſt même accompagné de plans & de deſſins de quelques morceaux choiſis, qui donnent une idée de ce genre de travail & du goût qui doit y régner.

Le quatrième eſt l'art du *Savonnier*, par M. du Hamel. Cette ſingulière ſubſtance dûe premièrement au haſard, eſt, comme on ſait, le produit d'une huile & d'une leſſive alkaline très-cauſtique, qui forment enſemble un corps ſolide diſſoluble dans l'eau : l'Auteur donne toutes les connoiſſances néceſſaires ſur la qualité des huiles, ſur la manière de donner à quelques-unes l'eſpèce de viſcoſité qui leur manque, ſur l'action du feu néceſſaire pour opérer cette transformation : il décrit avec le plus grand ſoin les ateliers, les fourneaux & les inſtrumens qu'on y emploie : il donne la préparation des huiles & des alkalis, les proportions du mélange, le degré de la cuite, la manière de ſécher le Savon & de le mettre en pains : il enſeigne à faire le choix des différentes cendres & des différentes ſoudes qu'on emploie, & même de la chaux qu'on mêle dans les leſſives; en un mot, on peut dire qu'il n'a rien négligé pour rendre complète la deſcription de cet Art important.

Le cinquième & dernier art eſt celui de l'*Amidonnier*, par le même M. du Hamel : cet art ſingulier enſeigne à tirer du ſon, par le moyen de la fermentation, l'amidon contenu dans une partie de farine que tout l'art de la mouture n'a pu ſéparer; on emploie à cet uſage les ſons, les recoupes, les grains qui ont contracté une mauvaiſe odeur, & que les Amidonniers achettent & font moudre groſſièrement ; ils mettent enſuite ces matières dans des tonneaux, avec une ſuffiſante quantité d'eau, & les laiſſent tremper aſſez de temps pour que la partie qui forme l'amidon s'en ſépare : ils les paſſent enſuite dans un ſac de toile claire & en preſſant & maniant ce ſac, ils en font ſortir cette partie qui tombe dans une fûtaille à moitié pleine d'eau ; l'Amidon ſe précipite au fond, & après avoir changé pluſieurs fois cette eau, on le retire des tonneaux & on le fait ſécher.

M. du Hamel ne laiſſe pas ignorer que les grains ne ſont pas les ſeules ſubſtances avec leſquelles on puiſſe faire de l'amidon ; on y emploie les pommes de terre, la briyone, les marrons d'Inde, l'aſphodèle & une grande quantité d'autres

plantes ; on trouve ici la manière de les préparer & de les employer à cet usage.

L'ACADÉMIE a pris, cette année, la résolution de ne plus examiner aucune solution des Problèmes de la duplication du cube, de la trisection de l'angle, ou de la quadrature du cercle, ni aucune machine annoncée comme un mouvement perpétuel.

Nous avons cru devoir rendre compte ici des motifs qui l'ont déterminée.

Le Problème de la duplication du cube a été célèbre chez les Grecs. On prétend que l'oracle de Délos, consulté par les Athéniens, sur les moyens de faire cesser la Peste, leur prescrivit de consacrer au Dieu de Délos, un autel cubique, double de celui qu'on voyoit dans son temple, soit que le Prêtre qui rendoit les oracles fût Géomètre, & qu'il eût voulu embarrasser les Athéniens, soit qu'il eût rendu au hasard cette réponse, comme tant d'autres, ce qui est plus vraisemblable. La première solution de ce Problème fut donnée par Platon; après avoir montré qu'elle se réduit à trouver la première de deux moyennes proportionnelles, entre le côté du cube donné & le double de ce côté, Platon proposa une méthode de trouver cette moyenne proportionnelle: cette méthode se réduisoit à décrire une courbe par un mouvement continu : l'intersection de cette courbe avec une ligne droite, donnoit la moyenne proportionnelle cherchée; mais cette courbe étoit du troisième ordre, & les Géomètres ne connoissoient alors d'autres courbes que le cercle. La solution de Platon fut donc regardée comme purement mécanique; on en chercha de nouvelles, & lorsque les sections coniques eurent été découvertes, on vint bientôt à bout de résoudre le Problème de deux moyennes proportionnelles, par l'intersection de deux sections coniques; mais on n'eut & l'on ne put avoir d'analyse complète du Problème, que lorsqu'on eut trouvé les principes de l'application de l'Algèbre à la Géométrie ; on vit alors,

que le Problème se réduisoit à la solution d'une équation du troisième degré, qui avoit deux racines imaginaires, que l'on ne pouvoit le construire que par l'intersection d'une ligne droite, & d'une courbe du troisième degré, ou par l'intersection de deux courbes du second; que dans la première méthode, la ligne droite ne coupoit la courbe qu'en un point; que dans la seconde, les deux courbes se coupoient en deux points, qu'une seule de ces intersections donnoit la solution cherchée, que l'autre intersection étoit étrangère au Problème, que l'une des deux courbes employées pouvoit être un cercle: dès ce moment, on sut tout ce qu'on pouvoit savoir sur ce Problème; on connut les méthodes les plus simples, & on vit qu'on chercheroit inutilement à le résoudre, en n'employant que le cercle & la ligne droite.

Le Problème de la trisection de l'angle fut également célèbre chez les Anciens; on le résolut d'abord par une construction qui renfermoit la description d'une courbe du troisième degré, par un mouvement continu, & ensuite, par l'intersection de deux sections coniques: les Modernes ont démontré que ce Problème, comme celui des deux moyennes proportionnelles, dépend de la solution d'une équation du troisième degré, que cette équation a trois racines réelles; que si l'une de ces racines est la corde du tiers de l'angle proposé, la seconde exprimera la corde du tiers de cet angle, plus le tiers de la circonférence, & la troisième la corde du tiers de cet angle, plus les deux tiers de la circonférence, & qu'on ne peut construire ce Problème que par l'intersection d'une ligne droite avec une courbe du troisième degré, ou par l'intersection de deux courbes du deuxième degré; l'analyse qu'ils ont donnée de ce Problème est complète & ne laisse rien à desirer depuis long-temps.

Cependant, comme les Anciens ne regardoient comme géométriques que les solutions où l'on n'employoit que la ligne droite & le cercle, la règle & le compas, cette expression a fait naître un préjugé, qui règne encore chez des hommes peu éclairés; ils continuent de s'appliquer à chercher

des ſolutions *géométriques* de ces Problèmes ; les uns , en n'employant que la ligne & le compas, donnent des ſolutions erronées; d'autres en donnent de vraies, mais, ſans le ſavoir, ils emploient des courbes , & leurs ſolutions rentrent dans celles qui ſont connues : tout examen eſt donc inutile.

Le Problème de la quadrature du cercle eſt d'un ordre différent: la quadrature de la parabole trouvée par Archimède, celle des lunules d'Hippocrate de Chio , donnèrent des eſpérances de quarrer le cercle, c'eſt-à-dire, de connoître la meſure de ſa ſurface : Archimède montra que ce Problème, & celui de la rectification du cercle , dépendoient l'un de l'autre, & depuis ils ont été confondus.

On ne connoît encore que des méthodes d'approximation pour quarrer le cercle , la première eſt dûe à Archimède : un grand nombre de Géomètres célèbres en ont propoſé de nouvelles , très - ingénieuſes, très - ſimples , très - commodes dans la pratique ; il eſt poſſible encore de perfectionner ces méthodes; l'Académie n'exclut pas ce genre de recherches; mais ce ne ſont pas des méthodes d'approximation , que prétendent donner ceux qui s'occupent de la quadrature du cercle, ils aſpirent à la ſolution rigoureuſe du Problème.

On peut conſidérer cette ſolution ſous deux points de vue : en effet, on peut chercher ou la quadrature du cercle entier, ou la quadrature d'un ſecteur quelconque, dont la corde eſt ſuppoſée connue ; le ſecond de ces Problèmes eſt regardé comme abſolument inſoluble. Gégori, Newton, dont l'autorité eſt ſi grande, même dans une Science où l'autorité a ſi peu d'empire, ont donné des démonſtrations différentes de l'impoſſibilité de cette quadrature indéfinie. Jean Bernoulli a prouvé que le ſecteur cherché étoit exprimé par une fonction logarithmique réelle, mais qui, dans ſa forme, renferme des imaginaires, il en réſulte qu'aucune fonction réelle, ſoit algébrique, ſoit logarithmique, & ſous une forme réelle, ne peut repréſenter la valeur d'un ſecteur de cercle indéfini ; que l'équation entre le ſecteur & la corde ne peut être conſtruite par l'interſection de branches de ſurfaces courbes ou réelles , ou

miſes ſous une forme réelle, & on peut conclure, de cette réflexion, l'impoſſibilité abſolue de la quadrature indéfinie.

Les Géomètres ſont moins d'accord ſur l'impoſſibilité du premier Problème, parce qu'il arrive ſouvent de trouver pour des valeurs particulières, des quantités dont l'expreſſion eſt impoſſible en général; mais une expérience de plus de ſoixante-dix ans, a montré à l'Académie qu'aucun de ceux qui lui envoyoient des ſolutions de ces Problèmes, n'en connoiſſoient ni la nature ni les difficultés, qu'aucune des méthodes qu'ils employoient n'auroit pu les conduire à la ſolution, quand même elle ſeroit poſſible. Cette longue expérience a ſuffi pour convaincre l'Académie du peu d'utilité qui réſulteroit pour les Sciences, de l'examen de toutes ces prétendues ſolutions.

D'autres conſidérations ont encore déterminé l'Académie. Il exiſte un bruit populaire que les Gouvernemens ont promis des récompenſes conſidérables à celui qui parviendroit à réſoudre le Problème de la quadrature du cercle, que ce Problème eſt l'objet des recherches des Géomètres les plus célèbres; ſur la foi de ces bruits, une foule d'hommes beaucoup plus grande qu'on ne le croit, renonce à des occupations utiles pour ſe livrer à la recherche de ce Problème, ſouvent ſans l'entendre, & toujours ſans avoir les connoiſſances néceſſaires pour en tenter la ſolution avec ſuccès : rien n'étoit plus propre à les déſabuſer que la déclaration que l'Académie a jugé devoir faire. Pluſieurs avoient le malheur de croire avoir réuſſi, ils ſe refuſoient aux raiſons avec leſquelles les Géomètres attaquoient leurs ſolutions, ſouvent ils ne pouvoient les entendre, & ils finiſſoient par les accuſer d'envie ou de mauvaiſe foi. Quelquefois leur opiniâtreté a dégénéré en une véritable folie. Tout attachement opiniâtre à une opinion démontrée fauſſe, s'il s'y joint une occupation perpétuelle du même objet, une impatience violente de la contradiction, eſt ſans doute une véritable folie; mais on ne la regarde point comme telle, ſi l'opinion qui forme cette folie ne choque pas les idées connues des hommes, ſi elle n'influe pas ſur la conduite de

de la vie, ſi elle ne trouble pas l'ordre de la Société. La folie des Quadrateurs n'auroit donc pour eux aucun autre inconvénient que la perte d'un temps ſouvent utile à leur famille; mais malheureuſement la folie ſe borne rarement à un ſeul objet, & l'habitude de déraiſonner ſe contracte & s'étend comme celle de raiſonner juſte; c'eſt ce qui eſt arrivé plus d'une fois aux Quadrateurs. D'ailleurs ne pouvant ſe diſſimuler combien il ſeroit ſingulier qu'ils fuſſent parvenus ſans étude à des vérités, que les hommes les plus célèbres ont inutilement cherchées, ils ſe perſuadent preſque tous que c'eſt par une protection particulière de la Providence qu'ils y ſont parvenus, & il n'y a qu'un pas de cette idée à croire que toutes les combinaiſons bizarres d'idées qui ſe préſentent à eux, ſont autant d'inſpirations. L'humanité exigeoit donc que l'Académie, perſuadée de l'inutilité abſolue de l'examen qu'elle auroit pu faire des ſolutions de la quadrature du cercle, cherchât à détruire, par une déclaration publique, des opinions populaires qui ont été funeſtes à pluſieurs familles.

La conſtruction d'un mouvement perpétuel eſt abſolument impoſſible: quand même le frottement, la réſiſtance du milieu ne détruiroient point à la longue l'effet de la force motrice, cette force ne peut produire qu'un effet égal à ſa cauſe: ſi donc on veut que l'effet d'une force finie dure toujours, il faut que cet effet ſoit infiniment petit dans un tems fini. En faiſant abſtraction du frottement & de la réſiſtance, un corps à qui on a une fois imprimé un mouvement le conſerveroit toujours; mais c'eſt en n'agiſſant point ſur d'autres corps, & le ſeul mouvement perpétuel poſſible, dans cette hypothèſe, (qui d'ailleurs ne peut avoir lieu dans la Nature) ſeroit abſolument inutile à l'objet que ſe propoſent les Conſtructeurs des mouvemens perpétuels. Ce genre de recherches a l'inconvénient d'être coûteux, il a ruiné plus d'une famille, & ſouvent des Mécaniciens qui euſſent pu rendre de grands ſervices, y ont conſumé leur fortune, leur temps & leur génie.

Tels ſont les principaux motifs qui ont dicté la délibération de l'Académie: en ſtatuant qu'elle ne s'occupera plus de ces

objets, elle n'a fait que déclarer ſon opinion ſur l'inutilité des travaux de ceux qui s'en occupent. On a dit ſouvent qu'en cherchant ces ſolutions chimériques, on trouvoit des vérités utiles, opinion qui a pu être fondée dans le temps où la méthode de découvrir la vérité étoit également ignorée dans tous les genres; mais à préſent qu'elle eſt connue, il eſt plus que probable que la vraie manière de découvrir des vérités, c'eſt de les chercher. Dailleurs la quadrature définie du cercle eſt le ſeul des Problèmes rejetés par l'Académie, qui puiſſe donner lieu à des recherches utiles, & ſi un Géomètre venoit à la trouver, la délibération de l'Académie ne feroit qu'augmenter ſa gloire, en montrant quelle opinion les Géomètres ont, de la difficulté, pour ne pas dire de l'inſolubilité du Problème.

LES Mémoires que l'Académie a jugé cette année dignes d'entrer dans le Recueil des Savans étrangers, ſont au nombre de ſept :

Sur la criſtalliſation du Fer : Par M. de Morveau.

Obſervations aſtronomiques : Par M. Pigot.

Obſervations aſtronomiques, faites pendant le Voyage aux Terres Auſtrales : Par M. Dagelet.

Obſervation de la phaſe ronde de Saturne, faite à Toulouſe : Par M. d'Arquier.

Sur la Molibdène ou Plombago : Par M. de l'Iſle.

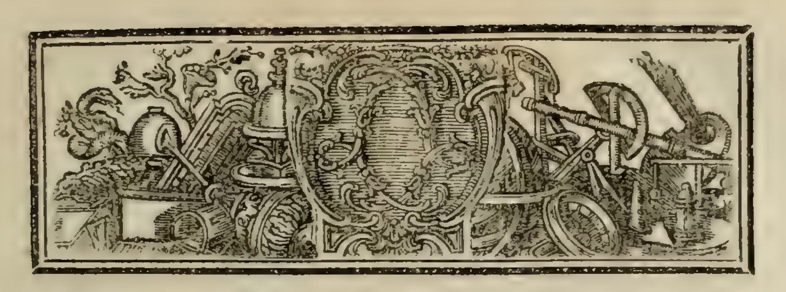
Sur l'air fixe : Par M. le Duc de Chaulnes.

Sur les Sels ammoniacaux : Par M. Cornet.



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE.

MEMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXXV.

NOUVELLES OBSERVATIONS
Sur la nature & les propriétés Salines du Zinc, revêtu de sa forme métallique, ou réduit en chaux.

Deuxième Mémoire.

Par M. DE LASSONE.

DANS un premier Mémoire sur le Zinc, j'ai déjà fait apercevoir, par un concours de faits liés & comparés, qu'ainsi que l'arsenic, le zinc participe à la fois & des propriétés métalliques & des propriétés salines. Lû le 18 Janv. 1775.

Sans doute, la nature ſaline de l'arſenic paroît d'abord plus marquée, en ne conſidérant que les obſervations, d'où l'on déduit juſqu'à préſent ce point particulier d'analogie reſpective entre ces deux ſubſtances. Mais revenant ici ſur cet article eſſentiel, par rapport au zinc, je me propoſe de rendre bien plus ſenſible encore & plus évident, par de nouveaux traits, le caractère ſalin de ce minéral: caractère applicable à d'autres ſubſtances métalliques & déjà ſoupçonné, comme je l'ai fait obſerver, par quelques célèbres Chimiſtes, anciens & modernes.

On verra que le zinc, dans la nouvelle combinaiſon qu'il va ſubir, paroît abſolument agir, & même plus que l'arſénic, à la manière d'un acide, en s'uniſſant par la voie humide, de lui-même & ſans un intermède, avec une pure ſubſtance alkaline: combinaiſon totale, immédiate & prompte, qui s'opère avec effervеſcence, qui, rigoureuſement, n'auroit pas même beſoin d'être favoriſée par une chaleur étrangère, & qui produit après l'entière diſſolution une eſpèce de ſel neutre qui criſtalliſe.

Le ſimple énoncé de cette opération, prouve d'abord que les réſultats en ſont uniques; puiſque je me ſuis aſſuré par une ſuite d'expériences, dont je rendrai compte ailleurs, qu'ils n'ont lieu d'une manière auſſi complette avec aucun des métaux & des minéraux, ſans en excepter l'arſénic; ſoit qu'ils aient été employés ſous leur forme métallique, ou dans l'état de chaux. On ſeroit diſpoſé, par conſéquent à préſumer que pour obtenir de tels effets il faut avoir recours à quelque mélange peu connu, on ſe tromperoit. Ces réſultats, que j'annonce comme extraordinaires, ne ſont dûs pourtant qu'à la même expérience, que quelques Chimiſtes déclarent avoir tentée inutilement, qui n'a produit à d'autres que des effets à peine ſenſibles, variables, dont on ne donne que peu de détails vagues, incertains, & même contradictoires. Les défauts des procédés ſont d'avoir négligé certains moyens, certaines précautions eſſentielles, qui rendent à volonté les réſultats conſtans & invariables, qui les font enſuite différer

ſi fort les uns des autres, ſelon les circonſtances. Il faut toujours, dans les procédés chimiques, examiner le même fait par toutes les voies poſſibles; ce n'eſt qu'alors que l'on parvient à bien diſtinguer quand & pourquoi les agens employés opèrent en plus ou en moins. C'eſt ainſi que j'ai pu déterminer avec exactitude & préciſion ce qui eſt conſtant & ce qui eſt variable dans les expériences, dont je dois rendre compte dans ce Mémoire & les ſuivans; & d'abord je vais beaucoup mieux faire connoître la puiſſance & la force du principal & du premier des agens dont j'ai fait uſage, qui m'a produit des phénomènes intéreſſans, qu'à peine on avoit entrevus, & que je vais décrire.

Sur une partie de zinc en limaille je verſai ſix parties d'alkali volatil en liqueur, dégagé du ſel ammoniac par l'alkali fixe; cette liqueur ſaline étoit parfaitement ſaturée. Dans le flacon d'où je l'avois tirée elle ſurnageoit une bonne quantité d'alkali volatil concret, & j'eus ſoin de l'employer d'abord après qu'elle eut été préparée dans mon laboratoire: l'action & les effets ſurprenans de ce diſſolvant, tels que l'on va les voir, dépendent ſi bien de ſa ſaturation complette, de ſa concentration & de ſon emploi, immédiatement après ſa préparation, quand il poſſède encore toute ſa ſubtilité, ſa force & ſon énergie, que ſans ces conditions abſolues on n'obtient jamais les réſultats que je vais décrire, & que j'ai bien conſtatés par des épreuves répétées & variées.

A l'inſtant même du mélange, la liqueur alkaline claire & limpide devient trouble & laiteuſe; quelques momens après il s'établit un vrai mouvement d'efferveſcence; je crus devoir l'aider par une digeſtion très-tempérée. Alors, cette efferveſcence, ſans être pourtant ni bruyante, ni trop rapide, s'accrut au point, que l'écume formée remplit toute la capacité du vaiſſeau de verre, & qu'elle eût même ſurmontée le col aſſez élevé, ſi je n'euſſe agité ſouvent la liqueur pour diſſiper les bulles. On voyoit des molécules de zinc attaquées, agitées & diſparoître enfin par leur diſſolution. Aux bulles d'air que je détruiſois par les ſecouſſes répétées, il en ſuccédoit ſans

ceſſe de nouvelles, & la diſſolution du zinc continuoit toujours à s'opérer; les parcelles du minéral, qui n'étoient pas encore entièrement diſſoutes, paroiſſoient plus diviſées & d'une couleur noirâtre; la liqueur elle-même, en ſe chargeant de plus en plus, prit une teinte ſemblable à de l'encre: cette efferveſcence, uniquement produite par l'action ſoutenue & réciproque de l'alkali volatil & du zinc, & de laquelle dépendoit le dégagement continuel d'une très-grande quantité d'air combiné, dura long-temps en préſentant les mêmes phénomènes. Elle ne ceſſa, après plus de ſept heures, que lorſque le zinc eut été totalement diſſout; alors la liqueur, qui pendant la diſſolution avoit toujours été trouble & d'une couleur noire homogène, commença à s'éclaircir en une infinité de points, & cette noirceur ainſi diviſée ne parut plus dépendre que d'une multitude de flocons noirs & légers, nageans & ſuſpendus dans le fluide. A meſure qu'ils ſe déposèrent, la liqueur reprit ſa première tranſparence; il ne lui reſta qu'une teinte jaune, qui devint enſuite plus foncée. Pendant la diſſolution on pouvoit diſtinguer aſſez ſenſiblement une odeur d'ail parmi celle d'un alkali volatil très-pénétrant; les flocons bruns, épargnés par le diſſolvant, furent la ſeule matière que le papier retint en filtrant la liqueur, qui paſſa bien claire & chargée de tout le zinc parfaitement diſſous: ces flocons réunis & lentement ſéchés ne pesèrent qu'environ vingt-quatre grains; c'eſt la quantité qu'en fournit une once & demie de zinc.

J'examinerai ailleurs le caractère de cette ſubſtance brune épargnée, & je rechercherai ce qui réſulte du mélange de la liqueur ſaline ſaturée de zinc, avec pluſieurs ſubſtances appropriées. Il me ſuffit pour l'objet actuel d'expoſer les faits eſſentiels, qui rapprochent par une vraie ſimilitude cette combinaiſon, de celle qui s'opère en général entre un acide & un alkali. Voici une nouvelle marque de cette analogie.

La diſſolution filtrée & claire fut très-doucement évaporée; bientôt à la ſurface de la liqueur il ſe forma des criſtaux en forme de végétations, ou de rainceaux, ou de barbes de

plumes, qui ſe précipitoient enſuite au fond de la capſule. Par le progrès de l'évaporation inſenſible la criſtalliſation ſe fit ſucceſſivement, tant qu'il reſta de matière ſaline; les criſtaux mis ſur le papier gris pour les égouter, d'abord plus ou moins empreints d'une teinte jaune, quand ils étoient encore humides, devinrent en ſéchant d'un blanc un peu ſale: examinés alors à la loupe ils me parurent entièrement ſoyeux & éclatans; ils ſe conſervent tels ſans éprouver aucune altération; c'eſt un vrai ſel de zinc ammoniacal.

Il s'agit à préſent d'examiner ce que produit l'action du même alkali volatil ſur la chaux abſolue ou les fleurs ſubtiles du zinc.

Je fis le mélange de ces matières en mêmes proportions que dans l'expérience précédente. Un inſtant après, tenant encore le vaiſſeau de verre dans mes mains, je ſentis qu'il s'échauffoit conſidérablement, ſans néanmoins qu'il parût dans la liqueur aucun mouvement ſenſible. Il n'en ſurvint pas davantage par l'effet de la digeſtion ſur un bain de ſable tempéré; il ne ſe développa aucune bulle d'air; la diſſolution n'en fut ni moins facile, ni moins rapide, ni moins entière. Au contraire, en beaucoup moins de temps qu'il n'en fallut pour la diſſolution complette du zinc en limaille, ou plutôt en quelques inſtans, la totalité des fleurs de ce minéral diſparut à la manière d'un ſel très-fuſible dans la liqueur diſſolvante, dont la tranſparence ni la couleur ne furent point altérées, même avant la filtration; je la filtrai pourtant: rien ne reſta ſur le filtre. J'obtins par l'évaporation un ſel ammoniacal plus blanc, mais ſoyeux comme le précédent.

Cette ſeconde expérience, plus ſingulière & plus frappante, offre encore une particularité très-remarquable; car puiſque la diſſolution des fleurs de zinc, toute prompte & preſque inſtantanée qu'elle ſoit, ne produit nulle efferveſcence, il ſemble évident que la déflagration, quand le zinc métalliſé paſſe à l'état de chaux, détruit entièrement la prodigieuſe quantité d'air, combiné ſans doute comme principe conſtituant de ce minéral encore revêtu de ſa forme métallique.

Et peut-être le phénomène de l'inflammation spontanée, particulière à ce mixte, dans la classe des substances auxquelles il appartient, dépend-il en bonne partie du dégagement & du développement facile & prompt de cet air en concours avec le principe inflammable. Ne pourroit-on pas dire aussi que la nouvelle dissolution est d'abord déterminée & favorisée par l'effet de cet air, qui s'échappant avec une telle abondance, & par une sorte d'explosion répétée, devient propre à rompre & à détruire plus exactement & plus profondément l'agrégation & la liaison de toutes les molécules intégrantes, en les réduisant pour ainsi dire à leur unité. En effet, la chaux du zinc, beaucoup plus atténuée & subtilisée par ce premier agent, n'en doit être ainsi que mieux disposée à s'unir ensuite avec l'alkali volatil par une pénétration mutuelle, dont apparemment ils sont capables à la manière des sels. Car, de quelque façon que l'on considère le fait, il n'est guère possible, ce me semble, de méconnoître ici dans le nouveau mixte qui se forme, l'action & la réaction réciproques de deux substances très-subtiles & de nature saline, se saisissant l'une & l'autre rapidement par la voie humide, en vertu d'une affinité, qui dans ce cas, ne sauroit exister à ce point entre une liqueur purement alkaline & une autre matière uniquement douée des propriétés terreuses.

Dans d'autres Mémoires je discuterai de nouveau ces faits, par rapport à plusieurs variations dont ils sont susceptibles, quand on emploie le même alkali volatil en différens états. J'y joindrai mes observations sur divers phénomènes que produisent aussi les autres dissolvans alkalins appliqués au même minéral, en comparant exactement mes expériences avec celle dont on trouve peu de détails épars dans les Écrits de quelques Chimistes.

Je me borne actuellement à faire connoître ce que le seul alkali volatil en liqueur, dégagé du sel ammoniac par l'alkali fixe est capable d'opérer ici comme dissolvant très-puissant, lorsqu'il est adapté, en observant les conditions requises. On vient de voir qu'alors son action sur la limaille, & sur-tout

ſur la chaux de zinc, eſt ſi énergique, ſi rapide, & à certains égards ſi ſupérieure à celle que la même liqueur exerce ſur l'arſenic, dont les propriétés ſalines ne ſauroient être conteſtées, que cet effet ſeul, & peut-être mieux que tout autre, me paroît indiquer auſſi dans le zinc un ſemblable caractère; & par conſéquent autoriſer davantage à conclure, que quoique le zinc, dans ſa compoſition intime, ſemble en général bien plus approché que l'arſénic de la nature des métaux; cependant l'un & l'autre mixte, par une ſimilitude réelle, qui vient d'être encore mieux établie dans ce Mémoire, participent également & des propriétés métalliques & des propriétés ſalines.



NOUVEAUX DÉTAILS

Relatifs à l'action des Alkalis volatils ſur le Zinc.

Troiſième Mémoire.

Par M. DE LASSONE.

Lû le 25 Janv. 1775.

DANS mon ſecond Mémoire ſur le Zinc, j'ai cru ne devoir préſenter d'abord que les principaux réſultats des expériences relatives à l'objet que je m'étois propoſé. Les détails & les diſcuſſions que j'ai omis à deſſein, je vais actuellement les rappeler, en ajoutant de nouvelles obſervations & les circonſtances remarquables des procédés. Voilà l'objet de ce troiſième Mémoire & d'un quatrième qui ſuccédera. L'un & l'autre doivent être en plus grande partie regardés comme une extenſion, ou une ſuite interprétative du ſecond & même du premier.

Je me bornerai d'abord ici à ne ſoumettre à un nouvel examen que ce qui concerne l'expérience principale de la diſſolution complette du zinc & de ſes fleurs par l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe.

Telle que je l'ai faite & détaillée, elle diffère à tous égards de ce qui a été dit ſur cette combinaiſon par les Chimiſtes qui en ont parlé. Ces variétés, quelquefois ſi contradictoires, que ce qui eſt affirmé par un Auteur eſt nié tout auſſi poſitivement par un autre, ont bien lieu de ſurprendre quand on conſidère qu'il s'agit ici d'un ſeul & même fait. Rappelons en peu de mots l'hiſtoire de ces variations.

Hierne, le plus ancien, je crois, des Chimiſtes, qui ait traité le zinc avec l'alkali volatil, aſſure d'une manière générale, & ſans aucuns détails, que ce minéral cède à l'action de ce diſſolvant. *Zincum æquè ac calaminaris lapis in ſalis ammoniaci ſpiritu reſolvitur (a).*

(a) *Urb. Hierne actor. chemic. &c.* Tome II, p. 97. Stockolm, 1753.

M. Pott

M. Pott, dans sa Dissertation s'exprime ainsi: *Spiritus urinosi etiam satis concentrati zincum non aggrediuntur, licet per dies non paucos in digestione steterint (b).* Dans un autre endroit de la même Dissertation, M. Pott modifie un peu cette première assertion. *Zincum, Tuthia & Lapis calaminaris solvuntur in omnibus acidis, ut & aliquam partem in volatilibus (c).*

M. Hellot, dans son second Mémoire sur le zinc *(d)*, dit que l'alkali volatil a sur ce minéral une vraie action dissolvante, mais très-lente & très-imparfaite. M. Pott, qui à la fin de sa Dissertation déjà citée, analyse & discute le travail de l'Académicien françois, dont il n'avoit pas d'abord eu connoissance, paroît s'en rapprocher tout-à-fait, & rectifier ainsi sa première assertion. Voici ce qu'il dit: *Adduxi in meis experimentis quòd alcalia volatilia in formâ fluidâ zincum non attingunt; id verò tantum de citiori operatione per aliquot dierum digestionem intellectum volo. Unde nōn rejicio experimenta D. D. Parisiensium quòd eadem istud solvant licet perquàm lentè. Longitudo enim temporis in ejusmodi circumstanciis aliquid efficere potest quod citiori viâ frustra quæritur (e).*

Enfin, M. Malouin, dans les Mémoires de l'Académie *(f)*, dit que l'alkali volatil dissout le zinc; *mais il ne parle d'aucune circonstance relative à cette dissolution, ni à ses propriétés; il rapporte seulement, qu'on lui a dit, qu'il s'en élevoit des bulles d'air pendant la dissolution; & ajoute que pour lui il n'en a point aperçu (g).* Telle est la notice que donne, dans sa Chimie expérimentale M. Baumé, le dernier Chimiste qui ait fait mention de l'action de l'alkali volatil sur le zinc, qu'il ne paroît pas avoir examinée par lui-même, puisqu'il se borne à rapporter uniquement ce qu'en dit M. Malouin. Il résulte encore de cette notice, que M. Malouin a bien aperçu l'action dissolvante de l'alkali volatil, mais seulement comme l'avoient déjà vue M.rs Pott & Hellot: car ces bulles

(b) *Pott, de Zinco.*
(c) *Id. Ibid.*
(d) Année 1735.
(e) *Pott, de Zinco.*
(f) Année 1743.
(g) Baumé, Chimie expérimentale, *&c. Tome II.*

d'air, que quelqu'un lui avoit dit ſe dégager pendant la diſſolution, il déclare ne les avoir point aperçues. Cependant cette circonſtance eſt bien réelle; elle a toujours lieu, lorſque le diſſolvant a toutes les conditions requiſes pour agir avec l'énergie dont il eſt capable; & il ſe trouve que la perſonne qui en a parlé à M. Malouin, eſt peut-être celui qui a le mieux fait & vu cette diſſolution. Mais comme ce n'eſt ici qu'un ſimple ouï-dire, contredit en même-temps qu'il eſt rapporté; & que d'ailleurs la ſuite néceſſaire des détails de ce phénomène, pour le bien faire connoître, n'exiſte dans aucun Ouvrage connu, ni publié, je crois être en droit de regarder comme m'étant abſolument propres l'obſervation & l'expérience entière ſur ce fait, telles que je les ai expoſées dans mon ſecond Mémoire.

Or ſi l'on rapproche & compare tout ce qui a été dit par ces divers Auteurs, on n'en ſauroit conclure rien de bien poſitif. Au contraire, on eſt comme forcé de reſter dans une ſorte d'indéciſion & d'incertitude, à cauſe de quelques contradictions apparentes, dont on n'entrevoit pas d'abord les cauſes.

Mais le peu d'accord & de conformité de ces obſervations diverſes, avec les détails relatifs à cette diſſolution, telle que je la fais connoître dans mon ſecond Mémoire, m'autoriſeroient-ils à ſoutenir que les Auteurs qui viennent d'être cités, ſont en défaut du côté de l'exactitude? Non, ſans doute. Cette induction de ma part ſeroit tout-à-fait injuſte, & je tomberois moi-même dans une erreur groſſière. Je ſuis très-perſuadé que ces habiles Chimiſtes ont rapporté fidèlement les faits tels qu'ils ont dû les voir. Ceux même, qui n'admettant nulle action diſſolvante de l'alkali volatil ſur le zinc, ſemblent être le plus en contradiction, n'en ſont pas moins exacts à certains égards; car s'ils ont employé, come il eſt vraiſemblable, pour tenter cette diſſolution un alkali volatil cauſtique, l'ayant peut-être regardé comme plus fort & plus efficace; il eſt très-poſitif qu'ils n'ont dû remarquer nul effet ſenſible de ce mélange. Ceux, au contraire, qui ont adopté

l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe, ſans qu'il fût à ce point de concentration ou de ſaturation requiſe, n'auront obtenu qu'une diſſolution incomplète, plus ou moins lente, plus ou moins ſenſible de zinc. Tout ceci eſt pleinement juſtifié par ce qui a déjà été dit en peu de mots dans mon ſecond Mémoire. J'y fais bien remarquer que la diſſolution pleine, entière, rapide, accompagnée d'une vraie efferveſcence & du dégagement ſoutenu d'une prodigieuſe quantité d'air, ne peut jamais s'opérer que lorſque la liqueur d'alkali volatil eſt parfaitement ſaturée, & que de plus on fait agir ſur le zinc ce diſſolvant, immédiatement après qu'il vient d'être dégagé par l'alkali fixe *(h)*; car alors il jouit de toute ſa force, de toute ſon énergie, qu'il perd enſuite en partie, quelque précaution que l'on prenne. En voici les preuves détaillées.

Ce même alkali volatil, dont ſix parties m'avoient ſuffi pour

---

(h) Je crois devoir donner ici, dans une note particulière, le procédé dont je me ſuis toujours ſervi pour préparer l'alkali volatil diſſolvant employé dans toutes mes expériences.

Sel ammoniac. . . . . } $\overline{aa}$ ℔ *j*.
Sel alkali végétal. . . }

Eau commune, huit onces.

Mêlez & diſtillez ſelon l'art.

On emploie ordinairement deux parties d'alkali fixe végétal contre une de ſel ammoniac. Je crois cette proportion double de l'alkali fixe trop conſidérable; car en examinant pluſieurs fois par la lixiviation le *caput mortuum* reſté dans la cornue après mon opération, où j'avois employé les deux matières en parties égales: j'ai toujours obſervé que le ſel ammoniac avoit été complettement décompoſé. Or la quantité excédante de l'alkali fixe, quand il eſt employé en proportion double, n'eſt pas ſeulement inutile, elle peut nuire; & ceci n'eſt pas ſans fondement.

Quelques Chimiſtes, pour préparer l'eſprit volatil de ſel ammoniac, emploient l'eſprit-de-vin au lieu d'eau. Or, la manière d'être & d'agir de cet alkali volatil vineux, ne doivent point être les mêmes que lorſque l'eau ſimple eſt priſe pour excipient dans la diſtillation.

diſſoudre totalement une partie de zinc avec tous les phéno-mènes décrits ; je voulus m'en ſervir ſeulement après dix ou douze jours pour réitérer la même expérience. Il s'en fallut beaucoup qu'il déployât dans ſon action autant de force. Conſervé encore plus long-temps dans le même flacon de criſtal, que j'étois obligé d'ouvrir quelquefois pour verſer des portions de cette liqueur appliquée à différentes épreuves ; je remarquai, qu'après cet intervalle ce diſſolvant opéroit encore moins. Et enfin, l'ayant davantage affoibli, quoi-qu'avec une petite quantité d'eau diſtillée, j'obſervai qu'il ne diſſolvoit plus le zinc que très-lentement, foiblement, difficilement, fort incomplètement, & ſans qu'il ſe dégageât guère plus de bulles d'air qu'il s'en dégage par l'action de l'eau ſimple.

Tout ceci bien conſtaté me ſatisfit d'autant plus, qu'en y découvrant de nouvelles vérités, je trouvai dans une ſuite de faits bien obſervés les cauſes qui font varier les réſultats de la même expérience, juſqu'à les rendre contradictoires, & la ſolution de toutes les difficultés.

Cette action diſſolvante de l'alkali volatil en liqueur, telle que je l'ai fait connoître dans l'expérience précédente, me détermina à rechercher quelle ſeroit auſſi l'action du même alkali ſous forme concrète, en l'appliquant au zinc dans cet état de ſiccité.

Je mêlai trois gros d'alkali volatil concret avec un gros de zinc en limaille. Ce mélange, ſans nulle autre addition, fut mis dans une cornue de verre bien sèche, & après avoir adapté un récipient, je procédai à la diſtillation. Une bonne partie de l'alkali volatil ſe ſublima dans le trajet du col de la cornue. Il en paſſa auſſi dans le récipient, dont les parois furent blanchies par un enduit ſalin. Je délutai les vaiſſeaux; je remis ſur le zinc reſté dans la cornue deux gros de nouvel alkali volatil concret, & je procédai à une ſeconde diſtilla-tion que je réitérai une troiſième fois, après avoir encore ajouté un gros d'alkali volatil concret. Voilà donc ſix gros de ce ſel volatil, dont l'action animée par un feu gradué,

mais aſſez vif, fut appliquée trois fois à la quantité d'un gros de zinc. En voici le réſultat.

Par l'examen que je fis de l'alkali volatil paſſé ſur le zinc & ſublimé, je trouvai qu'il n'avoit éprouvé aucun changement, aucune altération. Le zinc reſté au fond de la cornue n'avoit plus de brillant métallique ; ſa ſurface étoit d'une couleur jaunâtre ; l'intérieur d'une couleur brune foncée. Toute la maſſe avoit un aſpect abſolument terreux, & ſe pulvériſoit aiſément en preſſant entre les doigts; ſon poids étoit augmenté de la quantité de deux gros. Préſumant que cette augmentation ne devoit dépendre que d'une portion de l'alkali volatil combinée, profondément engagée & fortement inhérente, j'examinai ce réſidu, que je trouvai en partie dans un état vraiment ſalin : l'autre partie ne paroiſſant que corrodée, & comme calcinée par la privation du phlogiſtique. Le zinc ainſi altéré ne différoit de celui que j'avois combiné par la voie humide avec l'alkali volatil, qu'en ce que celui-ci réduit à l'état ſalin par la criſtalliſation étoit chargé d'une plus grande quantité de molécules ſalines, dont une portion étoit moins adhérente. En effet, ce ſel de zinc ammoniacal préparé par la voie humide, & criſtalliſé, comme je l'ai dit, ayant été expoſé dans une cornue à l'action du même degré de feu que j'avois employé pour ſublimer l'alkali volatil concret de deſſus la limaille de zinc, fut ainſi dépouillé de la portion d'alkali volatil moins inhérente, & réduit au même état ſalin incomplet. Peut-être en continuant un grand nombre de fois à paſſer & à reſublimer de nouvel alkali volatil concret ſur le même réſidu de zinc, parviendroit-on à le ſaturer profondément & complettement; & par ce moyen à le transformer en un mixte pleinement ſalin, dont le nouveau caractère & les propriétés pourroient alors offrir des phénomènes nouveaux, & contribuer à mieux faire connoître les principes conſtituans du zinc, parce qu'on auroit pénétré plus intimément dans leur mixtion intrinsèque, dérangée & affoiblie par cette pénétration.

Je dois faire obſerver, que l'action & l'union réciproques

de la limaille de zinc & de l'alkali volatil concret par la voie sèche, dont il est ici question, n'ont été marquées ni suivies d'aucune expansion ou boursouflement sensible des matières; que par conséquent le dégagement de l'air, s'il a lieu dans cette expérience, ne s'opère point ici de la même manière qu'en procédant par la voie humide.

J'ai répété cette expérience sur les fleurs de zinc en procédant de même, & avec les mêmes quantités respectives des deux matières. Les résultats ayant été absolument pareils, je n'entrerai à ce sujet dans nul autre détail; je me bornerai à faire observer, que le résidu dans la cornue s'est trouvé après l'opération bien moins coloré que celui de la limaille de zinc altérée par le même alkali volatil concret. On a déjà vu, qu'à raison du plus ou moins de phlogistique, cela arrive aussi en procédant par la voie humide avec les mêmes substances.

Après avoir discuté toutes les circonstances essentielles qui distinguent la dissolution complète du zinc & de ses fleurs par l'alkali volatil, je vais examiner par le moyen de plusieurs expériences, diverses propriétés particulières de la liqueur saline ammoniacale de zinc préparée par la voie humide.

1.° Elle est toujours bien saturée, pourvu qu'elle soit exactement préparée par le procédé, & avec les précautions que j'ai indiquées. Alors si l'on en verse quelques gouttes sur l'eau distillée, cette eau devient louche, opaque & blanchâtre, parce qu'une bonne partie du zinc se sépare & se précipite.

2.° La liqueur de zinc bien saturée peut encore être étendue par le mélange d'une pareille quantité du même alkali volatil en liqueur, sans souffrir la moindre altération. Si l'on verse alors un peu de cette dissolution, ainsi étendue sur l'eau distillée, elle s'y mêle, sans que la limpidité des deux liqueurs soit troublée, & par conséquent sans qu'il survienne de précipitation; si la même dissolution est versée sur l'eau de Seine bien claire, ou sur telle autre eau de rivière pure & légère, il ne se forme par ce mélange qu'un léger nuage, qui trouble peu la transparence des deux liqueurs; mais si elle est versée sur une eau de source ou de puits crue, séléniteuse, ou chargée

de quelqu'autre principe terreux & ſalin, il ſe fait auſſitôt un précipité blanchâtre abondant, qui rend l'eau plus ou moins trouble en proportion des matières étrangères, dont ces différentes eaux ſont plus ou moins chargées. D'où il réſulte, que la diſſolution alkaline de zinc étendue, comme je l'ai dit, avec un volume égal du même alkali volatil, pourroit être miſe au rang des liqueurs d'eſſai les plus ſenſibles pour l'examen des eaux communes.

3.° Quelque ſoin que l'on ait de bien conſerver dans un flacon exactement fermé avec un bouchon de criſtal, la nouvelle diſſolution alkaline de zinc bien ſaturée, il s'y fait au bout de quelque temps un petit dépôt, qui augmente à la longue d'une manière ſenſible; c'eſt un peu de chaux de zinc qui ſe précipite. Il faut obſerver pourtant, que cette petite précipitation ſpontanée n'a pas lieu de même, lorſque la liqueur alkaline volatile eſt ſaturée par les fleurs de zinc diſſoutes. Ce qui prouve, que dans ces fleurs le principe qui s'unit au diſſolvant, ſe trouvant plus à nu eſt moins maſqué par le phlogiſtique interpoſé, qui affoiblit ſon affinité avec l'alkali volatil. J'ai déjà fait remarquer en ſon lieu cette diſſolubilité des fleurs de zinc par l'alkali volatil en liqueur plus facile, & plus prompte que celle du zinc en limaille. Ce même dépôt ſpontané confirme encore, qu'une portion de l'alkali volatil ne contracte avec le zinc qu'une union ſuperficielle. On peut de plus en inférer, qu'en général ce même alkali volatil contient une eſpèce de gas très-fugace & à peine coërcible, qui paroît contribuer beaucoup à l'énergie & à l'intenſité de ſon action dans bien des cas. D'où l'on doit juger combien il importe d'employer toujours, comme je l'ai fait, cette liqueur alkaline volatile encore douée de toute ſa force, ſi l'on prétend en obtenir dans certaines circonſtances où cela eſt néceſſaire, tous les effets qu'elle peut produire comme diſſolvant, & qui n'auroient pas lieu ſans cette condition eſſentielle.

Paſſons à d'autres propriétés de cette diſſolution alkaline bien ſaturée.

4.° On n'en trouble pas la tranſparence, on n'y occaſionne aucun dérangement, aucun précipité, nul dégagement plus marqué ou plus ſenſible d'alkali volatil, en y mêlant de l'alkali fixe bien pur, diſſout dans aſſez peu d'eau diſtillée pour le réduire en une liqueur ſaline auſſi concentrée que celle qui eſt déſignée par la dénomination impropre d'huile de tartre par défaillance. Or ceci me paroît indiquer bien clairement, que la partie ſaline du zinc a plus d'affinité avec l'alkali volatil qu'avec l'alkali fixe; & cette différence d'analogie, de laquelle dépend ſans doute le phénomène précédent, n'a point été entrevue par M. Pott. Car ce Chimiſte ayant obtenu les mêmes effets, à la vérité par une voie détournée & bien moins immédiate que la précédente, il en eût vraiſemblablement indiqué la vraie cauſe, au lieu de préſenter ſimplement ces faits comme extraordinaires, curieux & dignes d'être médités. Voici le texte même de M. Pott : *ſolutio zinci in acido nitri a ſpiritu urinoſo præcipitatur quidem inſtar albiſſimi magiſterii : ſed affuſo copioſiore ſpiritu urinoſo denuo limpidè diſſolvitur... Sed hoc adhuc perquàm curioſum exiſtit, quòd ex hâc mixtione poſtmodum cum oleo tartari ſe præcipitari non ſinat, quo aliàs ociſſimè dejicitur. Quo effectu viſo idem experimentum cum ſolutione zinci tam in ſpiritu ſalis quàm in ſpiritu vitrioli eodem quoque cum effectu repetii; unde curioſæ obſervationes, & meditationes commixtionis ſolutionum metallicarum cum alcalibus abſque ullâ timendâ præcipitatione ſolutorum corporum a philochimicis deduci poterunt (i).*

5.° La diſſolution alkaline de zinc bien ſaturée & précipitée en gris foncé par la teinture de noix de gale *(k)*.

6.° L'acide acéteux diſtillé la précipite en blanc.

7.° Je mis dans un verre un peu de cette diſſolution de limaille de zinc bien ſaturée, étendue enſuite avec ſon poids égal du même alkali volatil employé à la première diſſolution. J'y verſai l'alkali fixe phlogiſtiqué; il ſe fit d'abord un précipité

(i) *Pott, de Zinco.*

(k) La teinture dont je me ſers dans toutes les expériences où je l'emploie eſt préparée avec l'eſprit-de-vin.

blanchâtre

blanchâtre aſſez abondant; j'étendis davantage le mélange avec l'eau diſtillée; j'y verſai enſuite un peu d'acide marin concentré. Il excita auſſitôt une vive effervefcence, & le précipité prit une couleur brune, qui, par l'affuſion d'une nouvelle quantité du même acide marin, devint promptement un beau bleu de Pruſſe.

Au premier coup-d'œil, & ſans faire auparavant attention à quelques circonſtances eſſentielles, on ſeroit d'abord induit à conſidérer la formation de ce bleu de Pruſſe, comme un indice de la préſence du fer dans le zinc. C'eſt l'opinion que quelques Chimiſtes, & ſur tout Henckel, avoient des principes conſtituans de ce minéral; mais je dois faire obſerver que l'eſprit de ſel dont je me ſervis pour cette première expérience, avoit une couleur rougeâtre foncée; qu'il n'avoit point été préparé dans mon laboratoire, & que par diverſes épreuves auxquelles je le ſoumis, je reconnus qu'il tenoit en diſſolution du fer, qui ſeul avoit déterminé la formation du bleu de Pruſſe. J'en eus une preuve complète & déciſive, lorſqu'un autre eſprit de ſel d'une belle couleur jaune, bien fumant, préparé avec ſoin dans mon laboratoire, d'abord à la manière de Glauber, enſuite rectifié ſur de nouveau ſel marin pur & décrépité, ayant été adapté à la même expérience répétée, je ne vis plus paroître de bleu de Pruſſe, ni même aucune teinte qui en approchât.

Cette ſeconde expérience ſervit encore à me faire connoître que le vitriol de zinc ou vitriol blanc du commerce, contient ordinairement un peu de fer qui lui eſt étranger. En effet, ſur une diſſolution de ce vitriol dans l'eau diſtillée, ayant verſé l'alkali fixe phlogiſtiqué, enſuite mon acide marin dont j'étois ſûr, il ſe developpa une teinte décidément bleue, mais un peu ſale.

Ceci m'engagea à extraire de quelques calamines que j'avois ſous la main la ſubſtance minérale qu'elles pouvoient contenir, avec l'acide vitriolique réduit à l'état d'eſprit de vitriol. Sur ces diſſolutions étendues encore avec l'eau diſtillée, ayant verſé l'alkali phlogiſtiqué, enſuite mon eſprit de ſel

dont j'étois sûr; il s'est toujours formé un vrai bleu de Prusse; & je n'en ai point obtenu en répétant l'expérience avec le vitriol de zinc artificiel préparé dans mon laboratoire par la dissolution du zinc métallisé : ce qui démontre que dans les calamines, qui sont de vraies mines de zinc, ordinairement la chaux de ce minéral se trouve réellement mêlée avec du fer, conformément à ce que les Minéralogistes disent en général de ce mélange.

On peut encore en conclure, que de quelque manière que l'on extraie par la fonte le zinc sous la forme métallique, soit de ses mines naturelles, qui sont les diverses calamines, soit de la mine de Goslar, & d'autres qui contiennent réellement du fer, on obtient toujours par une séparation spontanée le zinc pur & sans le moindre mélange de fer. D'où il semble résulter, que le zinc dans sa composition intime & essentielle ne participe en rien du fer proprement dit, contre l'opinion de Henckel & de quelques autres Chimistes : quoiqu'au fond le fer soumis à diverses épreuves, que je rapporterai ailleurs, paroisse à bien des égards avoir avec le zinc plus de similitude qu'aucune autre substance minérale.

8.° Sur une dissolution de vitriol bleu ou de cuivre dans l'eau distillée, je versai une bonne quantité de ma dissolution de zinc par l'alkali volatil. A l'instant du mélange la liqueur se troubla, & il se développa par degrés une belle couleur bleue très-intense, à mesure que le zinc se précipita, forcé d'abandonner l'alkali volatil, en cédant à l'affinité supérieure d'abord de l'acide vitriolique, ensuite à celle du cuivre, lorsque l'acide vitriolique saturé permit à ce métal d'agir à son tour sur la portion d'alkali volatil encore combinée avec le zinc. Ceci indique un plus grand rapport du cuivre que celui du zinc avec l'alkali volatil.

L'expérience suivante encore plus immédiate & plus directe le confirme.

Dans l'alkali volatil en liqueur, saturé de toute la quantité de zinc qu'il peut dissoudre, je tins plongées des lamines de cuivre; l'action réciproque fut quelque temps à se développer

& à se manifester : enfin, je vis les molécules de zinc se précipiter à mesure que la liqueur prit de plus en plus une teinte bleue.

Pour étendre davantage l'examen que j'ai entrepris de l'action dissolvante des alkalis volatils adaptés au zinc par toutes les voies possibles, je vais actuellement rechercher comment ces dissolvans agiront sur différens précipités du même minéral; c'est-à-dire, sur cette même matière déjà altérée par les précipitans, qui l'ayant dérangée de sa mixtion antérieure y ont substitué une portion de leur propre substance; car telle est la nature des précipités.

Je fis dissoudre du vitriol de zinc artificiel très-pur dans l'eau distillée. La dissolution fut partagée en deux portions; sur l'une je versai l'alkali fixe en liqueur; sur l'autre l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe. Chaque précipité ayant été lavé & bien édulcoré avec l'eau distillée, fut séché à une douce chaleur d'un bain de sable; le précipité par l'alkali fixe paroissoit un peu plus abondant, il étoit aussi un peu moins blanc que l'autre.

Un gros du précipité par l'alkali fixe fut dissout très-promptement & à froid, sans mouvement, sans développement sensible de chaleur, dans six gros d'alkali volatil en liqueur, dégagé par l'alkali fixe.

Pareille quantité du même précipité fut dissoute aussi vîte avec l'alkali volatil caustique, adapté en mêmes proportions : cette dissolution étoit un peu colorée; la précédente étoit très-claire & limpide. L'acide vitriolique versé sur ces dissolutions, occasionnoit un nouveau précipité, qui se redissolvoit sans nulle effervescence, lorsque l'on agitoit le mélange.

Voyons les effets de ces mêmes dissolvans sur le zinc, précipité du vitriol blanc par l'alkali volatil.

En employant pour les deux matières les mêmes proportions respectives que dans les expériences précédentes, l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe a redissout très-promptement & à froid tout le précipité. Cette dissolution, comparée à celle du premier précipité par l'alkali fixe, en diffère par

une couleur fortement ambrée, & parce qu'au bout de quelque temps elle a laiſſé dépoſer une aſſez bonne quantité de petits criſtaux très-purs, qui ſont un vrai ſel de zinc ammoniacal.

L'alkali volatil cauſtique verſé ſur le même précipité en fit la diſſolution avec autant de facilité & de promptitude; mais cette diſſolution conſervée dépoſa beaucoup de poudre couleur d'ocre.

Les phénomènes, tels que je viens de les expoſer, de ces diverſes diſſolutions du zinc précipité du vitriol blanc, offrent une différence très-remarquable, en ce que cette même chaux précipitée eſt rapidement & complètement diſſoute par l'alkali volatil cauſtique, qui n'agit point du tout ſur les fleurs de zinc, comme je le ferai obſerver plus particulièrement dans le Mémoire ſuivant.

Il paroît donc qu'ici la diſſolubilité de la chaux précipitée n'a lieu que par l'intermède des molécules vraiſemblablement ſalines, fournies par le précipitant, & tellement combinées avec le précipité, qu'elles n'en ſont jamais entièrement ſéparées par les lotions aqueuſes très-multipliées. D'où l'on peut encore inférer, d'une manière à la vérité moins directe, qu'en général les ſubſtances métalliques ne ſont peut-être plus ou moins ſolubles par les diſſolvans dont il s'agit dans les expériences précédentes, qu'autant qu'elles participent plus ou moins d'un caractère, que l'on peut regarder comme ſalin; & parmi ces ſubſtances, le zinc par lui-même, & ſans addition de matière étrangère paroît toujours avoir ce caractère prééminent.



MÉMOIRE SUR LES MOYENS DE CONDUIRE À PARIS UNE PARTIE DE L'EAU DES RIVIÈRES DE L'YVETTE ET DE LA BIÈVRE.

Par M. PERRONET.

NOUS devons au zèle patriotique de feu M. de Parcieux, à ses connoissances & à son goût particulier pour l'Hydraulique, le projet d'une des plus belles entreprises qui aient été conçues de notre temps, & qui lui a mérité les éloges du Public & sa reconnoissance.

Lû les 15 Nov. 1775 & 13 Janvier 1776.

Cet Académicien ayant considéré que les machines établies sur la Seine, & les sources qui donnent de l'eau aux habitans de Paris, n'en pouvoient fournir qu'une quantité très-insuffisante pour leurs besoins, crut ne pouvoir employer plus utilement ses talens & une partie de ses veilles qu'à la recherche des moyens de procurer à cette grande ville l'avantage le plus précieux qu'elle puisse devoir à l'industrie d'un Citoyen.

Il examina avec la plus grande attention les rivières & les sources les plus élevées qui sont aux environs de Paris, dans l'intention d'en trouver d'assez abondantes, que l'on pût faire arriver à la même hauteur à laquelle s'élève le bouillon d'eau d'Arcueil, dans le château-d'eau qui est situé près de l'Observatoire.

Le résultat de ses recherches fut que la rivière d'Yvette, en la prenant un peu au-dessus de Vaugien, à 14800 toises du carrefour de la rue neuve Notre-Dame & du marché Palu, d'où part la mesure des bornes milliaires, étoit la seule rivière

qui lui eût paru être assez élevée pour cela; il a trouvé qu'avec les ruisseaux & les sources que l'on pouvoit y réunir, cette rivière fourniroit au moins 1000 pouces lors des basses eaux, & même jusqu'à 2000 pouces dans d'autres temps de l'année, au moyen de plusieurs réservoirs & retenues d'eau, qu'il proposoit de former en différens endroits de son cours.

Cette eau ayant été analysée avec le plus grand soin par feu M. Hellot & M. Macquer, tous deux de cette Académie, & par cinq Commissaires de la Faculté de Médecine de Paris; le résultat de leurs opérations a été qu'elle étoit aussi salubre que l'est l'eau de la Seine, prise au-dessus de Paris : la différence sur le poids & sur quelques résultats chimiques ayant paru trop peu sensible à ces Messieurs pour les empêcher d'assimiler entièrement les qualités de ces différentes eaux.

Ces Messieurs ont aussi observé que la saveur d'eau de marais que quelques personnes ont reprochée à l'eau de l'Yvette, étoit accidentelle, étrangère, non inhérente, & qu'elle se dissipoit entièrement par la simple exposition à l'air.

M. de Parcieux a rendu un compte très-détaillé de son projet & de ses opérations, dans deux Mémoires qu'il a lûs aux Rentrées publiques de cette Académie les 13 Novembre 1762 & 12 du même mois 1766, & par un troisième Mémoire, lû en 1767 dans nos Assemblées particulières: ces Mémoires ont été imprimés & rendus publics, c'est pourquoi je ne crois pas devoir entrer ici dans un plus grand détail à ce sujet.

Je vais présentement rendre compte de ce qui s'est passé depuis la mort de M. de Parcieux, concernant ce même projet.

M. Maynon d'Invau, peu de temps après sa nomination au Contrôle général, crut aussi ne pouvoir rendre un plus grand service à la ville de Paris, que de lui procurer l'eau qui manque aux fontaines & dans les maisons pour les plus pressans besoins de ses habitans. Animé de zèle pour le bien public, ce Ministre proposa au feu Roi de faire terminer le

Projet de M. de Parcieux, & de le ſaire exécuter enſuite s'il devoit en réſulter tout l'avantage que cet Académicien avoit eu l'intention de procurer.

M. d'Invau propoſa également à Sa Majeſté d'employer les Ingénieurs des Ponts & Chauſſées, ſous les ordres de M. Trudaine, pour achever ce Projet; je fus nommé pour cet effet, par Arrêt du Conſeil d'État du 30 Juillet 1769, avec M. Chézy que j'avois demandé pour me ſeconder.

Nous nous ſommes occupés avec ſoin de ce travail; il vient d'être achevé, & nous allons expliquer ſommairement en quoi il conſiſte.

Les plans topographiques du cours de l'Yvette & d'une partie de la Bièvre, depuis Paris juſqu'à Chevreuſe d'une part, & au village de Bièvre de l'autre, ont été premièrement levés.

La quantité d'eau que pouvoit fournir l'Yvette, a été jaugée, en la prenant au-deſſus de Saint-Remi, à huit cents dix neuf toiſes du déverſoir de l'ancien moulin d'Étau près Vaugien, où M. de Parcieux ſe propoſoit de faire ſa priſe d'eau: nous avons compris dans cette jauge ce que pourroit fournir une retenue ou réſervoir d'eau de quarante arpens, que nous croyons convenable de faire ſur 6 pieds de hauteur au-deſſus du niveau de la priſe d'eau, ainſi que le produit des ruiſſeaux de Courbetin, de Port-royal, de Goutte-d'or & de Bures; nous avons reconnu que le tout donneroit au moins 1000 pouces dans les temps de la ſéchereſſe, & que cette quantité pourroit même monter au double dans un autre temps, ainſi que l'a annoncé M. de Parcieux, au moyen de la retenue d'eau dont nous venons de parler, & de celles qu'il propoſoit de former en d'autres endroits.

Nous avons également reconnu qu'il ſeroit poſſible de réunir à ces eaux 450 pouces de celle de la rivière de Bièvre, en y joignant les ruiſſeaux des Mathurins & de Vauxhalan; & cela au moyen d'une branche d'aqueduc de 2809 toiſes qui partiroit de Bièvre, & arriveroit dans celui de l'Yvette

un peu au-delà de Maſſy : le tout faiſant environ 1500 pouces en temps de ſéchereſſe.

A l'égard de l'eau de la Bièvre, elle a été analyſée par M.rs Macquer & Cadet; il réſulte du rapport de ces Académiciens, en date du 22 Novembre 1769, qu'elle eſt d'auſſi bonne qualité que le ſont les eaux de la Seine & de l'Yvette.

Nous obſerverons auſſi, que la rivière de Bièvre nous a paru aſſez abondante, pour, qu'indépendamment de cette priſe d'eau, qui ſeroit très-utile aux habitans de Paris, il doive en reſter encore aſſez pour l'uſage de la manufacture des Gobelins : mais dans le cas où elle en manqueroit, on pourroit lui donner, par une conduite particulière, toute celle dont elle auroit beſoin. On en uſeroit de même pour les établiſſemens les plus utiles du faubourg Saint-Marceau, qui ſe ſervent actuellement de l'eau de la Bièvre.

A l'égard des moulins qui pourront ſouffrir de la diminution du volume de l'eau ſur les rivières d'Yvette & de Bièvre, il ſera juſte que les propriétaires en ſoient dédommagés, & nous y avons eu égard dans le prix de notre eſtimation, ainſi que pour les bâtimens & terreins qui ſeront pris pour l'emplacement des aquéducs & canaux.

Le nivellement de ces rivières a été fait & vérifié pluſieurs fois avec un niveau à bulles d'air, de la bonté & de l'exactitude duquel l'un de nous a déjà rendu compte à l'Académie, ainſi qu'on peut le voir dans le cinquième volume des Mémoires des Savans étrangers.

Il réſulte de ces nivellemens, que la pente totale, depuis le même endroit où M. de Parcieux devoit faire ſa priſe d'eau, c'eſt-à-dire, au déverſoir de l'ancien moulin d'Étau, juſqu'au bouillon du château-d'eau d'Arcueil, eſt de 45 pieds 7 pouces 7 lignes, & de 34 pieds 2 pouces juſqu'au ſol de l'Obſervatoire, meſuré près & au-delà du ſeuil de la principale entrée, ſituée du côté du Nord : ce déverſoir eſt de 6 pieds 4 pouces plus bas que le fond du réſervoir, auquel nous nous propoſons d'établir la priſe d'eau, & cela, pour

pour faciliter le moyen de porter une partie de l'eau à l'Estrapade, ainsi que nous le dirons ci-après.

Ce bouillon d'eau d'Arcueil est de 97 pieds 8 pouces 1 ligne *(a)* plus élevé que les eaux les plus basses de la Seine, prise vis-à-vis les Invalides, de 16 pieds 8 pouces 1 ligne aussi plus élevé que l'arrivée de l'eau dans la cuvette de distribution du haut des pompes du pont Notre-Dame, ou de 51 pieds 8 pouces 1 ligne au-dessus du pavé du même pont, mesuré à l'entrée du bâtiment des pompes: enfin, de 11 pieds 5 pouces 7 lignes plus bas que le sol de l'Observatoire, mentionné ci-devant.

A l'égard de la prise d'eau de la rivière de Bièvre, elle sera faite à 48 pieds 9 lignes au-dessus du même bouillon d'eau d'Arcueil, à mesurer du fond du canal, & à 7900 toises du carrefour de la rue neuve Notre-Dame & du marché Pallu, mentionné ci-devant.

L'aquéduc de l'Yvette doit avoir 17352 toises de longueur, dont 15141 toises seront faites à découvert, & 2211 toises, en quinze parties, passeront sous terre, comme cela s'est pratiqué pour conduire à Versailles l'eau de l'étang de Trapes, par un aquéduc de 750 toises de longueur, qui passe à 84 pieds sous le sommet de la butte de Sataury.

Nous proposons de donner à l'aquéduc de la partie supérieure de l'Yvette, 4 pieds de largeur dans le fond, & 5 pieds dans le haut, le tout mesuré dans œuvre, sur 5 pieds de hauteur, & de donner un pied de plus de largeur pour la partie dans laquelle les eaux de la Bièvre se trouveront réunies à celles de l'Yvette.

La pente de l'aquéduc de l'Yvette, doit, en général, être réglée à raison de 15 pouces par mille toises, mais dans les souterrains & les aquéducs élevés au-dessus de terre, où il

---

(a) M. de Parcieux avoit trouvé 95 pieds 9 pouces; la différence, qui est de 1 pied 11 pouces, doit etre principalement attribuée à la pente qu'a la Seine entre le pont de l'Hôtel-Dieu, vis-à-vis lequel cet Académicien avoit terminé son nivellement, & les Invalides.

conviendra, pour faire moins de dépenſe, de réduire la largeur de ces aquéducs : nous avons eu l'attention d'en augmenter la pente, pour que la même quantité d'eau puiſſe également y paſſer.

La vîteſſe de l'eau dans l'aquéduc, dont la pente aura été réglée ſur le pied de 15 pouces par mille toiſes, ſera, d'après des expériences que nous avons faites, d'environ un pied par ſeconde; ſi l'on ſuppoſe que l'eau ne s'élève ordinairement qu'à 3 pieds 6 pouces dans cet aquéduc, il paſſera 18 pieds 8 pouces $\frac{3}{5}$ cubes par ſeconde dans la partie la plus large, ce qui donnera 2840 pouces $\frac{5}{6}$ d'eau *(b)*, & c'eſt à peu-près la quantité que pourront fournir toutes les eaux dans les temps où elles ſeront les plus abondantes.

Les autres principaux Ouvrages qui ſeront faits: ſont, un aquéduc près Tourvoye, traverſant la vallée de Rungis, de 318 toiſes de longueur; il ſera compoſé d'arcades en plein ceintre, de 60 pieds de diamètre, & d'autres en forme de ſegmens des mêmes arcades, le tout au nombre de vingt-cinq; il aura 64 pieds de hauteur dans le milieu de ſa longueur.

L'aquéduc actuel d'Arcueil, fait par les ordres de la reine Marie de Médicis, ſur 165 toiſes de longueur ; cet édifice étant très-ſolide, on l'élargira ſur ces piliers buttans, & on l'élèvera pour y faire paſſer toute l'eau que l'on ſe propoſe de conduire à Paris, en formant un nouveau canal au-deſſus de celui de l'eau d'Arcueil, dont le cours ne ſeroit point interrompu, & cela, au lieu de conſtruire, comme on l'avoit propoſé, un nouvel aquéduc, parallèlement à celui de Médicis, qui auroit eu 76 pieds de hauteur dans le milieu de ſa longueur, aux riſques même de ne pas trouver, pour l'établir, un fond qui fût également ſolide à cauſe des fouilles qui ont été faites anciennement dans les environs d'Arcueil, pour en tirer la pierre.

Enfin la conſtruction d'un Château-d'eau, près le carrefour

(b) Un pouce d'eau donne 72 muids en vingt-quatre heures, chacun de 8 pieds cubes, ou de 288 pintes, meſure de Paris.

de la route d'Orléans & du nouveau Boulevart, un peu au-delà de l'Obſervatoire en partant de Paris.

L'eau arriveroit à ce Château-d'eau, à 12 pieds 11 pouces 4 lignes au-deſſus du bouillon d'eau d'Arcueil, & à 23 pieds 11 pouces 1 ligne auſſi au-deſſus de ce même bouillon d'eau, en la prenant un peu au-delà du Château-d'eau avant ſa chute, dans un filtre de ſable de 10 pieds 6 pouces 9 lignes de hauteur, qui ſeroit fait pour la purifier; ce qui donnera la facilité de porter une partie de cette eau au ſommet de l'Eſtrapade, qui eſt plus élevé de 13 pieds 1 pouce 6 lignes que le bouillon d'eau d'Arcueil, & d'en diſtribuer dans ce quartier le plus élevé de Paris, qui en manque entièrement. Pour cet effet, on prendra l'eau néceſſaire au-delà de ce filtre, & on la fera paſſer dans un autre qui ſera moins profond.

Nous avons achevé notre travail, par le devis & le détail eſtimatif, & le deſſin de tous les ouvrages d'art.

La dépenſe totale doit, ſuivant notre eſtimation, monter avec les indemnités, à ſept millions huit cents vingt-ſix mille deux cents neuf livres, compris les 2809 toiſes de longueur qu'aura l'aquéduc de la Bièvre, & tout ce qu'il y aura à faire généralement pour amener à Paris, comme nous l'avons déjà dit, environ deux mille pouces d'eau, compenſation faite des temps de ſéchereſſe & de pluie; ce qui fera plus de cinquante pintes par jour pour chaque Habitant, lors même que le nombre en ſeroit porté à huit cents mille.

Il eſt facile de concevoir combien une pareille quantité d'eau, qui ſeroit décuple de celle dont on jouit préſentement par les fontaines publiques & les conduites particulières de l'intérieur des maiſons, ſeroit avantageuſe, tant pour l'uſage ordinaire des Habitans, que pour la ſalubrité de l'air qui devient mal ſain, dans de certains quartiers trop reſſerrés & peuplés, faute de la propreté que l'eau coulante dans les rues, & celle qui ſeroit diſtribuée dans les maiſons, pourroit y procurer.

Pour que le tracé que nous avons fait ſur le terrein, de l'emplacement des aquéducs, de celui des ponts & autres

ouvrages d'art, ainſi que les nivellemens, d'après leſquels la pente de chaque partie doit être réglée, ſoient conſtatés & conſervés juſqu'au temps auquel on poura entreprendre ce travail; M. Trudaine a fait planter & ſceller ſur le terrein deux cents vingt-deux bornes de grès, ſur leſquelles on a gravé des fleurs de-lys & des numéros, qui ſont relatifs au plan de ces aquéducs; ce plan que M. Trudaine a auſſi fait graver, eſt joint au préſent Mémoire, ainſi qu'une Table ſervant à indiquer la hauteur ou profondeur à laquelle doit être établi le pavé du fond de chaque partie des aquéducs, à meſurer d'après la tête de ces bornes, pour qu'ils aient les pentes que l'on s'eſt propoſé de leur donner, ainſi qu'elles ſont expliquées par le devis; au moyen de quoi on ſeroit dès-à préſent en état d'entreprendre la conſtruction de cet important ouvrage, ſi on le jugeoit à propos.

Lorſque l'eau ſera arrivée au nouveau Château-d'eau, il faudra encore la diſtribuer dans différens quartiers de Paris. Les conduites qui portent l'eau aux fontaines actuelles pourront recevoir une plus grande quantité d'eau, mais il faudra établir de nouvelles conduites & de nouvelles fontaines.

La dépenſe pour l'exécution de la première partie de ce Projet, pourra rentrer par la vente de cinq cents cinquante pouces d'eau, en ne l'eſtimant même que ſur le pied de cent livres la ligne *(c)*, moitié de la valeur de celle dont la Ville a diſpoſé.

On ſubviendroit de même à la dépenſe des nouvelles conduites & des fontaines, par la vente que l'on pourroit faire d'une plus grande quantité d'eau, ſans que l'on eût à craindre d'en manquer pour les fontaines publiques.

Nous penſons qu'après cette vente totale, il reſteroit encore au moins cinq à ſix cents pouces d'eau pour les fontaines, au lieu de quatre-vingt-quinze ou cent pouces au plus que donnent par leurs robinets extérieurs les ſoixante fontaines qui ſont actuellement conſtruites.

(c) Une ligne donne un demi-muid d'eau en vingt-quatre heures.

Les Propriétaires des maisons se trouveroient bien dédommagés des frais de l'acquisition de cette eau, & des conduites particulières qu'ils auroient à faire pour l'amener chez eux, parce qu'ils seroient affranchis pour toujours, ainsi que leurs Locataires, de la nécessité où ils sont d'acheter journellement l'eau dont ils peuvent avoir besoin.

Nous croyons devoir parler ici de l'objection, qui a paru s'accréditer contre le Projet de M. de Parcieux.

On a prétendu qu'il seroit préférable d'élever l'eau de la Seine à la hauteur seulement que pourroient l'exiger les différens quartiers de Paris, en y employant des pompes à feu; c'est en effet la machine la plus ingénieuse, & qui paroîtroit le mieux convenir pour cette destination.

M. Lavoisier a examiné par ordre de l'Académie, avec toute la sagacité & l'intelligence qu'on lui connoît, à combien pourroit monter la dépense & l'entretien annuel de cinq pompes à feu, qu'il seroit, suivant cet Académicien, nécessaire d'établir, ainsi que deux pompes de relais, pour élever 2000 pouces d'eau; il a eu égard dans ses calculs, aux changemens qu'il y auroit à faire sur la dépense, à proportion des différentes hauteurs auxquelles on voudroit élever l'eau.

Nous adopterons avec M. Lavoisier, la hauteur réduite de 70 à 80 pieds au-dessus des plus basses eaux de la Seine, qui paroît convenir pour porter l'eau aux différens quartiers de Paris; & nous conclurons avec lui, d'après ses calculs qui sont établis sur des faits incontestables, comme il sera facile de le connoître par le Mémoire que l'on trouvera dans la deuxième partie du Volume de l'année 1772, de cette Académie, que pour élever les 2000 pouces d'eau que les aquéducs de l'Yvette & de la Bièvre pourront conduire le plus ordinairement à Paris, il en coûteroit annuellement quatre cents trente-trois mille livres, ce qui, au denier Vingt, formeroit un capital de huit millions six cents soixante mille sept cents livres, sans y comprendre les frais de conduite d'eau & des fontaines à construire.

Il suit de ce calcul, qu'en employant les Pompes à feu,

il en coûteroit au moins huit cents mille livres de plus qu'en construisant les aquéducs proposés; on a supposé d'ailleurs que le charbon de terre, qui est évalué à cinquante livres la voie, ne payeroit qu'un demi-droit d'entrée, qui est de dix livres; mais il seroit bien difficile peut-être d'obtenir cette remise au préjudice des Titulaires des Offices, auxquels ces droits ont été aliénés, & dont une partie est affectée au payement de leurs gages. Il faut considérer encore que la consommation du charbon de terre qui iroit à plus de seize milliers pesant, par jour, en supposant que l'on pût toujours se procurer une quantité suffisante de cette matière, en augmenteroit vraisemblablement le prix, ainsi que l'observe M. Lavoisier; cet Académicien fait aussi envisager, comme une chose digne de la plus grande attention, la mauvaise odeur de la fumée que pourra répandre sur Paris, la combustion continuelle d'une aussi grande masse de charbon, & qu'il y auroit peut-être à craindre, de plus, que la quantité considérable de soufre, d'alkali volatil & d'huile empyreumatique, qui s'en exhaleroit, ne nuisît à la santé des habitans de cette Capitale.

L'exécution du Projet de M. de Parcieux, ne présente aucun de ces inconvéniens; il a de plus l'avantage essentiel que pendant un nombre de siècles, le cours de l'eau ne pourra être interrompu, ni les ouvrages dégradés, étant faits avec la solidité & l'attention qui sont prescrites par notre Devis.

En finissant ce Mémoire, nous devons rendre justice à l'exactitude que noûs avons reconnue dans le travail de M. de Parcieux, qui sans avoir levé les plans topographiques, fait les nivellemens du cours de l'Yvette, non plus que les devis & détails estimatifs de l'ouvrage, étoit parvenu, par sa sagacité & son application à bien indiquer les endroits par lesquels il convenoit de faire passer l'aquéduc, & à établir à peu-près la dépense, ainsi que la possibilité, que nous avons également reconnue de son exécution.

*TABLE DU NIVELLEMENT du dessus des bornes qui ont été scellées sur le cours des Aquéducs ou Canaux projetés pour conduire à Paris une partie de l'eau des rivières de l'*Yvette, *de* Bièvre *&* *du ruisseau de* Bures.

ON suppose dans cette Table, que le canal de l'Yvette commencera à la sortie de l'étang à faire en-deçà de Chevreuse, où l'eau, venant de Courbetin, sera amenée par une rigole particulière; & que depuis cet étang de Chevreuse, jusqu'à la prise d'eau du ruisseau du moulin de Tourvoye, la pente est de 4 pouces.

On a indiqué dans la dernière colonne, par ce signe —, les endroits où le fond du canal passera au-dessus de la tête de ces bornes.

CANAL DE L'YVETTE.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*			
1......	....	49.	11.	9.	*Le Canal commence à la troisième borne.*		
2......	.....205.....	46.	9.	7.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
3......	......96.....	47.	3.	″	6.	9.	″
4......	......51.....	53.	9.	″	13.	3.	″
5......	.....168.....	55.	4.	6.	15.	″	5.
6......	......35.....	49.	″	6.	8.	8.	5.
7......	......43.....	47.	6.	″	7.	3.	11.
8......	.....52.....	47.	3.	11.	7.	1.	10.
9......	......38.....	47.	10.	11.	7.	8.	10.
10......	......66.....	47.	5.	4.	7.	3.	3.
11......	.....120.....	49.	3.	1.	9.	4.	10.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
12......	......33.....	47.	//	6.	7.	2.	3.
13......	......50.....	45.	9.	6.	5.	11.	3.
14......	......24.....	47.	//	10.	7.	2.	7.
15......	......43.....	52.	//	4.	12.	2.	1.
16......	......55.....	47.	5.	2.	7.	9.	11.
17......	......85.....	47.	1.	2.	7.	5.	11.
18......	.....167.....	57.	8.	8.	8.	4.	5.
19......	.....394.....	44.	7.	7.	5.	9.	4.
20......	......90.....	48.	2.	2.	9.	3.	11.
21......	......88.....	46.	1.	11.	7.	6.	8.
22......	......45.....	46.	3.	9.	7.	8.	6.
23......	.....109.....	47.	6.	7.	8.	11.	4.
24......	..... 47.....	47.	4.	4.	9.	//	1.
25......	......40.....	46.	//	5.	7.	8.	2.
26......	.....205.....	51.	7.	4.	13.	6.	1.
27......	.....67.....	45.	11.	1.	7.	9.	10.
28......	......70.....	45.	3.	2.	7.	1.	11.
29......	......55.....	45.	10.	4.	8.	//	1.
30......	......63.....	48.	4.	//	10.	5.	9.
31......	.....118.....	45.	9.	11.	8.	2.	8.
32......	......45.....	44.	4.	11.	6.	9.	8.
33......	......32.....	44.	11.	4.	7.	4.	1.
34......	......76.....	45.	8.	5.	8.	1.	2.
35......	......33.....	46.	4.	9.	9.	//	6.
36......	.....164.....	44.	//	5.	6.	9.	8.
37......	......42.....	44.	//	2.	6.	10.	11.
38......	......40.....	44.	4.	//	7.	2.	9.
39......	......50.....	45.	6.	11.	8.	5.	8.
40......	......32.....	44.	2.	5.	7.	1.	2.

NUMÉROS

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
41	30	44.	6.	2.	7.	4.	11.
42	47	47.	11.	10.	11.	1.	7.
43	80	52.	4.	8.	15.	6.	5.
44	32	49.	6.	11.	12.	8.	8.
45	198	51.	8.	2.	15.	2.	5.
46	104	46.	5.	2.	9.	11.	5.
47	133	43.	8.	11.	7.	7.	8.
48	52	45.	3.	3.	9.	2.	//
49	24	45.	10.	2.	9.	8.	11.
50	30	43.	2.	7.	7.	4.	4.
51	16	42.	9.	7.	6.	11.	4.
52	32	42.	9.	4.	6.	11.	1.
53	27	42.	9.	1.	6.	10.	10.
54	68	44.	1.	7.	8.	3.	4.
55	35	42.	2.	3.	6.	7.	//
56	41	42.	5.	4.	6.	10.	1.
57	52	42.	8.	6.	7.	1.	3.
58	102	42.	3.	7.	6.	8.	4.
58, *bis*	42	38.	9.	10.	3.	5.	7.
59	89	42.	2.	1.	6.	9.	10.
60	68	43.	1.	7.	7.	9.	4.
61	32	42.	3.	7.	6.	11.	4.
62	60	41.	8.	1.	6.	6.	10.
63	87	40.	11.	10.	5.	10.	7.
64	50	40.	//	7.	4.	11.	4.
65	78	40.	10.	5.	6.	//	2.
66	21	38.	1.	3.	3.	3.	//
67	120	48.	5.	2.	13.	6.	11.
68	56	40.	//	9.	5.	5.	6.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
69......	......73......	47.	3.	3.	12.	8.	//
70......	.....175.....	55.	5.	//	21.	2.	3.
71......	......86.....	59.	1.	//	24.	10.	3.
71, *bis*..	.....143.....	39.	9.	1.	5.	10.	10.
72......	.....100.....	40.	1.	11.	6.	3.	8.
73......	......43.....	39.	9.	7.	6.	2.	4.
74......	......48.....	40.	1.	10.	6.	6.	7.
75......	......31.....	40.	5.	4.	6.	10.	1.
76......	......41.....	40.	8.	10.	7.	1.	7.
77......	......48.....	40.	2.	6.	6.	7.	3.
78......	......40.....	40.	1.	4.	6.	9.	1.
79......	.....48.....	39.	4.	4.	6.	//	1.
80......	......25.....	39.	//	2.	5.	7.	11.
81......	......29.....	39.	5.	6.	6.	1.	3.
82......	......24.....	41.	11.	8.	8.	7.	5.
83......	.....105.....	44.	5.	8.	11.	4.	5.
84......	......77.....	41.	//	//	7.	10.	9.
85......	......54.....	41.	2.	8.	8.	1.	5.
86......	......28.....	36.	5.	10.	3.	4.	7.
87......	.....300.....	38.	6.	1.	5.	10.	10.
88......	......63.....	37.	6.	4.	4.	11.	1.
89......	.....180.....	38.	5.	2.	6.	//	11.
90......	......67.....	39.	1.	4.	6.	9.	1.
91......	......25.....	40.	3.	4.	7.	11.	1.
92......	......26.....	35.	5.	8.	3.	4.	5.
93......	......31.....	38.	3.	7.	6.	2.	4.
94......	.....104.....	37.	10.	1.	5.	8.	10.
95......	......70.....	37.	9.	8.	5.	11.	5.
96......	......62.....	39.	7.	8.	7.	9.	5.

NUMÉROS gravés ſur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-deſſus du ſol de l'Obſervatoire.			HAUTEUR des bornes, au-deſſus ou au-deſſous du pavé du fond du Canal.		
	toiſes.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
97......	......110......	39.	8.	7.	7.	10.	4.
98......	......80......	37.	10.	2.	6.	2.	11.
99......	......30......	37.	10.	7.	6.	3.	4.
100......	......19......	37.	5.	″	5.	9.	9.
101......	......18......	39.	7.	8.	8.	″	5.
102......	......27......	42.	7.	10.	11.	″	7.
103......	......16......	35.	1.	10.	3.	6.	7.
104......	......138......	37.	11.	8.	6.	7.	5.
105......	......56......	45.	″	2.	13.	7.	11.
106......	......95......	35.	7.	10.	4.	6.	7.
107......	......98......	45.	4.	10.	14.	3.	7.
108......	......75......	39.	2.	3.	8.	4.	″
109......	......45......	40.	″	5.	9.	2.	2.
110......	......33......	36.	″	4.	5.	2.	1.
111......	......17......	33.	6.	5.	2.	8.	2.
112......	......10......	36.	4.	8.	5.	6.	5.
113......	......144......	56.	6.	2.	25.	11.	11.
114......	......177......	45.	6.	4.	15.	6.	1.
115......	......122......	35.	8.	7.	5.	8.	4.
116......	......48......	33.	4.	8.	3.	4.	5.
117......	......105......	36.	2.	10.	6.	5.	7.
118......	......80......	53.	10.	6.	24.	3.	3.
119......	......382......	Borne d'alignement, placée à environ 115 pieds au-deſſus du ſol de l'Obſervatoire.					
120......	......421......	48.	5.	9.	22.	10.	6.
121......	......120......	36.	11.	7.	11.	10.	4.
122......	......146......	32.	7.	2.	7.	5.	11.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
123......	......160......	30.	8.	7.	6.	1.	4.
123, *bis*..	......103......	32.	2.	3.	7.	10.	//
124......	......66......	31.	//	8.	6.	8.	5.
125......	......89......	26.	9.	10.	2.	5.	7.
126......	......175......	30.	6.	2.	6.	4.	11.
127......	......548......	32.	3.	5.	8.	11.	2.
128......	......283......	29.	7.	8.	6.	6.	5.
129......	......50......	33.	2.	7.	10.	4.	4.
130......	......39......	34.	9.	//	11.	10.	9.
131......	......18......	35.	2.	1.	12.	3.	10.
132......	......54......	38.	1.	2.	15.	2.	11.
133......	......55......	28.	//	7.	5.	5.	4.
134......	......57......	29.	//	10.	6.	5.	7.
135......	......143......	29.	9.	//	7.	4.	9.
136......	......112......	29.	9.	10.	7.	5.	7.
137......	......71......	32.	7.	10.	10.	6.	7.
138......	......117......	28.	10.	9.	6.	11.	//
139......	......526......	31.	9.	8.	12.	3.	11.
140......	......110......	35.	1.	11.	16.	2.	2.
141......	......87......	29.	5.	6.	10.	11.	9.
142......	......217......	36.	2.	1.	18.	1.	//
143......	......94......	22.	7.	//	4.	5.	11.
144......	......39......	23.	1.	8.	5.	//	7.
145......	......94......	22.	10.	7.	5.	//	6.
146......	......43......	23.	3.	5.	5.	5.	4.
146, *bis*..	......57......	23.	8.	//	5.	9.	11.
147......	......47......	22.	8.	7.	4.	10.	6.
148......	......50......	19.	11.	//	2.	3.	11.
148, *bis*..	......33......	20.	4.	10.	2.	9.	9.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
149......	......82.....	22.	2.	2.	4.	7.	1.
150......	......59.....	21.	11.	4.	4.	4.	3.
151......	......82.....	23.	1.	2.	5.	9.	1.
152......	.....179.....	21.	//	3.	3.	11.	2.
153......	.....483.....	20.	5.	//	3.	9.	11.
154......	......65.....	21.	2.	5.	4.	7.	4.
155......	......32.....	19.	5.	11.	3.	1.	10.
156......	.....488.....	15.	//	9.	— //	9.	3.
157......	.....165.....	18.	5.	7.	3.	1.	6.
158......	......57.....	18.	11.	6.	3.	7.	5.
159......	......51.....	19.	5.	10.	4.	1.	9.
159, *bis*..	......59.....	21.	2.	1.	6.	1.	//
160......	......73.....	19.	3.	3.	4.	2.	2.
161......	......45.....	22.	//	//	6.	10.	11.
162......	......66.....	25.	5.	1.	10.	4.	//
163......	......60.....	19.	1.	7.	4.	3.	6.
164......	......61.....	25.	7.	6.	10.	9.	5.
165......	......40.....	19.	3.	//	4.	4.	11.
166......	.....347.....	16.	9.	10.	1.	11.	9.
167......	......77.....	17.	//	2.	3.	11.	1.
168......	......53.....	16.	11.	4.	3.	10.	3.
169......	......33.....	16.	11.	7.	4.	4.	6.
169, *bis*..	......67.....	25.	2.	11.	12.	7.	10.
170......	.....246.....	16.	7.	8.	5.	2.	1.
171......	.....290.....	16.	6.	6.	5.	9.	11.
172......	.....116.....	17.	4.	11.	6.	8.	4.
173......	.....200.....	17.	3.	3.	6.	9.	8.
174......	.....102.....	14.	9.	//	4.	6.	5.
175......	.....287.....	9.	4.	8.	— //	9.	11.

Numéros gravés sur les bornes.	Distance d'une borne à l'autre.	Hauteur des bornes, au-dessus du sol de l'Observatoire.			Hauteur des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
176......	......97.....	10.	3.	8.	//	7.	1.
177......	.....192.....	13.	1.	11.	3.	11.	4.
178......	.....262.....	7.	8.	9.	— //	8.	9.
179......	......31.....	1.	9.	5.	3.	10.	7.
180......	......65.....	4.	9.	//	7.	3.	2.
RUISSEAU DE BURES.							
1.......	....	46.	11.	11.	— 2.	1.	10.
2.......	......60.....	46.	9.	1.	— 2.	4.	8.
3.......	......49.....	46.	11.	1.	— 1.	5.	8.
4.......	......44.....	46.	5.	4.	— 1.	11.	5.
5.......	.....104.....	48.	7.	3.	1.	8.	5.
6.......	......40.....	46.	4.	//	— //	6.	9.
7.......	......44.....	45.	11.	1.	— //	11.	8.
8.......	......30.....	41.	8.	8.	— 4.	5.	1.
9.......	......28.....	45.	5.	10.	— //	7.	11.
10.......	......20.....	45.	6.	6.	— //	7.	3.
11.......	......35.....	45.	4.	5.	— //	9.	4.
12.......	......75.....	45.	7.	5.	//	2.	7.
13.......	......39.....	45.	4.	10.	//	9.	//

RIVIÈRE DE LA BIÈVRE,

Dont le Canal doit se rendre dans l'Aquéduc de l'Yvette.

NUMÉROS gravés sur les bornes.	DISTANCE d'une borne à l'autre.	HAUTEUR des bornes, au-dessous du sol de l'Observatoire.			HAUTEUR des bornes, au-dessus ou au-dessous du pavé du fond du Canal.		
	toises.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
1	306	38.	7.	2.	2.	9.	″
2	120	37.	10.	4.	2.	3.	2.
2, *bis*	172	37.	3.	10.	2.	2.	8.
3	203	38.	7.	7.	3.	6.	4.
4	73	38.	11.	8.	4.	4.	5.
4, *bis*	68	40.	1.	7.	5.	9.	4.
5	90	36.	10.	9.	2.	9.	6.
5, *bis*	82	37.	7.	7.	3.	9.	5.
6	78	38.	7.	1.	4.	8.	10.
6, *bis*	42	39.	3.	2.	5.	7.	11.
7	75	37.	2.	″	3.	6.	10.
8	45	37.	2.	1.	3.	9.	10.
9	60	37.	11.	8.	4.	10.	6.
10	78	36.	3.	4.	3.	2.	2.
11	82	35.	10.	7.	3.	″	4.
12	74	36.	3.	2.	3.	8.	″
13	115	37.	1.	8.	4.	9.	5.
14	471	33.	″	9.	1.	8.	7.
15	78	33.	4.	10.	2.	3.	8.
16	48	32.	7.	1.	1.	8.	10.
17	102	30.	2.	3.	— ″	4.	11.
18	289	35.	9.	3.	5.	11.	″

MÉMOIRE
SUR
PLUSIEURS SELS AMMONIACAUX.

Par M. DE LASSONE.

Lû le 17 Mai 1775.

LA Halotechnie, cette partie de la Chimie qui comprend toutes les ſubſtances ſalines des trois règnes, offre le champ le plus vaſte & le plus fécond pour les expériences & pour les recherches, parce que les combinaiſons que l'on peut varier & multiplier de tant de manières, n'ont preſque pas de bornes; les unes ſont abſolument inconnues; d'autres ne ſont encore connues qu'imparfaitement. Je me propoſe ici d'en donner quelques exemples, en jetant un coup d'œil ſur pluſieurs ſels ammoniacaux; quoiqu'il exiſte déjà dans les Ouvrages des Chimiſtes, certains indices de ces opérations, je crois pouvoir les faire encore mieux connoître par les obſervations & les remarques nouvelles, qui vont être expoſées dans une ſuite de ſections.

§. I.

Sur le Sel Ammoniacal acéteux.

ON ſait que le ſel ammoniacal acéteux eſt ordinairement préparé en ſaturant avec le vinaigre diſtillé l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe; la liqueur réſultante de la ſaturation réciproque de ces deux ſels l'un par l'autre, eſt ce que l'on nomme *Eſprit de Minderet.*

La plupart des Chimiſtes prétendent que l'on ne peut obtenir ſous une forme concrète ce ſel ammoniacal, ſoit en faiſant évaporer la liqueur ſaturée juſqu'au point où l'on doit procéder à la criſtalliſation, ſoit en diſtillant, pour obtenir à la fin un ſublimé ſalin concret. On ſoutient que dans ces deux cas cette eſpèce de ſel neutre ammoniacal reſte toujours

fluor.

fluor. Quelques Chimiſtes avancent, au contraire, que le ſel ammoniacal acéteux, ou l'eſprit de Minderet, préparé ſelon le procédé vulgaire & connu, donne de vrais criſtaux à la ſuite d'une évaporation lente & bien ménagée. En dernier lieu, M. Baumé, dans ſa Chimie qu'il vient de publier, l'affirme d'après ſa propre expérience.

Si l'aſſertion auſſi poſitive d'un habile Chimiſte, eſt d'un grand poids, il n'en eſt pas moins vrai que le procédé, quoiqu'il paroiſſe ſimple, doit offrir des difficultés réelles; puiſqu'en le ſuivant à la lettre, la plupart des Chimiſtes ont échoué, & conſéquemment ont pris le parti de nier le fait. Moi-même, quoique perſuadé que la criſtalliſation de ce ſel eſt poſſible, j'avoue que malgré les ſoins & les attentions, je n'ai jamais réuſſi avec l'eſprit de Minderet, ſoit qu'il ait été préparé ou avec l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe, ou avec celui qui avoit été dégagé par la craie; à plus forte raiſon avec l'alkali volatil cauſtique ou *fluor,* dégagé par la chaux.

On peut, ce me ſemble, préſumer que la difficulté d'obtenir des criſtaux ſolides ou concrets de ce ſel, dépend de deux cauſes principales.

1.° L'acide acéteux contient dans ſa mixtion intrinsèque beaucoup de principe aqueux; ce qui le rend bien plus foible que les autres acides.

2.° Il a de plus, dans ſa combinaiſon primitive beaucoup de matière huileuſe, qui affoiblit encore ſon action.

Cette manière d'être de l'acide acéteux, doit ſans doute empêcher qu'il ne puiſſe former une combinaiſon forte & profonde avec la baſe alkaline : c'eſt ce qui arrive à l'acide, même vitriolique, quand il eſt dans l'état d'acide ſulfureux; & c'eſt auſſi la raiſon pourquoi l'évaporation au bain de ſable, quelque modérée que ſoit la chaleur, pour procurer le rapprochement & la concentration de la liqueur, qui tient en diſſolution les deux ſels combinés, fait démêler diſtinctement par l'odorat l'une & l'autre ſubſtance; c'eſt-à-dire l'acide acéteux & l'alkali volatil, qui ſe volatiliſent à meſure que

l'évaporation continue à ſe faire; de manière que toute la liqueur, avec les deux ſels qu'elle contient, diſparoiſſent totalement en forme de vapeur, laquelle étant retenue par un chapiteau, ne laiſſe aucune trace ſenſible d'un ſel ſublimé & concret.

Tout ceci paroît confirmé par les obſervations ſuivantes que j'ai faites & réitérées en travaillant ſur l'eſprit de Minderet.

1.° Lorſque par le mélange ſucceſſif de l'eſprit acéteux & de l'alkali volatil, on eſt parvenu à une ſaturation exacte & complète, ce que la ſaveur & les autres indices font reconnoître; ſi l'on diſtille doucement la liqueur, il ne paſſe d'abord qu'un fluide rapide, peu odorant & preſque inſipide; la liqueur ſaline qui reſte ſe trouve rapprochée, & conſerve bien les caractères de ſon état neutre : ſa ſaveur, quoique très-pénétrante, eſt vraiment ſaline; mais ſi l'on remet cet eſprit ainſi concentré dans une capſule découverte, & qu'on l'abandonne à l'impreſſion de l'air libre, pour procurer une évaporation inſenſible, bientôt le mixte ſalin ſouffre une vraie décompoſition: l'alkali volatil ſe ſépare, s'échappe, & le réſidu prend une ſaveur décidément acide. Si, au contraire, on continue la diſtillation, la liqueur ſaline concentrée paſſe toute entière limpide, en conſervant ſans altération ſon caractère bien neutre; mais abandonnée enſuite à l'action de l'air libre elle ſe décompoſe auſſi & devient acide : tous ces effets ont lieu en traitant par les mêmes procédés l'eſprit de Minderet compoſé, comme on le pratique quelqueſois, avec l'alkali volatil *fluor* dégagé par la chaux.

Ces faits apprennent, 1.° que la combinaiſon entre les parties ſalines qui conſtituent l'eſprit de Minderet n'eſt qu'imparfaite & pour ainſi dire ſuperficielle : 2.° que le moyen d'avoir l'eſprit de Minderet le meilleur & le plus efficace, ſeroit ſans doute de procéder par la diſtillation, ſur-tout ayant ſoin de ſéparer la première liqueur qui eſt preſque inſipide; car la dernière liqueur concentrée qui paſſe claire & limpide, quoique plus colorée, ne perdra point ſon caractère ſalin, pourvu qu'elle ſoit conſervée dans un flacon bien

bouché, & ce nouvel eſprit de Minderet ſera ſans doute très-ſupérieur par ſes vertus & ſes propriétés médicinales. 3.° On doit en inférer, que ſi l'eſprit de Minderet ordinaire peut réellement fournir des criſtaux ou un vrai ſel ammoniacal acéteux concret, cet effet n'a lieu vraiſemblablement que par le concours de quelque circonſtance particulière, ou de ce que l'on appelle en Chimie, *quelque tour de main*, qui peut-être ne conſiſte qu'en une évaporation lente & inſenſible d'un très-grand volume de cette liqueur ſaline bien ſaturée.

On pourroit donc propoſer encore en problème la formation d'un ſel ammoniacal acéteux concret, plus parfait & par une voie plus ſûre, plus facile & plus courte.

Pour réſoudre rigoureuſement ce problème, il faut 1.° n'employer que l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe, ou par la craie, comme le plus pur : 2.° Il paroîtroit néceſſaire que l'acide acéteux eût ſa mixtion intrinsèque plus favorablement diſpoſée, ou ce qui revient au même, qu'il pût être approprié, pour lui faire contracter une union plus intime & plus forte avec la baſe alkaline ; & c'eſt ici, je penſe, l'objet principal.

Ce point de vue que la théorie indique, préſente d'abord le vinaigre radical, comme l'acide acéteux le plus convenable au procédé que l'on cherche. Il eſt très-déflegmé, peut-être même privé d'une partie de cette eau principe *(a)* qui abonde dans la mixtion intrinsèque de l'acide acéteux commun. De plus, le principe acide y eſt moins intimement lié à la portion du principe huileux qui l'adoucit, l'enveloppe & l'énerve dans ſon état ordinaire ; de ſorte qu'il eſt capable alors de ſe combiner aſſez profondément pour former avec l'eſprit-de-vin une mixtion éthérée. Voyons ce qu'il produira auſſi par ſon union plus exacte avec la baſe alkaline.

Sur l'alkali volatil concret, dégagé par l'alkali fixe, j'ai verſé peu-à-peu le vinaigre radical ; le mélange s'eſt fait avec

(a) Ceci paroît confirmé par le fait actuellement connu de la ſublimation ſous forme concrète de la pure ſubſtance ſaline du vinaigre radical, ſeule & ſans mélange.

effervefcence; & pour obtenir le point de faturation, il a fallu une moindre quantité de cet acide : la liqueur, après la mixtion, eft reftée très-claire; elle fut mife dans un bocal de verre, couvert d'un papier percé de petits trous, & je l'expofai à une douce chaleur du bain de fable; l'évaporation fe fit infenfiblement, l'odorat n'étoit frappé par aucun miafme d'alkali volatil, il ne démêloit qu'un foible acide qui s'exhaloit : la liqueur portée fur la langue imprimoit une faveur affez vive & pénétrante; mais on reconnoiffoit fans peine que le fel qui produifoit cette fenfation étoit bien neutralifé. La liqueur évaporée à un peu plus de moitié reftoit encore très-claire & fans nul dépôt, il n'y avoit ni pellicule, ni aucune apparence de criftaux; j'obfervai feulement un très-petit nuage blanchâtre, en forme de flocon tranfparent, qui nâgeoit & reftoit fufpendu : je crus devoir ceffer alors la digeftion & l'évaporation, le bocal fut retiré du bain de fable & mis dans un lieu froid. Il n'eft pas inutile d'avertir que tout ce travail a été fait en hiver. Le lendemain, je trouvai toute la liqueur transformée en une maffe faline concrète : c'étoit un amas de petits criftaux bien diftincts & difpofés en aiguilles.

Quoique ce fel foit pur, on ne fauroit l'obtenir ni affez fec, ni affez blanc, parce qu'il refte imbu & comme pénétré par une petite quantité d'une efpèce d'eau-mère vifqueufe & légèrement colorée; & parce qu'en effayant de le faire fécher à une chaleur fort douce, il ne tarde pas à fe reliquéfier, & continue enfuite à s'évaporer, la liqueur reftant toujours limpide. Affuré de ce double effet, j'ôtai le bocal du bain de fable & le portai dans un lieu froid; bientôt les mêmes criftaux aiguillés reparurent; en les tenant ainfi dans le bocal, couvert d'un papier double, ils ont confervé quelque temps leur forme, leur confiftance & leur couleur; mais comme le vaiffeau n'étoit qu'imparfaitement bouché, & que je l'avois replacé dans mon laboratoire, alors échauffé par un poêle, ils fe remirent en liqueur : ce fel ammoniacal eft fort déliquefcent & encore plus fufible; femblable en ceci au

ſel marin à baſe calcaire, qui n'a pourtant pas le même degré de fuſibilité; ces deux ſels ſont vraiment *incérés*, c'eſt-à-dire auſſi fuſibles que la cire, dénomination caractériſtique, que les anciens Chimiſtes ont employée pour certains ſels, auxquels ils avoient communiqué ce grand degré de fuſibilité. Mais de tous les ſels doués de cette propriétés, celui-ci paroît l'avoir davantage; il eſt de plus volatil & ſoluble dans l'eſprit-de-vin.

Voilà ſans doute un nouveau moyen d'obtenir un vrai ſel ammoniacal acéteux concret; mais il n'étoit pas encore au point que je le deſirois: je voulois l'avoir plus concret, plus pur, c'eſt-à-dire plus blanc; par conſéquent débarraſſé de cette petite portion d'eau-mère, qui le ſalit, le mouille, & contribue ſans doute à le rendre plus déliqueſcent & plus fuſible; tel en un mot qu'il put être conſervé ſec & ſolide auſſi long-temps qu'on le voudroit.

Je me flattai que j'y parviendrois par la voie de la ſublimation; je crus devoir y procéder de pluſieurs manières pour découvrir celle qui mériteroit la préférence.

Le premier procédé fut le plus ſimple, je pris deux gros d'alkali volatil concret très-pur, dégagé du ſel ammoniac par l'alkali fixe: l'ayant ſaturé avec une once de vinaigre radical rectifié, ce mélange fut mis dans une cornue de verre à large col, & j'y adaptai un récipient. Je diſtillai à la chaleur graduée du bain de ſable; après qu'il eut paſſé une bonne quantité de liqueur flegmatique preſque inodore, & que dans la cornue le reſte de la liqueur ſaline très-rapprochée eut acquis une couleur plus foncée, je vis s'élever une vapeur blanchâtre, qui adhérant au col du vaiſſeau & s'y condenſant dans tout ſon trajet la garnit par-tout d'une concrétion ſaline, blanche & diſpoſée en belles aiguilles. Il ne reſta dans la cornue qu'une légère couche noirâtre.

Mon objet dans le ſecond procédé fut tout-à-la-fois de déflegmer & de concentrer encore le vinaigre radical, de débarraſſer & d'iſoler, autant qu'il ſeroit poſſible, le principe acide, & de lui faire ſaiſir en cet état le plus favorable l'alkali

volatil, au moment même qu'il feroit dégagé pur & fec du fel ammoniac. Pour remplir ces vues, je réunis trois matières qu'il fuffira de nommer, pour que les Chimiftes jugent d'abord comment elles doivent réagir réciproquement les unes fur les autres.

Je mis dans une cornue de verre à large col, comme dans l'expérience précédente, demi-once de fel ammoniac ordinaire, demi-once de craie pure, tous deux en poudre fine, bien defféchés auparavant au feu, enfuite triturés. Y ayant verfé demi-once de vinaigre radical rectifié, & le récipient ayant été adapté & luté, la diftillation fut faite au bain de fable, en ménageant & graduant le feu : le peu de liqueur qui paffa d'abord fut fuivi, après avoir augmenté le feu, de vapeurs blanches, qui fe condenfant comme dans l'expérience précédente, formèrent promptement fur la paroi interne du col de la cornue plufieurs couches de beaux criftaux aiguillés, concrets, blancs, & d'autant plus purs qu'ils font produits par fublimation; les autres matières moins pures & étrangères, reftant engagées dans le *caput mortuum* de la cornue : cette opération eft courte, facile, fûre; je l'ai même perfectionnée par une addition avantageufe faite à l'appareil; c'eft-à-dire, en interpofant une alonge de verre entre la cornue & le récipient : alors le fel ammoniacal acéteux concret paffe en plus grande partie dans l'alonge, s'arrête & fe condenfe mieux fur fes parois moins expofées à l'impreffion d'une chaleur vive; on peut d'ailleurs l'en extraire, & le détacher plus aifément. Ce dernier procédé m'a paru préférable, à tous égards, en le comparant au premier dont j'ai d'abord parlé, & à plufieurs autres, que j'ai tentés en variant les matières & les proportions; car le fuccès de ces derniers n'a été que très-incomplet, ou abfolument nul. Il feroit donc inutile de les détailler ici *(b)*.

(b) Je ne crois pourtant pas hors de propos d'inférer dans une note le précis de ces divers procédés : en évitant à ceux qui pourroient peut-être les imaginer la peine inutile de les répéter, ils contribueront auffi à juftifier la fupériorité du procédé auquel j'ai cru devoir donner la préférence.

1.° Le mélange de 6 gros de craie,

Le ſel ammoniacal concret s'humecte à l'air; mais comme il n'a pas, à beaucoup près, un auſſi grand degré de fuſibilité que celui que l'on peut obtenir par la ſimple criſtalliſation, il ne faut pour le conſerver ſec, que le tenir renfermé dans un flacon de verre bien bouché; ſa ſaveur vive & pénétrante, ſa volatilité, ſa ténuité autoriſent à préſumer, qu'étant employé & appliqué, ſoit comme menſtrue ou diſſolvant dans certaines opérations, ſoit comme médicament pour opérer certains effets dans l'économie animale, il doit être doué de propriétés que nul autre mixte ſalin ne ſauroit peut-être poſſéder au même degré.

Je terminerai ce premier article, en faiſant connoître un nouveau moyen de compoſer ſur le champ le même ſel ammoniacal; il ne s'agit que de rapprocher & d'aboucher les goulots des deux flacons de verre qui contiennent, l'un la liqueur bien ſaturée de l'eſprit volatil de ſel ammoniac, dégagé par l'alkali fixe, ou par la chaux; l'autre le vinaigre radical : les vapeurs qui s'échappent ſans ceſſe de ces liqueurs ſalines, lorſqu'elles ſont iſolées & éloignées l'une de l'autre, & qui ne ſont point alors viſibles, le deviennent au moment même de leur contact, ſous forme d'un nuage blanchâtre, réſultant de la combinaiſon inſtantanée des deux ſels; on connoiſſoit déjà une ſemblable combinaiſon des vapeurs rapprochées de l'alkali volatil, & des acides nitreux & marins : on ne connoiſſoit point encore ce même phénomène relatif à l'acide acéteux; mais ce fait ne peut être mis qu'au rang des ſimples curioſités chimiques, & ne paroît ſuſceptible d'aucun autre uſage.

---

de 2 gros de ſel ammoniac, & de 2 gros de vinaigre radical, a fourni très-peu de vrais criſtaux de ſel ammoniacal acéteux; l'alkali volatil concret les a maſqués, & s'eſt ſublimé aſſez abondamment.

2.° Le mélange d'une once de craie, de 2 gros d'alkali volatil concret & de demi-once de vinaigre radical, n'a point fourni de ſel ammoniacal acéteux concret.

3.° Ayant ſaturé 2 gros d'alkali concret avec le vinaigre diſtillé, & cette liqueur ſaline neutraliſée ayant été mêlée avec une once de craie, la diſtillation ménagée en graduant le feu, & en lui donnant à la fin plus d'intenſité, n'a fourni qu'une liqueur fortement empyreumatique, & pas le moindre veſtige de ſel concret.

§. II.

Sur le Sel ammoniacal tartareux.

LES premières combinaiſons de l'acide tartareux avec des baſes alkalines, ont d'abord été faites avec les alkalis fixes; l'emploi utile & fréquent de ces différens ſels dans la Médecine, a fixé ſur eux toute l'attention. Parmi les Chimiſtes, il n'y a que quelques Modernes qui aient parlé de la combinaiſon de l'acide tartareux avec l'alkali volatil; mais ce qu'ils en diſent ne faiſant connoître ce ſel ammoniacal que d'une manière trop générale & imparfaite, il m'a paru; 1.° que ce mixte ſalin conſidéré comme médicament, n'étoit pas préſenté auſſi-bien qu'il devoit l'être relativement à l'efficacité qu'il pourroit avoir dans pluſieurs circonſtances; 2.° que nul Chimiſte ne donnoit un procédé bien exact pour le préparer: j'ai donc cru que cette opération & ſes réſultats méritoient de nouveaux détails; on va voir qu'ils offrent des particularités remarquables.

Juncker, dans ſa Table ſur le Tartre, ſe borne à dire ce qui ſuit : *Tartarus cum alcalibus volatilibus remixtus coït in figuram criſtallinam oblongam a nitri figurâ parum abludentem.* Il ajoute : *Tartarus per eminentem aciditatem ſolvit & adſumit inſignem copiam alcali volatilis & ſpiritum ſalis ammoniaci, ſine notabili ſeceſſione terreſtris ſubſtantiæ.*

Pott, dans ſa Diſſertation qui a pour titre : *Hiſtoria particularis corporum ſolutionis*, s'exprime ainſi : *Spiritus urinoſi tartarum crudum ſolvunt, coloreque exinde tinguntur rubicundo : ſed cum criſtallis tartari concreſcunt in ſal criſtallinum, ſubamarum, ſalſum, facilè ſolubile.*

L'auteur du nouveau Dictionnaire de Chimie, dans l'énumération qu'il fait des différens ſels neutres, parle de celui-ci comme d'un mixte ſalin encore très-peu connu.

En dernier lieu, l'auteur d'un Ouvrage, qui a pour titre : *Introduction à l'étude des corps naturels, tirés du regne végétal (c)*,

(c) Par M. Bucquet. Paris, 1773.

dans

dans un article où la combinaiſon de la crême de tartre aux ſels alkalis eſt examinée, donne ainſi le procédé du ſel ammoniacal tartareux.

« Ce ſel, dit-il, ſe fait à peu-près de la même manière que le ſel de Seignette. On met cinq onces de crême de tartre dans une livre d'eau bouillante; on jette dans cette diſſolution de l'alkali volatil concret, juſqu'au point de ſaturation; il ſe fait une vive efferveſcence à chaque fois qu'on ajoute de l'alkali volatil, & il ſe diſſipe une grande partie de ce ſel en vapeurs; on peut en retenir beaucoup, ſi on a la précaution de faire cette ſaturation dans un matras dont le col ſoit étroit; la liqueur ſaturée étant filtrée, on la fait évaporer à une douce chaleur, & on obtient par le refroidiſſement des criſtaux qui ont une figure aſſez régulière; ils forment des pyramides rhomboïdales aſſez ſemblables aux beaux criſtaux de ſel de Glauber, mais cependant plus liſſes; leur ſaveur, qui eſt fraîche & un peu amère, n'imite pas mal celle du nitre. Ils perdent avec le temps un peu de leur eau de criſtalliſation, & s'effleuriſſent à l'air. » *Tome II, p. 202.*

Voilà, je crois, le ſeul procédé détaillé qui ait encore été donné pour compoſer le ſel ammoniacal tartareux; mais tout intéreſſant qu'il ſoit par ſa nouveauté, il me paroît défectueux ſur un point eſſentiel. En effet, on y preſcrit de projeter dans une livre d'eau bouillante qui tient en diſſolution cinq onces de crême de tartre, l'alkali volatil concret. Or il arrive néceſſairement que l'alkali volatil, dès qu'il eſt en contact avec l'eau bouillante, ſouffre à cauſe de ſa grande mobilité une expanſion & une diſſipation qui le fait échapper & évaporer en grande partie, avant qu'il puiſſe être ſaiſi & arrêté par l'acide tartareux; l'auteur en convient. De plus, il arrive dans cette combinaiſon quelques phénomènes qui n'ont pas été obſervés, & dont je vais parler en détaillant mon procédé, qui me paroît plus exact & préférable, & que j'avois exécuté bien avant que l'ouvrage que je viens de citer, eût paru.

J'ai pris trois onces d'alkali volatil, dégagé du ſel ammoniac par l'alkali fixe; quoiqu'il fût en liqueur, il étoit auſſi ſaturé

qu'il pouvoit l'être; car dans le fond du flacon, d'où je l'avois tiré, il y avoit une bonne quantité du même alkali volatil concret; pour l'étendre & l'affoiblir, j'y ai mêlé pareille quantité d'eau diſtillée. Dans cet état, je l'ai verſé à pluſieurs repriſes, & en laiſſant des intervalles ſuffiſans ſur la poudre bien fine de crême de tartre étendue dans une large capſule de verre; à chaque affuſion, il s'eſt fait une vive efferveſcence, & s'eſt développé beaucoup de bulles d'air; les vapeurs qui s'élevoient alors n'ont jamais eu d'odeur ſenſible d'alkali volatil: lorſque la ſaturation a été achevée, ce que j'ai conſtaté par les eſſais ordinaires, il s'eſt trouvé, que deux onces d'alkali volatil ont ſuffi pour bien neutraliſer les trois onces de crême de tartre.

Cette quantité de ſel neutraliſé eſt devenue aſſez ſoluble pour reſter diſſoute à froid dans quatre onces de liqueur; j'ai fait digérer à une douce chaleur, après avoir ajouté une nouvelle quantité d'eau diſtillée. Voici le détail de quelques phénomènes remarquables.

Il eſt reſté au fond de la capſule un peu de crême de tartre qui n'étoit pas diſſoute; après avoir décanté la liqueur ſaturée, j'ai verſé ſur le réſidu tartareux une nouvelle quantité d'alkali volatil, il ne s'eſt point excité d'efferveſcence, il n'a point paru de bulles d'air; l'alkali volatil qui ſe diſſipoit, frappoit vivement l'odorat; la chaleur n'a pas mieux déterminé la diſſolution ni la mixtion, l'alkali volatil s'eſt entièrement échappé: en un mot, il ne s'eſt fait ici nulle combinaiſon; ayant filtré la liqueur pour avoir ſéparément ce réſidu tartareux & le mieux examiner, il me parut être dans un état ſingulier: il peſoit environ un gros, & je le ſoumis aux épreuves ſuivantes:

Sa ſaveur acide n'étoit preſque plus ſenſible.

L'alkali fixe étendu dans l'eau n'a produit avec lui qu'une très-foible efferveſcence, & n'en a diſſout qu'une portion même à l'aide de la chaleur.

L'eſprit de vitriol y a excité une aſſez vive efferveſcence, & l'a diſſout en partie; il ne s'eſt dégagé nulle vapeur ſenſible;

la portion diſſoute étoit blanche ou laiteuſe; peu de temps après la liqueur s'eſt éclaircie, en laiſſant dépoſer un ſédiment blanc aſſez abondant: enfin, le réſidu tartareux expoſé ſur un charbon ardent s'eſt brûlé, plus foiblement pourtant que la crême de tartre ordinaire, & a répandu à peu-près la même vapeur odorante.

On peut, ce me ſemble, inférer de ces expériences réunies, que l'altération de ce réſidu tartareux conſiſte en ce que ayant été dépouillé de l'acide le plus ſubtil, la maſſe reſtée eſt devenue plus terreuſe, moins ſaline, par conſéquent moins ſoluble, mais encore mêlée avec ſon principe huileux.

Je reviens à l'examen de la première liqueur filtrée, qui tenoit en diſſolution le tartre ammoniacal neutraliſé, je l'ai fait évaporer doucement au bain de ſable; quoique le degré de chaleur fût très-modéré, les vapeurs qui s'élevoient avoient une forte odeur d'alkali volatil, ce qui pouvoit dépendre de ce qu'il y en avoit de ſurabondant; ou peut-être, ce que je trouve plus conforme à une remarque dont je vais parler, ce ſel ammoniacal tartareux eſt-il ſuſceptible de ſe décompoſer dans quelques-unes de ſes parties, quand il eſt diſſout dans le fluide aqueux, & lorſqu'il reſte ainſi ſoumis à l'action continuée du mouvement igné. En effet, la liqueur ayant été rapprochée juſqu'à l'apparition d'une pellicule ſaline, & miſe alors dans un lieu frais, elle a fourni une bonne quantité de beaux criſtaux bien blancs, aſſez ſemblables à ceux du ſel de Seignette; mais il s'eſt précipité en même temps un peu de crême de tartre; pour la ſéparer, j'ai refiltré la liqueur ſurnageante, qui ayant été de nouveau évaporée, a fourni d'autres criſtaux, en laiſſant encore précipiter une petite portion de crême de tartre. Dans tous ces précipités tartareux, j'ai obſervé les mêmes altérations; continuant ainſi à procéder avec les mêmes réſultats, les derniers criſtaux que j'ai obtenus étoient un peu colorés; je les ai purifiés, & enfin il m'eſt reſté une eſpèce d'eau-mère colorée, qui contenoit encore la crême de tartre combinée avec une terre abſorbante.

J'ai cru qu'il convenoit de procéder à la compoſition du

même ſel ammoniacal, en employant au lieu de l'alkali volatil précédent, celui que l'on obtient *fluor*, en le dégageant du ſel ammoniac par la chaux vive.

Cette liqueur alkaline dont je me ſuis ſervi étoit très-forte, & je ne l'ai point affoiblie; j'ai obſervé d'abord les mêmes proportions que dans l'autre procédé; c'eſt-à-dire, que ſur trois onces de crême de tartre en poudre ſubtile, j'ai verſé peu-à-peu trois onces d'alkali volatil cauſtique. Quoiqu'il n'y ait point eu d'effervesſcence, la crême de tartre s'eſt bien diſſoute : cependant aux trois onces de la liqueur alkaline, j'ai cru devoir en ajouter encore deux, parce qu'il reſtoit plus de crême de tartre non diſſoute que dans l'opération précédente; pendant la diſſolution, il ne s'eſt point élevé de vapeur d'alkali volatil ſenſible à l'odorat, & il eſt reſté, comme auparavant une portion de crême de tartre, même un peu plus conſidérable, ſur laquelle la liqueur diſſolvante, quoique plus abondante & animée par la chaleur communiquée, n'a plus eu d'action.

Dès que l'alkali volatil eſt bien ſaturé, ce point juſte & précis de la ſaturation eſt marqué & très-facile à reconnoître par la diſſipation qui arrive alors de l'alkali volatil, dont l'odorat eſt vivement frappé, & qui continue à s'échapper en laiſſant abſolument intact le réſidu tartareux, que je trouve altéré de la même manière que dans l'opération précédente, après l'avoir ſoumis aux pareilles épreuves.

La liqueur filtrée & évaporée m'a donné des criſtaux ſemblables, il m'a paru ſeulement qu'ils étoient un peu plus ternes, & j'ai reconnu qu'en répétant l'évaporation pour continuer la criſtalliſation, quelques portions de ce ſel neutre ſouffroient auſſi une décompoſition, parce qu'il s'échappoit un peu d'alkali volatil, & qu'il ſe précipitoit une petite quantité de crême de tartre. De ces deux procédés, qui me donnent également le même ſel ammoniacal tartareux, bien neutraliſé & bien pur, le premier me paroît préférable, parce que, en général, la baſe alkaline volatile, dégagée par l'alkali fixe, ſe combine mieux.

Ayant fait diſſoudre dans l'eau diſtillée une portion de ce ſel bien neutraliſé, pour le conſerver ainſi en liqueur; je remarquai: 1.° Qu'en ſe diſſolvant il rendoit l'eau très-louche, à cauſe d'une petite quantité de crême de tartre altérée & terreuſe qu'il laiſſoit échapper, en ſouffrant une ſorte d'altération ou de décompoſition. 2.° La diſſolution, filtrée & conſervée dans un flacon bien bouché, a paru, au bout de quelque temps, ſujette à une autre ſorte d'altération; il s'eſt formé à la ſurface une pellicule d'une vraie moiſiſſure, toute pareille à celle qui ſe fait ſur l'eau, qui tient en diſſolution le ſel gommeux de Leſebvre, réſultant, comme l'on ſait, de la combinaiſon de la crême de tartre avec le borax. Tout cela prouve que, dans ce ſel neutre, l'union des deux ſubſtances n'eſt pas fort intime, & qu'il ne peut être bien conſervé qu'en criſtaux.

Il ſeroit à deſirer que ce ſel ammoniacal, ainſi préparé, fût employé comme médicament; car, en conſidérant les principes qui entrent dans ſa mixtion, on eſt en droit de préſumer qu'il pourroit avoir beaucoup d'efficacité dans des cas où il s'agiroit de faire uſage d'un atténuant, d'un inciſif & d'un fondant ſalin, qui réuniſſe dans ſon action la pénétration & la douceur: bien ſupérieur, ſans doute, par ce double avantage, au ſel ammoniacal ordinaire, & ſur-tout aux autres ſels neutres tartareux, qui ont pour baſe un alkali fixe.

§. III.

Du Sel ammoniacal nitreux.

La compoſition de ce ſel ammoniacal eſt déjà connue: on l'obtient, avec la plus grande facilité, en beaux criſtaux aiguillés, purs & brillans; mais on n'a pas parlé d'un phénomène curieux que ces criſtaux préſentent, & que je vais faire connoître.

Le ſavant Borrichius, dans un de ſes Ouvrages qui a pour titre: *De ortu & progreſſu Chemiæ*, rapporte, qu'ayant fait diſſoudre, à pluſieurs repriſes, à grande eau & dans un ample

vaiſſeau de verre, du ſel ammoniac ordinaire pour l'avoir bien pur, il en avoit obtenu, après pluſieurs criſtalliſations, de longs criſtaux, figurés en filets à deux tranchans; il ajoute, comme une choſe unique & particulière aux criſtaux de ce ſel, qu'ils pouvoient ſe plier & replier, comme on vouloit, en cédant, par une ſorte de ductilité, aux diverſes inflexions qu'on leur donnoit.

J'ai remarqué, 1.° que pour avoir de ce ſel de Borrichius, il n'eſt pas néceſſaire de diſſoudre & de criſtalliſer pluſieurs fois; les premiers criſtaux ont la même propriété: 2.° le ſel ammoniac ordinaire n'offre pas ſeul cette ſingularité, ainſi que Borrichius & ceux qui, après lui, ont rapporté ce fait le diſent; car, en examinant les criſtaux aiguillés du nitre ammoniacal, je leur ai trouvé la même ſorte de ductilité; effet qui paroît dû principalement à la baſe alkaline pareille dans l'un & l'autre ſel. Il faut pourtant que l'acide nitreux y contribue auſſi, puiſque les autres ſels ammoniacaux n'ont pas la même propriété.

§. IV.

Sur le Sel Arſenico-ammoniacal.

M. Macquer ayant fait connoître ſon ſel neutre arſénical, réſultant de la décompoſition du nitre ordinaire ou du nitre quadrangulaire par l'arſenic, qui chaſſe l'acide nitreux & s'y ſubſtitue en ſe combinant également bien avec chacune de ces deux baſes, a voulu compoſer auſſi un ſemblable ſel neutre arſenico-ammoniacal, en décompoſant, par le même intermède de l'arſenic, le ſel ammoniac ordinaire; mais ce procédé ne lui ayant pas réuſſi, parce que l'arſenic n'a pas la même action pour chaſſer l'acide marin des baſes alkalines où il eſt engagé, qu'il en a pour déranger & chaſſer l'acide nitreux; il eſt parvenu à ſon but en décompoſant le nitre ammoniacal par l'arſenic, qui, après avoir chaſſé l'acide de ſa baſe, s'en empare, & forme ainſi un ſel arſenico-ammoniacal tout auſſi bien neutraliſé que ſon premier ſel à baſe d'alkali fixe. M. Macquer ſatisfait d'être ainſi parvenu à ſon but, malgré les

difficultés accidentelles qu'il a trouvées & qu'il a ſu vaincre, s'en eſt tenu à ſon procédé, qui, ſelon toute apparence, eſt le meilleur à cauſe de la parfaite ſaturation qui en réſulte; mais il n'a point parlé de la combinaiſon par la voie humide de l'arſenic avec l'alkali volatil: il entroit donc dans l'ordre de mes recherches d'eſſayer cette nouvelle combinaiſon.

Je mis une once d'arſenic en poudre dans un vaiſſeau de verre à long col, y ayant verſé d'abord deux onces d'alkali volatil en liqueur très-fort, bien ſaturé & dégagé par l'alkali fixe; les deux matières, dans l'inſtant du mélange, ne formèrent qu'une maſſe compacte & aſſez ſolide. J'ajoutai ſur le champ deux autres onces d'alkali volatil, & le vaiſſeau ainſi chargé, fut placé ſur un bain de ſable ayant le degré de chaleur capable de faire bouillir la liqueur diſſolvante; peu-à-peu le premier magma ſe fondit, & il fallut entretenir plus d'une heure la liqueur bouillante pour que la diſſolution fût complète.

Cette diſſolution étoit tellement ſaturée, que dès qu'elle fut un peu refroidie, elle ne forma plus qu'une maſſe homogène; je l'étendis dans une bonne quantité d'eau diſtillée, pour la rediſſoudre à l'aide d'une nouvelle chaleur, ce qui ſe fit ſans peine & promptement: alors la liqueur fut filtrée au travers du papier, elle paſſa fort claire, mais légèrement colorée, & ne laiſſa pas ſur le filtre de réſidu ſenſible; je la fis évaporer dans une capſule à une très-douce chaleur, il parut ſur la ſurface une pellicule ſaline, & il s'attacha aux parois du vaiſſeau une grande quantité de petits criſtaux. En réitérant les mêmes opérations, tout le ſel arſenico-ammoniacal contenu dans la liqueur s'eſt ainſi criſtalliſé; pluſieurs des criſtaux m'ont paru à peu-près cubiques, d'autres ne formoient qu'une pellicule ou couche ſaline aſſez ſolide réſultant d'un amas de très-petits grains réunis: le plus grand nombre avoit une forme abſolument globuleuſe, leur couleur étoit griſâtre & comme brillantée. Je me ſuis aſſuré par l'expérience, que ſi la liqueur alkaline n'eſt pas auſſi forte & auſſi ſaturée qu'il eſt poſſible, comme celle dont je me

ſuis ſervi, la diſſolution ſe fait très-mal ; elle n'a même preſque pas lieu s'il y a un peu plus de flegme.

Le réſultat de cette première opération me détermina à examiner ſi j'obtiendrois une pareille combinaiſon en employant l'alkali cauſtique ou *fluor;* c'eſt-à-dire, celui qui eſt dégagé du ſel ammoniac par l'intermède de la chaux vive.

Je fis le mélange en mêmes proportions que ci-devant de l'arſenic & de cet alkali volatil cauſtique, très-fort & très-chargé : dans l'inſtant du mélange, & pour ainſi dire au premier contact de ces deux matières, il ſe forma une maſſe ou concrétion fort dure & adhérente au fond du vaiſſeau de verre : mais lorſqu'une portion de la liqueur qui ſurnageoit commença à être échauffée par la chaleur du bain de ſable où le vaiſſeau avoit été placé; bientôt la concrétion adhérente aux parois du verre s'en détacha, & la diſſolution entière ſe fit peu-à-peu & dans un eſpace de temps moindre, à ce qu'il me parut, que dans l'expérience précédente. La liqueur ayant été enſuite refroidie ne ſe condenſa pas comme la première en une eſpèce d'*offa* ou de *magma* ſalin ; néanmoins je l'étendis avec l'eau diſtillée & la filtrai, elle étoit colorée de même, & fournit de ſemblables criſtaux.

Je crus qu'il convenoit d'examiner encore quelle action auroit ſur le régule d'arſenic, l'alkali volatil employé pareillement en liqueur, ou par la voie humide. Je me ſervis de celui qui avoit été dégagé du ſel ammoniac par l'alkali fixe, & dont j'avois déjà fait uſage pour diſſoudre les fleurs ou la chaux d'arſenic : la diſſolution eut lieu, mais elle ſe fit plus difficilement, il fallut une plus grande quantité du diſſolvant ; & quoique l'ébullition fût continuée bien plus long-temps pour opérer cette diſſolution, elle ne fut pas complète à beaucoup près, car il reſta beaucoup de matière noirâtre que la liqueur alkaline n'avoit point attaquée ; c'étoit encore une portion du régule d'arſenic, dont la couleur paroiſſoit ſeulement un peu plus foncée : d'ailleurs, cette diſſolution filtrée & évaporée, préſenta abſolument les mêmes phénomènes, relativement à la criſtalliſation.

En

En général, dans toutes ces diſſolutions je n'ai remarqué ni efferveſcence ſenſible, ni dégagement de bulles d'air dépendantes de la pénétration & de la réaction réciproques des matières.

Ces différentes liqueurs alkalines chargées de la matière qu'elles tiennent en diſſolution, tant de la chaux que du régule d'arſenic, étant conſervées dans des flacons de verre, dépoſent ſur tout le tour des parois de très-jolis criſtaux réunis en forme de végétations ou de petits arbuſtes. Je les conſerve en cet état & ils s'y maintiennent.

§. V.

Sur le Borax ammoniacal.

M. Baron, de cette Académie, découvrit que le ſel ſédatif traité à grand feu dans des vaiſſeaux fermés avec le ſel ammoniac, le décompoſoit, non en chaſſant l'alkali volatil, mais plutôt l'acide marin; phénomène auquel il ne s'attendoit pas. Il en conclut que le ſel ſédatif agiſſant ici comme un acide d'une force & d'une énergie ſupérieures à celle de l'acide marin, enlevoit celui-ci de ſa baſe; qu'en s'y ſubſtituant il donnoit à cette baſe des entraves, & formoit avec elle un vrai borax ammoniacal. Il acheva de s'en convaincre, en obſervant que l'alkali volatil en liqueur ſe combinoit avec lui. M. Baron ſe borne à énoncer cette dernière expérience tout auſſi ſimplement & auſſi ſuccinctement que je le fais ici. Il n'avoit en effet beſoin alors que d'indiquer très-ſommairement ce fait, & il eſt vraiſemblable que s'il eût pu continuer ſes travaux, il eût donné ſur ce nouvel objet des détails qu'il fait deſirer. Laiſſant donc à ce ſavant Chimiſte tout le mérite de ſa découverte, je ne prétends ici qu'y ajouter un ſupplément néceſſaire.

Je mis dans un vaiſſeau de verre une once de ſel ſédatif criſtalliſé à la manière ordinaire; j'y verſai peu-à-peu un mélange de deux onces d'alkali volatil très-fort, en liqueur, dégagé du ſel ammoniac par l'alkali fixe, & de deux onces

d'eau diſtillée. J'avois plongé dans le vaiſſeau un petit thermomètre ; pendant que la combinaiſon des deux ſels ſe faiſoit avec une vive efferveſcence, la liqueur du thermomètre deſcendit à ſix degrés au-deſſous de celui où il étoit auparavant; ce terme étoit dix degrés au-deſſus de zéro. La diſſolution ayant reſté quelque temps expoſée à la chaleur d'un bain de ſable, fut filtrée : elle paſſa très-claire, d'une couleur légèrement ambrée. J'en obtins, à la faveur d'une évaporation lente & répétée, des criſtaux purs. En les faiſant ſécher apparemment un peu trop ils devinrent d'un blanc mat, parce qu'ils perdent facilement l'eau de leur criſtalliſation : dans cet état ils étoient trop confus pour pouvoir bien obſerver leur forme & leur figure ; cela m'engagea à répéter l'expérience, & afin de déterminer en même-temps d'une manière plus préciſe les quantités néceſſaires & reſpectives des deux matières pour obtenir le point juſte de leur ſaturation réciproque, je crus devoir employer ici pour plus d'exactitude l'alkali volatil concret; j'en fis diſſoudre deux gros dans trois onces d'eau diſtillée; j'y projetai à différentes fois, & tant que ces projections répétées excitèrent de l'efferveſcence, le même ſel ſédatif criſtalliſé; il en fallut trois gros : cette diſſolution faite à froid & avec une efferveſcence tout auſſi vive que la précédente, fit encore deſcendre la liqueur du thermomètre de ſix degrés. Les trois onces d'eau diſtillée ont ſuffi pour tenir en diſſolution complète les deux ſels bien combinés : cette liqueur lentement évaporée a donné par le refroidiſſement de petits criſtaux bien formés, qui après avoir été égouttés avec précaution ſur le papier gris m'ont paru reſſemblans à ceux du borax.

Je vais ajouter quelques remarques eſſentielles par rapport à l'efferveſcence obſervée dans le mélange du ſel ſédatif & de l'alkali volatil. Comme elle fut vive & forte, je ſoupçonnai qu'elle pourroit bien dépendre d'une petite portion d'acide vitriolique, qui reſte adhérent aux criſtaux de ſel ſédatif, quand ils ſont dégagés de leur baſe par cet acide, ce qui paroît confirmé par la ſaveur acidule & légèrement acerbe

que ces criſtaux impriment ſur la langue; je réduiſis donc ce même ſel ſédatif criſtalliſé à une plus grande pureté & ſimplicité, en le recriſtalliſant après l'avoir vitrifié dans une cornue de verre, & rediſſout enſuite dans l'eau diſtillée.

Ce nouveau ſel ſédatif, projeté ſur le même alkali volatil, y fut diſſout avec un mouvement ſenſible & apparent, mais beaucoup moindre que dans l'expérience précédente.

Enfin, ayant ſoumis à la même combinaiſon & par le même procédé, le ſel ſédatif ſublimé, il ne parut d'abord réſulter du mélange, nul mouvement apparent: cependant en y regardant de très-près, & en interpoſant le vaiſſeau de verre entre le jour direct & l'œil, j'entrevis dans la liqueur un très-léger frémiſſement, qui eſt une vraie efferveſcence; ce qui me prouva:

1.° Que ſi ce ſel ſédatif pur, produit réellement à la manière d'un acide maſqué ou enveloppé, une légère efferveſcence en ſe combinant avec l'alkali volatil; l'autre efferveſcence, vive & rapide, qui réſulte de l'union du même alkali avec le ſel ſédatif, criſtalliſé par la voie ordinaire & non encore purifié, n'eſt dûe, comme je l'avois ſoupçonné, qu'à la portion de l'acide vitriolique encore adhérent aux criſtaux du ſel ſédatif qui n'en ont pas été dépouillés.

2.° Le ſel ſédatif ordinaire criſtalliſé, quoiqu'il ait enſuite été vitrifié, rediſſout & rétabli en criſtaux, paroît avoir retenu encore une petite portion de l'acide qui l'a d'abord ſéparé de ſa baſe; car il produit, par ſon mélange avec l'alkali volatil, une efferveſcence plus ſenſible que ne le fait le ſel ſédatif ſublimé.

3.° Il eſt donc évident que le ſel ſédatif ſublimé eſt le plus pur de tous: peut-être même, pour lui donner le dernier degré de pureté, ſeroit-il à propos de le vitrifier auſſi dans une cornue de verre, le rediſſoudre enſuite dans l'eau diſtillée & le criſtalliſer. Il faut par conſéquent employer, toujours préférablement aux deux autres, le ſel ſédatif ſublimé, quand on veut examiner & déterminer rigoureuſement certains

effets que ce ſel pourroit être capable de produire par lui-même dans pluſieurs combinaiſons.

Le borax ammoniacal, préparé, comme je viens de le dire, avec l'alkali volatil, dégagé par l'alkali fixe, m'a paru exiger que j'eſſayaſſe d'en compoſer un autre avec l'alkali volatil, dégagé par la chaux vive, pour les comparer. Voici les réſultats de cette ſeconde opération.

Sur du ſel ſédatif, retiré du borax, d'abord par criſtalliſation à la manière ordinaire, vitrifié enſuite, rediſſout & recriſtalliſé : pour l'avoir plus ſimple & plus pur, j'ai verſé, peu-à-peu, l'alkali volatil cauſtique très-fort & très-ſaturé. Les proportions des matières ont été une partie de ſel ſédatif, & quatre parties de la liqueur alkaline.

1.° L'action diſſolvante de cette eſpèce d'alkali a paru plus foible & plus lente.

2.° Quoiqu'il n'y ait pas eu la moindre efferveſcence dans le temps du mélange & de la pénétration réciproques, il s'eſt excité une chaleur aſſez vive; au lieu que l'efferveſcence produite en compoſant le premier borax ammoniacal, a été accompagnée d'un froid qui a fait deſcendre la liqueur du thermomètre de ſix degrés : cette différence eſt très-remarquable.

3.° Après le mélange, la liqueur eſt reſtée louche & même un peu trouble; j'ai cru devoir y ajouter une bonne quantité d'eau diſtillée, elle eſt devenue plus claire; mais il y paroiſſoit encore beaucoup de parcelles de ſel ſédatif qui n'étoient pas combinées : la chaleur tempérée du bain de ſable a favoriſé la diſſolution & l'a rendue plus complète. Quoiqu'il ne ſe fût point ſéparé ni précipité de terre, j'ai filtré la liqueur qui, après une évaporation ſuffiſante, a donné ſans peine des criſtaux purs & blancs plus petits que ceux du borax ordinaire, mais figurés de même : il n'y a donc pas de différence ſenſible entre les deux eſpèces de ſels ammoniacaux, après la réunion des matières qui les compoſent.

Le borax ammoniacal ne bourſouffle preſque pas ſur un

charbon embrasé : il est plus soluble que le borax à base d'alkali fixe.

Sa dissolution dans l'eau distillée verdit sur le champ le sirop de violettes.

Elle ne produit sur la dissolution d'argent, comme le borax ordinaire, presque nul effet : c'est-à-dire, que le mélange blanchit d'une manière à peine sensible.

Cette même dissolution de borax ammoniacal agit beaucoup plus sur la dissolution du mercure dans l'acide nitreux ; la liqueur devient très-louche & prend une couleur de girasol : mais la dissolution du borax à base d'alkali fixe produit ici un précipité beaucoup plus abondant & d'une teinte jaunâtre.

Enfin, pour achever de reconnoître les propriétés du borax ammoniacal, je voulus essayer si, dans le cas où sa combinaison avec l'acide concret du tartre auroit lieu, il en résulteroit les mêmes effets singuliers qu'avec le borax ordinaire.

Une partie du borax ammoniacal & deux parties de crême de tartre, que je projetai dans une petite quantité d'eau distillée bouillante, y furent paisiblement & promptement dissoutes, la crême de tartre conservant toute son acidité; ces deux sels, par leur union réciproque, se communiquent l'un l'autre un très-grand degré de solubilité; car la dissolution étant conservée froide, ne dépose rien : en la rapprochant encore par l'évaporation, elle devient visqueuse; cette viscosité augmente de plus en plus; par le refroidissement, elle prend la consistance d'une gomme très-pure & d'une transparence admirable, alors ce sel gommeux ressemble au plus beau cristal; il n'est pas à beaucoup près si susceptible de s'humecter à l'air que celui de Lefebvre.

Or en examinant ce nouveau mixte salin du côté des matières qui le composent, le Chimiste y remarque plusieurs phénomènes curieux relativement aux effets que leur union, leur pénétration & leur combinaison ont été capables d'opérer.

En le considérant sous un autre point de vue non moins intéressant, le Médecin trouve ici une composition saline,

dont la grande ſalubrité, la ſubtilité, l'acidité tempérée & amie de nos organes, & le caractère ammoniacal ſemblent promettre un médicament d'une grande efficacité.

Il ſeroit bien à deſirer que les eſſais ſouvent ſuivis & multipliés pour découvrir les propriétés médicinales de certaines drogues ſuſpectes & dangereuſes, fuſſent faits avec le même zèle & le même ſoin pour des remèdes qui, ſemblables à celui-ci ou à d'autres du même genre, ſont bien démontrés incapables de jamais nuire, & qui, par le ſimple coup-d'œil, s'annoncent ſi avantageuſement pour enrichir la matière médicale, en même temps qu'ils étendroient ſur elle le domaine de la Chimie d'une manière plus ſûre & plus recommandable.



OBSERVATIONS DE JUPITER, POUR SON OPPOSITION AVEC LE SOLEIL, DU 8 DÉCEMBRE 1775:

Faites à l'Obſervatoire Royal.

Par M. JEAURAT.

DEPUIS le 23 Novembre, juſqu'au 9 Décembre de cette année 1775, il n'a ceſſé de faire du brouillard, & le ciel a conſtamment été obſcurci. Le 9, le 10 & le 11 Décembre, j'ai obſervé Jupiter à mon mural, connu ſous le nom de *Mural de M. Picard;* & c'eſt à ce mural de M. Picard, que j'ai comparé Jupiter pendant trois jours de ſuite avec *Aldebaran* & β du Taureau; Jupiter étoit entre les deux Étoiles, & preſque dans le milieu quant à la hauteur; de plus il n'y avoit que 28 heures 23 minutes de temps environ que Jupiter avoit été en oppoſition avec le Soleil, lors de ma première obſervation; ainſi je regarde les obſervations que je donne ici, comme propres à en tirer le parti qu'on tire ordinairement de ces ſortes d'obſervations.

Lû le 16 Déc. 1775.

Le 12 Décembre, à 10 heures 6 minutes du ſoir, le ciel s'eſt de nouveau obſcurci; auſſi ç'a été en vain que M. le Gentil & moi avons fait la tentative de l'obſervation de l'émerſion d'α du Lion par la Lune, l'émerſion n'ayant pu être viſible à Paris, puiſqu'elle s'eſt faite avant le lever de la Lune; mais ce dont M. le Gentil & moi pouvons répondre, c'eſt qu'à 10 heures 6 minutes, α du Lion étoit encore éclipſé par la Lune.

Le 23 Novembre, il y avoit deux immerſions de ſatellites de Jupiter, l'une du premier Satellite, & l'autre du

deuxième; celle du deuxième eſt la ſeule que j'aie obſervée; encore ai-je quelqu'incertitude ſur la préciſion de cette obſervation, le deuxième Satellite a été environ 3 minutes de temps à perdre entièrement ſa lumière; dans la dernière minute, il a été d'une extrême petiteſſe; il eſt entré dans l'ombre à la diſtance de Jupiter, d'environ un ſixième du diamètre de Jupiter, & je l'ai entièrement perdu de vue à $11^h\ 45'\ 30''$ temps vrai; c'eſt-à-dire, 17 ſecondes plus tard que ſelon les Tables de M. Wargentin, & 21 ſecondes plus tôt que M. Meſſier; car il a obſervé, à l'obſervatoire de la Marine, hôtel de Clugny, cette immerſion à $11^h\ 45'\ 51''$. Voici préſentement les obſervations de Jupiter, dont ce Mémoire eſt l'objet.

Comme mon mural a différentes déviations dans les différentes hauteurs, on aura les vrais paſſages au Méridien, en ajoutant 3 ſecondes aux paſſages obſervés d'*Aldebaran*, $11'',5$ aux paſſages obſervés de Jupiter, & 20 ſecondes à ceux de β du Taureau : or, afin de ne pas dénaturer les obſervations, je les donne ici ſans aucune correction & telles qu'elles ont été faites. C'eſt auſſi par un milieu pris entre les diſtances obſervées de Jupiter à chacune des deux belles Étoiles auxquelles il a été comparé, que j'en ai conclu les aſcenſions droites & les déclinaiſons de Jupiter : après quoi j'en ai enſuite déduit les longitudes & les latitudes demandées; c'eſt donc de ces obſervations & de ces calculs que j'ai déduit les réſultats ſuivans.

Le 8 Décembre 1775.

L'oppoſition de Jupiter avec le Soleil eſt arrivée

À $7^h\ 48''\ 52''$ Temps vrai.

À 7. 41. 19. Temps moyen.

Jupiter avoit alors une longitude héliocentrique

Obſervée dans l'Écliptique, de. . . . . $2^s\ 16^d\ 37'\ 56''$

Déduite de l'obſervation pour l'orbite, de. . . . . . . 2. 16. 37. 36.

Jupiter

Jupiter avoit aussi,

Latitude boréale géocentrique observée, de.......... $0^d\ 36'\ 10''$.
Latitude héliocentrique déduite de l'observation, de... 0. 29. 11.

De plus, l'anomalie moyenne de Jupiter étoit,

Selon les Tables de M. Cassini, de............	$8^s\ 0^d\ 53'\ 10''$
Selon les Tables de M. Wargentin, de..........	8. 0. 47. 5.
Selon mes Tables publiées en 1766, de.........	8. 1. 12. 21.
Selon les Tables de M. Halley, de.............	8. 1. 3. 44.

Dans ce cas l'erreur en longitude est,

Pour les Tables de M. Cassini, de.................	$-7'\ 23''$
Pour les Tables de M. Wargentin, non compris les équations de M. Mayer, de..................	− 2. 26.
Y compris les équations de M. Mayer, de...........	+ 2. 10.
Pour mes Tables, publiées en 1766, de...........	+ 0. 53.
Pour les Tables de M. Halley, de.................	− 0. 31.

L'erreur en latitude héliocentrique est,

Pour les Tables de M. Cassini, de.................	$-0'\ 3$.
Pour les Tables de M. Wargentin, de.............	+ 0. 39.
Pour les Tables de M. Halley, de.................	+ 6. 8.

Nota. On trouve (*Mém. de l'Acad. année 1766, page 100*) la réunion de la totalité des oppositions observées de Jupiter, & la détermination des erreurs des Tables de M. Cassini, ainsi que des miennes, qui ont été insérées par M. Bailly, dans son *Essai sur la Théorie des Satellites de Jupiter.*

OBSERVATIONS de Jupiter pour son opposition avec le Soleil, du 8 Décembre 1775, faites à l'Observatoire royal, au mural de feu M. Picard.

Le 9 Décembre.

		Hauteurs,
$12^h\ 13'\ 57''$	Midi vrai.	
11. 30. 17.	*Aldebaran*........................	$57^d\ 17'\ 20''$
12. 8. 22.	ς centre de Jupiter................	63. 26. 0.
12. 18. 57.	β du Taureau......................	69. 38. 40.

Différences des ascensions droites... { $+\ 9^d\ 35'\ 43''$ / − 2. 39. 58.

Le 10 Décembre 1775.

12^d 14′ 36″	Midi vrai.			*Hauteurs.*
11. 26. 33.	*Aldebaran*			57^d 17′ 20″
12. 4. 2.	υ centre de Jupiter			63. 25. 20.
12. 15. 11.	β du Taureau			69. 38. 40.

Différences des ascensions droites... { + 9^d 27′ 1″ / — 2. 48. 40.

Le 11 Décembre.

12^h 15′ 14″	Midi vrai.	*Hauteurs.*
11. 22. 47.	*Aldebaran*	57^d 17′ 20″
11. 59. 41.	Centre de Jupiter	63. 24. 40.
12. 11. 25.	β du Taureau	69. 38. 40.

Différences des ascensions droites... { + 9^d 18′ 11″ / — 2. 57. 30.

JOURS des OBSERV. *Année 1775.*	TEMPS vrai des OBSERV.	ASCENSION droite de JUPITER.	DÉCLINAISON de JUPITER.	LONGITUDE géocentrique de JUPITER.	LATITUDE géocentrique de JUPITER.
Décembre. 9	11^h 54′ 6″	75^d 22′ 12″	B. 22^d 10′ 46″	2^f 16^d 28′ 23″	A. 0^d 35′ 57″
10	11. 49. 7	75. 13. 30	B. 22. 10. 6	2. 16. 20. 15	A. 0. 35. 47
11	11. 44. 8	75. 4. 40	B. 22. 9. 26	2. 16. 12. 6	A. 0. 35. 38

*POSITION d'*Aldebaran *pour le 8 Décembre 1775.*

(Voyez Connoiss. des Temps, *ann. 1768, p. 230).*

Longitude	2^f	6^d 39′ 30″,0.
Latitude	A.	5. 29. 0,4.
Ascension droite moyenne		65. 46. 19,0.
Ascension droite apparente		65. 46. 29,0.
Déclinaison moyenne	B.	16. 2. 12,0.
Déclinaison apparente	B.	16. 2. 7,0.

POSITION de β du Taureau pour le 8 Décembre 1775.
(Voyez Connoiss. des Temps, *ann. 1761, p. 91*).

Longitude	2^s	19^d	26′	37″
Latitude	B.	5.	21.	56.
Ascension droite moyenne		78.	2.	0.
Ascension droite apparente		78.	2.	10.
Déclinaison moyenne	B.	28.	23.	29.
Déclinaison apparente	B.	28.	23.	24.



NOUVELLES OBSERVATIONS
SUR
LES GRÈS CRISTALLISÉS,
Faiſant ſuite du Mémoire ſur les Grès, en général, & particulièrement ſur ceux de Fontainebleau.

Par M. DE LASSONE.

20 Décemb. 1775.

EN décrivant les Grès criſtalliſés du rocher Saint-Germain, ſeul endroit de la forêt de Fontainebleau, où juſqu'à préſent ce phénomène a été obſervé; j'ai dit, qu'en général ces criſtaux ſe formoient ſur les parois des cavités plus ou moins grandes, qui ſe rencontrent dans l'épaiſſeur des blocs de l'eſpèce de grès propre à fournir ces criſtalliſations. J'ai ajouté dans mon Mémoire, que l'on trouvoit preſque toujours ces cavités remplies d'un ſable fin, ſans liaiſon, & ſenſiblement humide; je m'en étois bien aſſuré. Un autre fait aſſez extraordinaire, qui m'avoit d'abord été confirmé par quelques-uns des Ouvriers employés à l'exploitation de ces grès, mais que je n'avois pu vérifier encore moi-même, malgré mes recherches multipliées, c'eſt que parmi le ſable de ces cavités, il y a quelquefois des criſtaux totalement iſolés, & qui s'y ſont formés comme au milieu d'un fluide. Curieux d'obſerver moi-même & de conſtater ce fait important, que je m'étois contenté d'annoncer ſans pouvoir encore le garantir, je dis l'année dernière aux Ouvriers attachés à ces carrières, que s'ils découvroient quelque nouvelle cavité un peu conſidérable, en continuant à fendre les blocs, je leur recommandois ſur-tout de ne pas en extraire le ſable, afin que je fuſſe à portée de bien examiner tout ce qui s'y rencontreroit; j'ai pu cette année, pendant mon ſéjour à Fontainebleau, ſatisfaire pleinement ma curioſité. On m'avoit réſervé une très-

grande cavité découverte depuis peu au centre d'un gros bloc nouvellement partagé; parmi le ſable dont elle étoit remplie, & que j'ai moi-même enlevé peu-à-peu avec la main, j'ai trouvé une grande quantité de très-beaux criſtaux de grès parfaitement iſolés ; j'en montrerai pluſieurs à l'Académie : leur ſeule inſpection ſuffira pour faire juger, que chaque morceau s'eſt criſtalliſé ſéparément au milieu du ſable qui l'entouroit, & ſans avoir contracté la moindre adhérence, ni entr'eux, ni avec la paroi de la cavité où ils étoient renfermés, quoique cette cavité fût elle-même toute tapiſſée de criſtaux.

On remarque de plus, en rapprochant toutes les pièces, que la criſtalliſation commence toujours par la forme rhomboïdale ; mais il eſt aſſez rare que cette forme ſe conſerve bien régulièrement. Parmi les criſtaux entièrement iſolés, que j'ai recueillis, il s'eſt trouvé quelques rhombes d'une perfection ſurprenante; l'art auroit de la peine à rien faire de plus exact. Dans les autres, qui le ſont moins, on obſerve que deux, trois, & quelquefois quatre rhombes ſe ſont, pour ainſi dire, pénétrés & confondus, & que pluſieurs autres ont commencé à s'y réunir. En général la plupart de ces derniers criſtaux, dont je parle, offrent dans leurs formes reſpectives, ou dans l'agrégation des rhombes qui les compoſent, une ſorte de ſimilitude frappante ou d'arrangement ſemblable, que l'œil aperçoit diſtinctement, mais qu'il eſt difficile de bien décrire.

Parmi les criſtalliſations purement quartzeuſes ou ſpathiques, on connoît déjà des criſtaux à deux pointes bien régulières, & qui d'ailleurs n'offrant nulle trace, nulle empreinte ou nul indice d'adhérence préexiſtente, paroiſſent avoir été pleinement iſolés. Il eſt donc actuellement certain, que le même phénomène peut avoir lieu pour la criſtalliſation des grès, quoiqu'elle s'opère au milieu du ſable.

J'ai déjà fait obſerver que le ſable employé par la Nature à la formation de tous ces criſtaux pierreux, n'eſt pas auſſi pur que celui qui ſert à former les grès ordinaires. Au coup

d'œil ſimple, il paroît un peu limonneux; effectivement il participe d'une ſubſtance ſpathique ou crétacée très-fine & très-atténuée, que l'on peut en extraire par les acides, & qui ſans doute a été fournie ici plus abondamment par le banc de craie placé moins profondément ſous la couche ſupérieure du ſable & des grès, conformément à la deſcription générale que j'ai faite dans mon Mémoire, de la poſition reſpective de ces diverſes matières.

L'action que paroiſſent exercer l'une ſur l'autre les molécules infiniment atténuées de ces deux ſubſtances, en s'uniſſant, ſe pénétrant, pour ainſi dire, & ſe combinant par le concours de l'eau qui a ſervi à les mieux diviſer, les affiner & à les lier, doit être conſidérée comme une des cauſes principales & eſſentielles qui ont déterminé la formation de tous ces rhombes que j'ai décrits; eſpèce de ſel neutre abſolument pierreux, car la matière ſpathique pure, telle qu'elle exiſte dans les criſtaux dont la craie eſt remplie, & la matière vitreſcible, qui ſe démontre auſſi dans toute ſa pureté par cet enduit vitreux & éclatant, dont j'ai parlé, & qui revêt en forme de couverte certaines portions des grès, ſont évidemment deux principes aſſez ſubtiliſés, aſſez affinés ſans doute pour ſe pénétrer, & pour concourir en ſe combinant à former les criſtalliſations qui caractériſent tous ces grès mélangés. Or de la mixtion plus ou moins intime, plus ou moins exacte, relativement aux proportions reſpectives de ces deux ſubſtances dans leurs mélanges, ſemble auſſi dépendre le plus ou le moins de régularité dans la forme des criſtaux, & le plus ou le moins de fineſſe dans le grain de ces pierres. L'inſpection & le rapprochement des différens morceaux que j'ai encore raſſemblés cette année, confirment de plus en plus cette opinion.

Mais la forme rhomboïdale n'eſt pas abſolument la ſeule qu'affecte ce ſable ſpathique, lorſqu'en ſe liant, il ſe condenſe d'une manière régulière; j'ai déjà fait remarquer que le toit ou la portion ſupérieure des blocs des grès où l'on trouve

plus profondément les criſtaux rhomboïdaux, eſt un amas de corps arrondis ou globuleux, de différente groſſeur, qui reſſemblent parfaitement à des ſtalagmites : ces concrétions globuleuſes peuvent être conſidérées comme une ſorte de criſtalliſation d'une eſpèce particulière; la matière en eſt en général plus groſſière, & les grains ſableux y ſont moins liés & plus apparens; j'ai trouvé une aſſez grande quantité de ce grès figuré en boules ſableuſes entièrement iſolées, & formées au milieu du ſable mouvant où elles ſont enfouies. J'en ai tiré pareillement des cavités remplies de ſable, qui ſont dans l'épaiſſeur des grands blocs de grès que l'on partage; ils y étoient auſſi iſolés comme les autres criſtaux rhomboïdaux, parmi leſquels elles avoient été formées. Ce dernier fait prouve que ce n'eſt point ici un amas, une agrégation de fragmens de grès ſimplement roulés & arrondis par ce moyen accidentel; & de plus on n'obſerve ces boules ſableuſes ſeules ou réunies en forme de ſtalagmites, que dans l'endroit où le ſable eſt en partie ſpathique & où ſe forment les autres criſtalliſations rhomboïdales : il n'en exiſte dans nul autre endroit de la forêt de Fontainebleau, où le ſable eſt plus pur. J'ajoute que dans divers lieux très-diſtans de Fontainebleau, & où il y a de grands amas de ſable ſpathique ou mélangé d'une eſpèce de terre crétacée, on remarque beaucoup de ces boules ſableuſes de toute groſſeur, ſeules ou liées entr'elles: c'eſt donc ici une cauſe naturelle qui détermine pareillement la forme particulière de ces ſubſtances pierreuſes.

Les bancs de grès qui s'étendent dans toute l'étendue de la forêt de Fontainebleau, ſe propagent fort au loin dans pluſieurs autres lieux; leur ſuite & leurs directions ſont connues en grande partie par les belles Cartes minéralogiques de M. Guettard. Le banc de craie, que j'ai déjà décrit comme ſervant de baſe aux grès & au ſable de la forêt de Fontainebleau, je l'ai pareillement obſervé par-tout où j'ai retrouvé les mêmes grès : or comme il paroît que dans quelques endroits ces deux ſubſtances, la ſableuſe & la crétacee, ſe trouvent

plus confondues & plus mélangées, il doit résulter de leur union & de leur pénétration réciproques une espèce de grès spathique, par conséquent disposé à cristalliser aussi; on a donc pu présumer d'avance que de nouvelles recherches ou quelque heureux hasard feroient découvrir dans plusieurs autres endroits, soit de la forêt de Fontainebleau, soit ailleurs, des grès cristallisés semblables à ceux du rocher Saint-Germain.

On en est actuellement assuré par une observation, que M. Bezout a faite en dernier lieu, qu'il a bien voulu me communiquer, & dont il me permet de faire usage. Près de la ville de Nemours, il y a des grès qui doivent être regardés comme une continuation de ceux de Fontainebleau. M. Bezout en parcourant les environs de cette ville, où il résidoit, remarqua plusieurs pierres isolées & dispersées, qui lui parurent mériter un examen particulier; après en avoir enlevé un enduit sale, terreux & jaunâtre, qui les recouvroit & les masquoit, M. Bezout les reconnut pour un vrai grès cristallisé; il eut la complaisance de m'en porter lui-même à Fontainebleau plusieurs morceaux, parmi lesquels il y en avoit de forme bien arrondie: ceux-ci sont des boules sableuses, semblables à celles dont j'ai déjà parlé; mais elles en diffèrent en ce que leurs surfaces sont toutes couvertes, & comme hérissées de petits cristaux pierreux, réguliers & uniformes. Les autres morceaux, de figure irrégulière, ne sont aussi qu'un amas des mêmes cristaux plus gros; ils sont tous en pyramides à trois faces: peut-être ces pyramides ne sont-elles que les portions angulaires des rhombes, qui ne se démontrent au-dehors que de cette manière; j'ai trouvé plusieurs morceaux de grès parmi ceux du rocher Saint-Germain, où la forme rhomboïdale n'est en partie exprimée à la surface de ces pierres que par un amas très-rapproché de ces pyramides à trois côtés, seule portion apparente des rhombes.

Au reste, s'il existe quelque différence réelle dans ces derniers cristaux des environs de Nemours, elle pourroit bien

bien ne dépendre que d'une plus ample proportion de matière ſpathique ou crétacée combinée avec la ſubſtance vitreſcible ou ſableuſe, pour la formation de cette eſpèce de grès mélangé; car ce grès ſpathique de Nemours m'a paru faire avec l'eſprit de nitre une efferveſcence un peu plus marquée, & d'ailleurs cette criſtalliſation reſſemble davantage à celle que l'on obſerve dans la craie pure qui ſert de baſe aux bancs de grès & au ſable.

M. Bezout, en examinant plus particulièrement & en fouillant divers endroits du terrein où il fit d'abord ſes premières obſervations, trouva des blocs & même des bancs entiers de ce même grès criſtalliſé. Voilà un objet intéreſſant, qui invite à d'autres recherches. Actuellement il ſuffit d'indiquer ce nouveau fait par la ſimple notice que je viens d'en donner. M. Bezout & moi ſerons à portée de l'examiner plus en détail l'année prochaine; & l'Académie en ſera informée dans le cas où les obſervations ſeront jugées dignes de ſon attention.

Parmi ces blocs de grès, qui ſont aux environs de Nemours, M. Bezout en trouva quelques-uns tout-à-fait ſinguliers par un mélange remarquable qui les diſtingue. Ils ſont peu compacts & faciles à s'égrainer. N'ayant, pour ainſi dire, qu'un demi-caractère de grès, relativement à leur peu de dureté, ils ne ſont pas encore parvenus, ſelon l'idée que j'ai déjà rapportée, & ſelon l'expreſſion des Ouvriers exploitant ces ſortes de pierres, au degré requis de leur maturité. Quelques fragmens de ces blocs, que M. Bezout voulut bien me faire porter à Fontainebleau, & qu'il me laiſſa pour les examiner, paroiſſent pénétrés en tout ſens par une autre ſubſtance pierreuſe diſtincte, un peu plus ſolide, ayant pourtant auſſi le caractère de grès, mais d'un grain bien plus fin & mieux fondu. En conſidérant la forme de ces corps pierreux implantés dans le grès, on y trouve une reſſemblance frappante avec les vers de terre, par leur groſſeur, leurs inflexions variées, & par la diminution inſenſible des

portions qui repréſentent la tête & la queue de ces animaux. Toutes ces apparences diſpoſeroient à faire ſoupçonner que de vrais vers de terre ayant occupé ces eſpaces dans le ſable primitif, qui a commencé à ſe lier & à ſe condenſer, il a réſulté de leur deſtruction & de leur diſſolution une eſpèce de mucoſité, qui a concouru à mieux réunir, à lier plus ſolidement les grains de ſable, & à les transformer en apparence en des eſpèces de vers pétrifiés. C'eſt l'idée que préſente d'abord à l'obſervateur l'aſpect de ces grès particuliers, qui ſeront mis ſous les yeux de l'Académie avec ceux dont j'ai parlé précédemment; afin que la Compagnie juge elle-même de leur caractère, & de l'exactitude des deſcriptions.



RECHERCHES
SUR PLUSIEURS POINTS
DU SYSTÈME DU MONDE.

Par M. DE LA PLACE.

I.

LES objets que je me propose de traiter dans ce Mémoire, sont, 1.° la loi de la Pesanteur à la surface des sphéroïdes homogènes en équilibre; 2.° le phénomène du Flux & du Reflux de la Mer, la précession des Equinoxes & la Nutation de l'axe de la Terre qui résultent de ce phénomène; 3.° les Oscillations de l'atmosphère occasionnées par l'action du Soleil & de la Lune. Remis le 15 Nov. 1777.

Sur la loi de la Pesanteur à la surface des sphéroïdes homogènes en équilibre.

Ces recherches sont une extension de celles que j'ai données dans la seconde Partie des Mémoires de l'Académie pour l'*année 1772, page 536.* En supposant en équilibre une masse fluide homogène, dont toutes les parties s'attirent en raison réciproque du carré des distances, & qui, en tournant autour d'un axe, forme un solide de révolution infiniment peu différent d'une sphère; j'ai démontré que si à l'équateur de ce sphéroïde, on nomme P la pesanteur, & αm le rapport de la force centrifuge à la pesanteur, α étant supposé infiniment petit, la pesanteur à un point quelconque du sphéroïde, dont θ est le complément de la latitude, sera $P.(1 + \frac{5}{4}\alpha m.\text{cof.}\,\theta^2)$. Ce théorème est d'autant plus remarquable que j'ai fait voir dans le même endroit, qu'il n'est nullement démontré que la figure elliptique soit la seule qui convienne à l'équilibre, qu'il y a peut-être une infinité d'autres figures qui y satisfont pareillement; mais que sur tous ces sphéroïdes, la loi de

la peſanteur eſt la même. Je me propoſe ici de généraliſer ces recherches, & de chercher la loi de la peſanteur, ſans m'aſtreindre à la ſuppoſition que le ſphéroïde eſt de révolution. Je ſuppoſe conſéquemment une maſſe fluide homogène, dont toutes les parties s'attirent en raiſon réciproque du carré de la diſtance, tourner autour d'un axe quelconque, de manière que la force centrifuge ſoit infiniment petite relativement à la peſanteur; je ſuppoſe de plus tous les points de cette maſſe animés par des forces quelconques infiniment petites, & je vais déterminer *a priori*, & indépendamment de la connoiſſance de la figure du ſphéroïde, la loi de la peſanteur à ſa ſurface, dans le cas de l'équilibre.

Fig. 1. L'action d'une pyramide $MR'CBD$, dont la baſe $R'CBD$ eſt infiniment petite, ſur ſon ſommet M, eſt égale à la ſection $RR'OR''$ faite perpendiculairement à MR & diviſée par MR; en ſorte que ſi l'on nomme V cette ſection, & r la droite MR, on aura $\frac{V}{r}$ pour l'action de la pyramide ſur le point M; cette propoſition eſt trop facile à démontrer pour nous y arrêter.

Fig. 2. Cela poſé, conſidérons un ſphéroïde quelconque AMB; ſoit tirée la droite MC, & par le point M les deux droites IMV & MQ, perpendiculaires, la première à MC dans le plan AMB, & la ſeconde au plan AMB; ſoit de plus R un point quelconque placé à la ſurface du ſphéroïde, & dont Z eſt la projection ſur le plan AMB; que l'on faſſe $MR = r$, l'angle $QMR = p$, & l'angle $IMZ = q$; en faiſant varier le point R de manière que l'angle p reſtant invariable, ainſi que la droite MR, l'angle q devienne $q + \partial q$, on aura un nouveau point R', dont Z' ſera la projection ſur le plan AMB, & la droite RR' ſera égale à ZZ'; or on a $ZZ' = \partial q \,.\, MZ$, & $MZ = r \,.\, \text{ſin.}\, p$; donc $ZZ' = r\partial q \,.\, \text{ſin.}\, p = RR'$. Si l'on fait enſuite mouvoir le petit triangle MRR', de manière que q & r reſtant invariables, p devienne $p + \partial p$, le point R viendra en R'', & le point R' en O; de plus, il eſt viſible que la baſe

$RR'OR''$ de la pyramide $MRR'OR''$ eſt égale à $r^2 \partial p . \partial q$. ſin. p, & qu'elle eſt perpendiculaire ſur MR, en ſorte que ſon action ſur le point M ſera, par ce qui précède, égale à $r \partial p . \partial q$. ſin. p; cette action décompoſée ſuivant les trois droites MC, MV & MQ, donnera, 1.° ſuivant MC, une action égale à r. ſin. p^2. ſin. $q . \partial p . \partial q$; 2.° ſuivant MV, une action égale à $-r$. ſin. p^2. coſ. $q . \partial p . \partial q$; 3.° ſuivant MQ, une action égale à $r \partial p . \partial q$. ſin. p. coſ. p. On aura donc pour l'action entière du ſphéroïde, 1.° ſuivant MC, $\int\int r$. ſin. p^2. ſin. $q . \partial p . \partial q$, je nomme A cette action; 2.° ſuivant MV, $-\int\int r$. ſin. p^2. coſ. $q . \partial p . \partial q$, je nomme B cette action; 3.° ſuivant MQ, $\int\int r \partial p . \partial q$. ſin. p. coſ. p, je nomme C cette action; les doubles intégrales doivent être priſes depuis p & q égaux à zéro, juſqu'à p & q égaux à 180 degrés; il ne s'agit plus maintenant que de connoître r en fonction de p & de q.

Pour cela, imaginons que le ſolide ſoit infiniment peu différent d'une ſphère dont C ſoit le centre, & CA le rayon. Soit $CA = a$, & l'angle $MCA = \theta$; concevons enſuite un plan fixe ANB, & ſoit ϖ l'angle qu'il forme avec le plan AMB, angle que je nommerai *Longitude du point* M. Cela poſé, MC ne diffère par l'hypothèſe de AC, que d'une quantité infiniment petite; ſoit $\alpha a \mu$ cette quantité, en ſorte que l'on ait $MC = a(1 + \alpha \mu)$, α étant infiniment petit; μ ſera une fonction de ϖ & de θ; ſoit encore θ' l'angle RCA, & ϖ' la longitude du point R, on aura $RC = a(1 + \alpha \mu')$, μ' étant pareille fonction de ϖ' & de θ', que μ l'eſt de ϖ & de θ. Si des points R & Z, on abaiſſe les perpendiculaires RL & ZL, ſur MC, on aura $(RL)^2 = (ZL)^2 + (RZ)^2$; or $ZL = r$. ſin. p. coſ. q, & $RZ = r$. coſ. p; donc $(RL)^2 = r^2$. ſin. p^2. coſ. $q^2 + r^2$. coſ. p^2: de plus $ML = r$. ſin. p. ſin. q; donc $CL = a(1 + \alpha \mu) - r$. ſin. p. ſin. q; partant $(CR)^2 = (CL)^2 + (RL)^2 = a^2(1 + \alpha\mu)^2 - 2a(1 + \alpha\mu) . r$. ſin. p. ſin. $q + r^2 = a^2 . (1 + \alpha\mu')^2$; on aura donc en négligeant les quantités de l'ordre α^2, comme nous le ferons toujours dans la ſuite,

$r^2 - 2ar.(1 + \alpha\mu).\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q = 2\alpha a^2.(\mu' - \mu);$
d'où l'on tire

$$r = a.(1 + \alpha\mu).\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q \pm \left[a\,\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q.(1 + \alpha\mu) + \frac{\alpha a(\mu' - \mu)}{\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q}\right].$$

Il faut ſubſtituer dans μ', au lieu de ϖ' & de θ', les valeurs qui leur conviennent; or en adoptant le ſigne $-$, on a $r = \frac{\alpha a(\mu' - \mu)}{\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q}$, ce qui indique que le point R eſt infiniment voiſin du point M, & alors on a aux quantités près de l'ordre α, $\varpi' = \varpi$, & $\theta' = \theta$; d'où l'on tire aux quantités près de l'ordre α^2, $\alpha\mu' = \alpha\mu$; partant $r = 0$, ce qui d'ailleurs eſt viſible *a priori.* En adoptant le ſigne $+$, on a $r = 2a(1 + \alpha\mu).\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q + \frac{\alpha a(\mu' - \mu)}{\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q}$, & c'eſt l'expreſſion de MR; il faut préſentement déterminer θ' & ϖ' en fonctions de p & de q. Pour cela, on abaiſſera des points R & Z, les perpendiculaires RK & ZK ſur AB; en négligeant les quantités de l'ordre α, comme cela eſt ici permis, θ & ϖ' ne ſe trouvant que dans μ' qui eſt déjà multiplié par α, on aura $CK = a.\text{coſ.}\,\theta'$; de plus, ſi l'on mène LH perpendiculairement ſur AC, & ZS perpendiculairement ſur LH, on aura $CH = CL.\text{coſ.}\,\theta = (a - r.\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q).\text{coſ.}\,\theta$, & $ZS = KH = r.\text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\,q.\text{ſin.}\,\theta$; donc $CK = CH + HK = a.\text{coſ.}\,\theta + r.\text{ſin.}\,p.(\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,q - \text{coſ.}\,\theta.\text{ſin.}\,q)$; donc $\text{coſ.}\,\theta' = \text{coſ.}\,\theta + 2\,\text{ſin.}\,p^2.\text{ſin.}\,q.\text{ſin.}\,(\theta - q)$, on a enſuite $\text{ſin.}\,(\varpi' - \varpi) = \frac{RZ}{RK} = \frac{r\,\text{coſ.}\,p}{a\,\text{ſin}\,\theta'} = \frac{2\,\text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\,p.\text{ſin.}\,q}{\text{ſin.}\,\theta'}$; on déterminera donc ϖ' & θ' au moyen des équations,

$$\text{ſin.}\,(\varpi' - \varpi) = \frac{2\,\text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\,p.\text{ſin.}\,q}{\text{ſin.}\,\theta'},$$

$$\text{coſ.}\,\theta' = \text{coſ.}\,\theta + 2\,\text{ſin.}\,p^2.\text{ſin.}\,q.\text{ſin.}\,(\theta - q),$$

$$\text{ou coſ.}\,\theta' = \text{coſ.}\,\theta.\text{coſ.}\,p^2 + \text{ſin.}\,p^2.\text{coſ.}\,(\theta - 2q);$$

ſi l'on ſubſtitue maintenant au lieu de r, ſa valeur dans les

expressions de A, B & C, on aura

$$A = \int\int \partial p \partial q \cdot [2a \sin. p^3 \cdot \sin. q^2 (1 + \alpha\mu) + \alpha a (\mu' - \mu) \cdot \sin. p];$$

$$B = -\int\int \partial p \partial q \cdot [2a \sin. p^3 \cdot \sin. q \cdot \cos. q \cdot (1 + \alpha\mu) + \alpha a (\mu' - \mu) \sin. p \cdot \frac{\cos. q}{\sin. q}];$$

$$C = \int\int \partial p \partial q \cdot [2a \sin. p^3 \cdot \cos. p \cdot \sin. q \cdot (1 + \alpha\mu) + \alpha a (\mu' - \mu) \cdot \frac{\cos. p}{\sin. q}];$$

les intégrales précédentes devant être prises depuis p & q égaux à zéro, jusqu'à p & q égaux à 180^d, il est clair qu'on peut négliger dans le développement des différentielles, les termes dans lesquels cos. p ou cos. q se trouvent élevés à des puissances impaires; car soit $P \partial q . \cos. q$, un de ces termes, P étant fonction de sin. q & de cos. q^2, il est visible que P sera le même pour deux valeurs de q, équidistantes de 90^d, mais dont l'une est au-dessus & l'autre au-dessous de ce point; donc cos. q étant le même pour ces deux valeurs, avec des signes contraires, $P \partial q$. cos. q sera aussi le même avec des signes contraires; en sorte que l'on aura depuis $q = 0$, jusqu'à $q = 180^d$, $\int P \partial q \cdot \cos. q = 0$; on a ensuite $\int \partial q \cdot \sin. q^2 = \frac{\Pi}{2}$, Π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon; de plus $\int \partial p \cdot \sin. p^3 = \frac{4}{3}$; donc $\int\int 2 \partial p \partial q \cdot \sin. p^3 \cdot \sin. q^2 = \frac{4}{3}\Pi$, on a encore $\int\int \partial p . \partial q . \sin. p = 2\Pi$; en faisant donc pour plus de simplicité, $a = 1$, on aura

$$A = \frac{4}{3}\Pi - \frac{2}{3}\alpha\Pi . \mu + \alpha \int\int \mu' \partial p \partial q . \sin. p,$$

$$B = \alpha \int\int \partial p \partial q . \sin. p . \frac{\cos. q}{\sin. q} . (\mu - \mu') = -\alpha \int\int \partial p \partial q . \sin. p . \frac{\cos. q}{\sin. q} . \mu';$$

$$C = \alpha \int\int \partial p \partial q . \frac{\cos. p}{\sin. q} (\mu' - \mu) = \alpha \int\int \partial p \partial q . \frac{\cos. p}{\sin. q} . \mu';$$

si l'on intègre l'expression de B par rapport à p, on aura

$$B = \alpha . \cos. p . \int \partial q . \frac{\cos. q}{\sin. q} . (\mu' - \mu) - \alpha \int\int \partial p \partial q . \cos. p . \frac{\cos. q}{\sin. q} . \left(\frac{\partial \mu'}{\partial p}\right);$$

$\left(\frac{\partial \mu'}{\partial p}\right)$ désignant le coëfficient de ∂p, dans la différentielle de μ'; or p étant supposé nul, on a $\varpi' = \varpi$, & $\theta' = \theta$,

donc $\mu' = \mu$; les mêmes équations ont encore lieu, lorsque $p = 180^d$; on a donc $-\alpha \cos. p \int \partial q . \frac{\cos. q}{\sin. q} . (\mu' - \mu) = 0$;

partant, $B = -\alpha \int\int \partial p \partial q . \cos. p . \frac{\cos. q}{\sin. q} . (\frac{\partial \mu'}{\partial p})$;

on a présentement,

$$(\frac{\partial \mu'}{\partial p}) = (\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}) . (\frac{\partial \theta'}{\partial p}) + (\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}) . (\frac{\partial \varpi'}{\partial p}),$$

& l'équation

$$\cos. \theta' = \cos. \theta + 2 \sin. p^2 . \sin. q . \sin. (\theta - q),$$

donne, en y faisant varier θ' & p,

$$\partial \theta' . \sin. \theta' = - 4 \partial p \sin. p . \cos. p . \sin. q . \sin. (\theta - q).$$

Partant

$$(\frac{\partial \theta'}{\partial p}) = - \frac{4 \sin. p . \cos. p . \sin. q . \sin. (\theta - q)}{\sin. \theta'},$$

en différentiant présentement l'équation

$\sin. (\varpi' - \varpi) = \frac{2 \sin. p . \cos. p . \sin. q}{\sin. \theta'}$, par rapport à ϖ' & p;

on aura

$$\partial \varpi' . \cos. (\varpi' - \varpi) = \frac{2 \partial p \sin. q . (\cos. p^2 - \sin. p^2)}{\sin. \theta'} - \frac{2 \partial p . \sin. p . \cos. p . \sin. q . (\frac{\partial \theta'}{\partial p}) . \cos. \theta'}{\sin. \theta'^2};$$

Partant

$$(\frac{\partial \varpi'}{\partial p}) = \frac{2 (\cos. p^2 - \sin. p^2) . \sin. q}{\sin. \theta' . \cos. (\varpi' - \varpi)} + \frac{8 \sin. p^2 . \cos p^2 . \sin. q^2 . \sin. (\theta - q) . \cos. \theta'}{\sin. \theta'^3 \cos. (\varpi' - \varpi)};$$

On aura donc

$$\frac{B}{2} = \alpha \int\int \partial p \partial q . \left\{ \begin{array}{l} (\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}) . \frac{2 \sin. p . \cos. p^2 . \cos. q . \sin. (\theta - q)}{\sin. \theta'} \\ - (\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos. p . \cos. q . (\cos. p^2 - \sin. p^2)}{\sin. \theta' . \cos. (\varpi' - \varpi)} \\ + \frac{4 \sin. p^2 . \cos. p^3 . \sin. q . \cos. q . \sin. (\theta - q) . \cos. \theta'}{\sin. \theta'^3 . \cos. (\varpi' - \varpi)} \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

d'où l'on tirera facilement

$$\frac{B}{2} = \alpha \int\int \partial p \partial q \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}\right) \cdot \frac{\text{ſin.} p \cdot \text{coſ.} p^2 \cdot [\text{ſin.} \theta + \text{ſin.} (\theta - 2q)]}{\text{ſin.} \theta'} \\ -\left(\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}\right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{coſ.} p \cdot \text{coſ.} q \cdot (\text{coſ.} p^2 - \text{ſin.} p^2)}{\text{ſin.} \theta' \cdot \text{coſ.} (\varpi' - \varpi)} \\ + \frac{2 \text{ſin.} p^2 \cdot \text{coſ.} p^2 \cdot \text{ſin.} q \cdot \text{coſ.} \theta' \cdot [\text{ſin.} \theta + \text{ſin.} (\theta - 2q)]}{\text{ſin.} \theta'^3 \cdot \text{coſ.} (\varpi' - \varpi)} \end{array} \right\} \end{array} \right\};$$

ſi l'on différencie l'expreſſion de A, par rapport à θ, on aura

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right) = -\tfrac{2}{3} \alpha \Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) + \alpha \int\int \partial p \partial q \cdot \text{ſin.} p \cdot \left[\left(\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}\right) \cdot \left(\frac{\partial \theta'}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}\right) \cdot \left(\frac{\partial \varpi'}{\partial \theta}\right)\right].$$

Or en différenciant l'équation

$$\text{coſ.} \theta' = \text{coſ.} \theta \cdot \text{coſ.} p^2 + \text{ſin.} p^2 \cdot \text{coſ.} (\theta - 2q),$$

par rapport à θ' & θ, on a

$$\partial \theta' \cdot \text{ſin.} \theta' = \partial \theta \cdot \text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} p^2 + \partial \theta \cdot \text{ſin.} p^2 \cdot \text{ſin.} (\theta - 2q),$$

ce qui donne

$$\left(\frac{\partial \theta'}{\partial \theta}\right) = \frac{\text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} p^2 + \text{ſin.} p^2 \cdot \text{ſin.} (\theta - 2q)}{\text{ſin.} \theta'};$$

ſi l'on différencie enſuite l'équation

$\text{ſin.} (\varpi' - \varpi) = \frac{2 \text{ſin.} p \cdot \text{coſ.} p \cdot \text{ſin.} q}{\text{ſin.} \theta'}$, par rapport à ϖ' & θ, on aura

$$\partial \varpi' \cdot \text{coſ.} (\varpi' - \varpi) = -\frac{2 \text{ſin.} p \cdot \text{coſ.} p \cdot \text{ſin.} q \cdot \text{coſ.} \theta'}{\text{ſin.} \theta'^2} \cdot \left(\frac{\partial \theta'}{\partial \theta}\right) \cdot \partial \theta;$$

d'où l'on tire, en ſubſtituant au lieu de $\left(\frac{\partial \theta'}{\partial \theta}\right)$ ſa valeur,

$$\left(\frac{\partial \varpi'}{\partial \theta}\right) = -\frac{2 \text{ſin.} p \cdot \text{coſ.} p \cdot \text{ſin.} q \cdot \text{coſ.} \theta'}{\text{ſin.} \theta'^3 \cdot \text{coſ.} (\varpi' - \varpi)} \cdot [\text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} p^2 + \text{ſin.} p^2 \cdot \text{ſin.} (\theta - 2q)];$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right) = -\tfrac{2}{3} \alpha \Pi \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) + \alpha \int\int \partial p \partial q \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial \mu'}{\partial \theta'}\right) \cdot \left[\frac{\text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} p^2 + \text{ſin.} p^2 \cdot \text{ſin.} (\theta - 2q)}{\text{ſin.} \theta'}\right] \cdot \text{ſin.} p, \\ -\left(\frac{\partial \mu'}{\partial \varpi'}\right) \cdot \frac{2 \text{ſin.} p^2 \cdot \text{coſ.} p \cdot \text{ſin.} q \cdot \text{coſ.} \theta'}{\text{ſin.} \theta'^3 \text{coſ.} (\varpi' - \varpi)} \cdot [\text{ſin.} \theta \cdot \text{coſ.} p^2 \\ \quad + \text{ſin.} p^2 \cdot \text{ſin.} (\theta - 2q)]; \end{array} \right.$$

Partant

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right)-\frac{1}{2}B=-\frac{2}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right)$$

$$+\alpha\iint\partial p\,\partial q.[\text{fin.}p^2-\text{cof.}p^2].\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1}\right).\frac{\text{fin.}p.\text{fin.}(\theta-2q)}{\text{fin.}\theta^1}\\ -\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1}\right).\left[\frac{\text{cof.}p.\text{cof.}q}{\text{fin.}\theta^1.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)}\right.\\ \left.+\frac{2\,\text{fin.}p^2.\text{cof.}p.\text{fin.}q.\text{cof.}\theta^1.\text{fin.}(\theta-2q)}{\text{fin.}\theta^{1\,3}.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)}\right]\end{array}\right\};$$

Maintenant, on a

$$\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial q}\right)=\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta^1}\right).\left(\frac{\partial \theta^1}{\partial q}\right)+\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1}\right).\left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial q}\right);$$

or si l'on différencie l'équation

$$\text{cof.}\theta^1=\text{cof.}\theta.\text{cof.}p^2+\text{fin.}p^2.\text{cof.}(\theta-2q),$$

par rapport à θ^1 & à q, on aura

$$\partial\theta^1.\text{fin.}\theta^1=-2\,\text{fin.}p^2.\partial q.\text{fin.}(\theta-2q);$$

Partant $\left(\frac{\partial \theta^1}{\partial q}\right)=-\frac{2\,\text{fin.}p^2.\text{fin.}(\theta-2q)}{\text{fin.}\theta^1}$; en différenciant ensuite l'équation $\text{fin.}(\varpi^1-\varpi)=\frac{2\,\text{fin.}p.\text{cof.}p.\text{fin.}q}{\text{fin.}\theta^1}$, par rapport à ϖ & à q, on aura

$$\partial\varpi^1.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)=\frac{2\partial q.\text{fin.}p.\text{cof.}p.\text{cof.}q}{\text{fin.}\theta^1}-\frac{2\,\text{fin.}p.\text{cof.}p.\text{fin.}q.\left(\frac{\partial\theta^1}{\partial q}\right).\partial q.\text{cof.}\theta^1}{\text{fin.}\theta^{1\,2}};$$

d'où l'on tirera, en substituant au lieu de $\left(\frac{\partial\theta^1}{\partial q}\right)$ sa valeur,

$$\left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial q}\right)=\frac{2\,\text{fin.}p.\text{cof.}p.\text{cof.}q}{\text{fin.}\theta^1.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)}+\frac{4\,\text{fin.}p^3\text{cof.}p.\text{fin.}q.\text{cof.}\theta^1.\text{fin.}(\theta-2q)}{\text{fin.}\theta^{1\,3}.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)};$$

Partant

$$\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial q}\right)=-\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \theta}\right).\frac{2\,\text{fin.}p^2.\text{fin.}(\theta-2q)}{\text{fin.}\theta^1}$$

$$+\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial \varpi^1}\right).\left\{\begin{array}{l}\frac{2\,\text{fin.}p.\text{cof.}p.\text{cof.}q}{\text{fin.}\theta^1.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)}\\ +\frac{4\,\text{fin.}p^3.\text{cof.}p.\text{fin.}q.\text{cof.}\theta^1\,\text{fin.}(\theta-2q)}{\text{fin.}\theta^{1\,3}.\text{cof.}(\varpi^1-\varpi)}\end{array}\right\};$$

on aura donc

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right)-\frac{1}{2}B=-\frac{2}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right)-\frac{1}{2}\iint\partial p\,\partial q.\left(\frac{\partial \mu^1}{\partial q}\right).\left[\frac{\text{fin.}p^2-\text{cof.}p^2}{\text{fin.}p}\right];$$

or en intégrant par rapport à q, on a $\int \partial q . (\frac{\partial \mu'}{\partial q}) = \mu' + H$, la conſtante arbitraire doit ſe déterminer par la condition que l'intégrale commence lorſque $q = 0$; & dans ce cas on a $\theta' = \theta$, & $\varpi' = \varpi$: donc $\mu' = \mu$; partant $H = - \mu$, & $\int \partial q . (\frac{\partial \mu'}{\partial q}) = \mu' - \mu$; mais l'intégrale doit ſe terminer lorſque $q = 180^d$; & dans ce cas on a $\theta' = \theta$, & $\varpi' = \varpi$; partant $\mu' = \mu$: donc $\int \partial q . (\frac{\partial \mu'}{\partial q}) = 0$, ce qui donne

$$(\frac{\partial A}{\partial \theta}) - \frac{1}{2} B + \frac{2}{3} \alpha \Pi . (\frac{\partial \mu}{\partial \theta}) = 0; \quad (a)$$

équation analogue à celle que j'ai donnée pour les ſphéroïdes de révolution, dans les Mémoires de l'Académie déjà cités, *page 545.*

On aura, en ſuivant la même analyſe, une équation à peu-près ſemblable entre A & C; mais au lieu de recommencer les mêmes calculs, il eſt plus ſimple de tirer cette équation de l'équation (a). Pour cela, conſidérons un point m, infiniment voiſin de M, placé en même temps à la ſurface du ſphéroïde, & dans le plan AMB; ſi l'on fait $MCm = \partial \theta$, & que l'on nomme $'A$, ce que devient A pour le point m, & $'\mu$, ce que devient μ pour le même point, on aura

$$\frac{'A - A}{\partial \theta} = (\frac{\partial A}{\partial \theta}), \text{ \& } \frac{'\mu - \mu}{\partial \theta} = (\frac{\partial \mu}{\partial \theta});$$

l'équation (a) devient conſéquemment

$$'A - A - \frac{1}{2} B . \partial \theta + \frac{2}{3} \alpha \Pi . ('\mu - \mu); \quad (\lambda)$$

Imaginons par les points M & C, un plan QMC, perpendiculaire au plan AMB, & conſidérons un point m', infiniment voiſin de M, placé en même temps à la ſurface du ſphéroïde & dans le plan QMC; ſoit $\partial \varphi$, l'angle MCm', & ſoient $A_{,}$ & $\mu_{,}$, ce que deviennent A & μ au point m'; il eſt clair que par la même raiſon que l'équation (λ) a lieu, celle-ci

$$A_{,} - A - \frac{1}{2} C \partial \varphi + \frac{2}{3} \alpha \Pi . (\mu_{,} - \mu); \quad (\lambda')$$

doit avoir lieu; préſentement l'angle $m' CA$, ne diffère de l'angle MCA que d'un infiniment petit du ſecond ordre, en ſorte que ſi l'on ſuppoſe la longitude du point m' égale à $\varpi + \partial\varpi$, on aura

$$A_1 - A = \left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right).\partial\varpi, \;\&\; \mu_1 - \mu = \left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right).\partial\varpi;$$

de plus, en négligeant les quantités de l'ordre α, comme cela eſt ici permis, C étant infiniment petit de l'ordre α, on a $\partial\varphi = \partial\varpi\,\text{ſin.}\,\theta$; l'équation (λ') deviendra donc

$$\left(\frac{\partial A}{\partial\varpi}\right) - \tfrac{1}{2}C,\text{ſin.}\,\theta + \tfrac{2}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right) = 0; \quad (a')$$

& les équations (a) & (a') ont lieu, quelle que ſoit la figure du ſphéroïde, pourvu qu'il diffère infiniment peu de la ſphère.

Suppoſons maintenant que le ſphéroïde ait un mouvement de rotation, & de plus, que toutes ſes parties ſoient animées par des forces quelconques, & déterminons les équations de l'équilibre. D'abord, il eſt clair que l'axe de rotation peut être cenſé paſſer par le centre de gravité du ſphéroïde; ſoit donc AB cet axe, C étant le centre de gravité de la maſſe entière; ſoit encore αf la force centrifuge à l'Équateur du ſphéroïde, ou lorſque $\theta = 90^d$; cette force ſera au point M égale à $\alpha f.\text{ſin.}\,\theta$, en négligeant les quantités de l'ordre α^2, & elle donnera, ſuivant l'élément Mm du ſphéroïde, une force égale à $\alpha f.\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta$; cette même force, décompoſée ſuivant l'élément Mm', ſera nulle, & décompoſée ſuivant MC, elle donnera une force égale à $-\alpha f.\text{ſin.}\,\theta^2$, je lui donne le ſigne $-$, parce qu'elle agit en ſens contraire de MC.

L'action A du ſphéroïde ſur le point M, décompoſée ſuivant Mm, donnera une force égale à $A.\text{coſ.}\,CMm$; or on a $\text{coſ.}\,CMm = -\alpha.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right)$; donc l'action A produira, ſuivant Mm, une force égale à $-\alpha A.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right) = -\frac{4}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right)$, en négligeant les quantités de l'ordre α^2. Cette même force A, décompoſée ſuivant Mm', donnera une force égale

à $-\frac{4}{3}\alpha\Pi . \frac{\left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right)}{\text{sin.}\,\theta}$. La force B étant de l'ordre α, donnera suivant Mm, en négligeant les quantités de l'ordre α^2, une force égale à B, & suivant Mm', une force nulle. Pareillement, la force C donnera suivant Mm, une force nulle, & suivant Mm', une force égale à C. Supposons ensuite que le point M soit animé 1.° d'une force αM, dirigée de M vers V; 2.° d'une force αN, dirigée de M vers Q; 3.° d'une force αR, dirigée de M vers C; M, N & R, étant des fonctions quelconques de ϖ & de θ; on aura pour la force entière, dont le point M est animé suivant Mm, $\alpha f.\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta + \alpha M + B - \frac{4}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right)$, & comme cette force doit être nulle par la condition de l'équilibre, on aura l'équation

$$\alpha f.\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta + \alpha M + B = \frac{4}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\right); \quad (a^2)$$

on aura semblablement pour la force entière, dont le point M est animé suivant Mm', $\alpha N + C - \frac{4}{3}\alpha\Pi.\frac{\left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right)}{\text{sin.}\,\theta}$, & cette force devant être encore nulle dans le cas de l'équilibre, on aura l'équation

$$\text{sin.}\,\theta.(C + \alpha N) = \frac{4}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial\mu}{\partial\varpi}\right); \quad (a^3)$$

enfin, la force entière dont le point M est animé suivant MC, est $A - \alpha f.\text{sin.}\,\theta^2 + \alpha R$; or il est facile de s'assurer que la pesanteur au point M, ou, ce qui revient au même, que la résultante des trois forces, suivant MC, MV & MQ, ne diffère de la force, suivant MC, que d'une quantité de l'ordre α^2; donc, si l'on nomme P la pesanteur au point M, on aura

$$P = A - \alpha f.\text{sin.}\,\theta^2 + \alpha R; \quad (a^4)$$

si l'on différencie cette équation successivement par rapport

à θ, & à ϖ, on aura

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right).\partial\theta = \left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right).\partial\theta + \alpha.\left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right).\partial\theta - 2\alpha f\partial\theta.\text{fin}.\theta.\text{cof}.\theta,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi = \left(\frac{\partial A}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi + \alpha.\left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi,$$

en ſubſtituant dans ces équations, au lieu de $\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right)$ & de $\left(\frac{\partial A}{\partial \varpi}\right)$, leurs valeurs que donnent les équations (a) & (a'), on aura

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right).\partial\theta = \tfrac{1}{2}B.\partial\theta - \tfrac{2}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right).\partial\theta$$
$$+ \alpha.\left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right).\partial\theta - 2\alpha f\partial\theta.\text{fin}.\theta.\text{cof}.\theta,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi = \tfrac{1}{2}C\partial\varpi.\text{fin}.\theta - \tfrac{2}{3}\alpha\Pi.\left(\frac{\partial \mu}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi$$
$$+ \alpha.\left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi,$$

& ſi l'on ſubſtitue au lieu de B & de C, leurs valeurs que donnent les équations (a^2) & (a^3) de l'équilibre, on aura

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right).\partial\theta = -\tfrac{5}{2}\alpha f.\partial\theta.\text{fin}.\theta.\text{cof}.\theta - \tfrac{1}{2}\alpha M.\partial\theta + \alpha.\left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right).\partial\theta,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi = -\tfrac{1}{2}\alpha N.\partial\varpi.\text{fin}.\theta + \alpha.\left(\frac{\partial R}{\partial \varpi}\right).\partial\varpi,$$

en ajoutant ces deux équations, on aura

$$\partial P = -\tfrac{5}{2}\alpha f.\partial\theta.\text{fin}.\theta\,\text{cof}.\theta - \tfrac{1}{2}\alpha(M\partial\theta + N\partial\varpi.\text{fin}.\theta) + \alpha\partial R;$$

pour que cette équation, & par conſéquent pour que l'équilibre ſoient poſſibles, $M\partial\theta + N\partial\varpi.\text{fin}.\theta$ doit être une différence exacte; ſoit ∂V, cette différence, & l'on aura

$$P = P' + \tfrac{5}{4}\alpha f.\text{cof}.\theta^2 - \tfrac{1}{2}\alpha V + \alpha R;$$

P' étant une conſtante arbitraire ajoutée en intégrant, & cette équation exprime généralement la loi de la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde.

Lorſque les forces αM, αN & αR ſont produites par les

attractions de tant de corps que l'on voudra, placés près ou loin du sphéroïde, mais tels cependant, 1.° que leur action sur le sphéroïde altère infiniment peu sa figure; 2.° qu'ils participent au mouvement de rotation du sphéroïde, autrement il ne pourroit jamais y avoir équilibre, ou bien s'ils ne tournent point avec le sphéroïde, qu'ils soient en nombre infini, & distribués également & circulairement autour du sphéroïde, comme il est très-naturel de présumer que toutes les parties de l'anneau de Saturne sont disposées autour de cette Planète; $M\partial\theta + N\partial\varpi.\text{fin.}\,\theta$ sera toujours dans ce cas une différence exacte; car soit S un de ces corps, r sa distance au point M, & h sa distance au point C; r peut être considéré comme fonction de θ, ϖ, & du rayon CM, que je nomme s; présentement, l'action de S sur M est $\frac{S}{r^2}$; cette action, décomposée suivant MV, est $\frac{S}{r^2 s}.\left(\frac{\partial r}{\partial\theta}\right)$; cette même action décomposée suivant MQ, est $\frac{S}{r^2 s.\text{fin.}\,\theta}.\left(\frac{\partial r}{\partial\varpi}\right)$; enfin cette action décomposée suivant MC, est $-\frac{S}{r^2}.\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)$. Pour être en droit de regarder le centre C comme immobile, il faut retrancher des forces précédentes l'action de S sur C, décomposée suivant les mêmes lignes, & pour avoir cette action, il suffit de faire s infiniment petit dans les quantités précédentes; soit r' ce que devient r dans ce cas, & s' ce que devient s, on aura

$$\alpha M = \frac{S}{r^2 s}.\left(\frac{\partial r}{\partial\theta}\right) - \frac{S}{r'^2 s'}.\left(\frac{\partial r'}{\partial\theta}\right),$$

$$\alpha N = \frac{S}{r^2 s.\text{fin.}\,\theta}.\left(\frac{\partial r}{\partial\varpi}\right) - \frac{S}{r'^2 s'.\text{fin.}\,\theta}.\left(\frac{\partial r'}{\partial\varpi}\right),$$

$$\&\ \alpha R = \frac{S}{r'^2}.\left(\frac{\partial r'}{\partial s'}\right) - \frac{S}{r^2}.\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right);$$

partant $\alpha M\partial\theta + \alpha N\partial\varpi.\text{fin.}\,\theta = \frac{S}{r^2 s}.\partial r - \frac{S}{r'^2 s'}.dr'$,

en ne considérant que ϖ & θ de variables; on aura donc

$$P = P' + \tfrac{5}{4} \cdot \alpha f \cdot \text{cof.}\, \theta^2 + \frac{S}{2rs} - \frac{S}{2r's'} + \frac{S}{r'^2} \cdot \left(\frac{\partial r'}{\partial s}\right) - \frac{S}{r^2} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right).$$

Supposons qu'en réduisant $\frac{1}{r}$, dans une suite ascendante par rapport à s, on ait $\frac{1}{r} = \frac{1}{h} + bs + b^{(1)} \cdot s^2 +$ &c, $b, b^{(1)}$, &c, étant des fonctions de θ & de ϖ; on aura

$$-\frac{S}{2r's'} = -\frac{S}{2hs'} - \frac{Sb}{2} - \frac{Sb^{(1)}s'}{2} - \&c\,;$$

de plus, on aura

$$\frac{S}{r'^2} \cdot \left(\frac{\partial r'}{\partial s'}\right) = -S \cdot \left(\frac{\partial \cdot \frac{1}{r'}}{ds'}\right) = -Sb - 2Sb^{(1)}s' - \&c\,;$$

& si l'on considère que le terme $-\frac{S}{2hs'}$, étant constant, peut être censé compris dans la constante arbitraire P', on trouvera en faisant $s' = 0$,

$$P = P' + \tfrac{5}{4}\alpha f \cdot \text{cof.}\,\theta^2 + \frac{S}{2rs} - \frac{3Sb}{2} - \frac{S}{r^2 s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right);$$

désignant donc par $\Sigma \cdot \left[\frac{S}{2rs} - \frac{3Sb}{2} - \frac{S}{r^2 s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)\right]$, la somme des quantités $\frac{S}{2rs} - \frac{3}{2} \cdot Sb - \frac{S}{r^2 s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)$, relative à tant de corps que l'on voudra, on aura

$$P = P' + \tfrac{5}{4}\alpha f \cdot \text{cof.}\,\theta^2 + \Sigma \cdot \left[\frac{S}{2rs} - \tfrac{3}{2} \cdot Sb - \frac{S}{r^2 s} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)\right].$$

Partant, si l'on connoissoit la figure & la densité de l'anneau de Saturne, & sa position par rapport à l'axe de rotation de cette Planète, on pourroit, en supposant la Planète homogène, déterminer la loi de la pesanteur à sa surface; l'équation précédente réduit, comme l'on voit, le problème à la quadrature des courbes, parce qu'alors S devient infiniment petit, & que

& que la caractéristique intégrale Σ, relative aux différences finies, se change dans la caractéristique intégrale $\int$, relative aux différences infiniment petites.

II.

Sur le Flux & le Reflux de la Mer, & sur la précession des Équinoxes & la nutation de l'axe de la Terre qui résultent de ce Phénomène.

Il ne s'agit point ici de chercher une nouvelle cause du flux & du reflux de la Mer, mais de bien faire usage de celle que nous lui connoissons incontestablement, & qui, comme l'on sait, consiste dans l'inégale pesanteur des eaux de la mer & du centre de la Terre vers le Soleil & la Lune. Je me propose d'assujettir à une analyse plus rigoureuse qu'on ne l'a fait encore, les effets de cette inégalité de pesanteur, & les oscillations qui en résultent. Presque tous les Géomètres qui se sont occupés jusqu'ici de cet objet, ont supposé d'abord un Astre immobile au-dessus d'une Planète immobile, & recouverte d'un fluide; ils ont cherché la figure que le fluide devoit prendre pour être en équilibre; considérant ensuite le cas où l'Astre a un mouvement réel ou apparent autour de la Planète, ils ont supposé que la figure du fluide en équilibre, qu'ils avoient déterminée dans le cas de l'Astre immobile, n'étoit point altérée par ce mouvement, dont tout l'effet suivant eux est de changer à chaque instant la position de cette figure relativement à la Planète, en lui conservant toujours la même situation par rapport à l'Astre. C'est ainsi que M.rs Newton, Daniel Bernoulli, & Maclaurin, ont déterminé les effets des attractions du Soleil & de la Lune sur la mer; mais il est aisé de sentir le peu de conformité de ces suppositions avec ce qui a lieu dans la Nature, & l'on doit aux grands Géomètres que je viens de citer, la justice d'observer qu'ils en ont eux-mêmes reconnu l'inexactitude & l'insuffisance pour expliquer plusieurs phénomènes des marées. Celui qui s'éloigne le plus de leur théorie, est

la différence très-petite que l'obſervation donne entre les deux marées d'un même jour, quelle que ſoit la déclinaiſon des deux Aſtres, tandis qu'en ſuivant leur réſultat, cette différence doit ſouvent être très-conſidérable, & beaucoup plus grande qu'aucune autre inégalité des marées : or une théorie qui diffère à ce point de l'obſervation, doit être entièrement abandonnée. Heureuſement cela ne porte aucune atteinte au principe de la gravitation univerſelle, & il n'en réſulte que la néceſſité d'avoir égard dans la détermination des oſcillations de la mer, au mouvement de rotation de la Terre, & à ceux du Soleil & de la Lune dans leurs orbites. Cette recherche préſente alors de bien plus grandes difficultés que celle de l'équilibre, & c'eſt vraiſemblablement ce qui a déterminé les Géomètres à ſe borner à ce dernier cas; j'en excepte cependant M.rs Euler & d'Alembert; le premier de ces deux grands Géomètres, après avoir fait ſentir dans ſa Pièce ſur le flux & le reflux de la mer, la difficulté de ſoumettre à un calcul précis les oſcillations des eaux de la mer, & le peu de reſſources que préſentoient alors à cet égard l'analyſe & la théorie des fluides, s'eſt borné à déterminer ces oſcillations dans l'hypothèſe qui lui a paru la plus vraiſemblable ſur l'effort des eaux pour reprendre leur état d'équilibre lorſqu'elles s'en ſont dérangées. C'eſt donc à proprement parler à M. d'Alembert, qu'il faut rapporter les premières recherches exactes qui aient paru ſur cet important objet ; cet illuſtre Auteur s'étant propoſé dans ſon excellent ouvrage qui a pour titre, *Réflexions ſur la cauſe des Vents*, de calculer les effets de l'action du Soleil & de la Lune ſur notre atmoſphère, y détermine d'une manière ſynthétique & fort belle, les oſcillations d'un fluide de peu de profondeur qui recouvre une Planète immobile, au-deſſus de laquelle répond un aſtre immobile; il cherche enſuite à déterminer ces oſcillations, dans le cas où la Planète étant toujours ſuppoſée immobile, l'Aſtre ſe meut uniformément ſur un parallèle à l'Équateur, & il parvient par une analyſe auſſi ſavante qu'ingénieuſe, aux véritables équations de ce Problème ; mais la difficulté de les

intégrer, l'a forcé de recourir à des suppositions qui en rendent la solution incertaine; on trouvera dans ces Recherches, la solution rigoureuse de ce même problème, quelle que soit la densité du fluide, & le mouvement de l'Astre attirant dans l'espace. Au reste, je dois à M. d'Alembert la justice d'observer que si j'ai été assez heureux pour ajouter quelque chose à ses excellentes Réflexions sur la cause des vents, j'en suis principalement redevable à ces Réflexions elles-mêmes & aux belles découvertes de ce grand Géomètre, sur la théorie des fluides, & sur le Calcul intégral aux différences partielles dont on voit les premières traces dans l'ouvrage que je viens de citer. Si l'on considère combien les premiers pas sont difficiles en tout genre & sur-tout dans une matière aussi compliquée; si l'on fait attention aux progrès immenses de l'Analyse depuis l'impression de son ouvrage, on ne sera pas surpris qu'il nous ait laissé quelque chose à faire encore, & qu'aidés par des théories que nous tenons de lui presque toutes entières, nous soyons en état d'avancer plus loin dans une carrière qu'il a le premier ouverte.

Il semble que la solution du Problème précédent, renferme toute la théorie du flux & du reflux de la mer : car, quoiqu'on y suppose la Planète immobile, ce qui n'est pas vrai pour la Terre; cependant le mouvement de rotation de cette Planète paroissant n'avoir d'autre effet que de changer la position du Soleil & de la Lune par rapport aux eaux de la mer, on pourroit croire que pour être en droit de regarder la Terre comme immobile, il suffit de transporter en sens contraire à ces deux Astres, son mouvement angulaire de rotation; mais en réfléchissant avec attention sur la nature du Problème, on aperçoit bientôt que le changement dans la position du Soleil & de la Lune par rapport à la mer, n'est pas le seul effet qui résulte de la rotation de la Terre, & l'on s'en convaincra facilement par la remarque suivante qui n'a point échappé à M. Maclaurin dans son excellente Pièce sur le flux & le reflux de la mer, quoique ce savant Auteur ne l'ait point soumise au calcul. Lorsqu'on suppose à la Planète

un mouvement de rotation commun au fluide, la vîtesse d'une molécule du fluide étant supposée rester la même dans le sens du parallèle, son mouvement angulaire de rotation augmente ou diminue, suivant qu'elle s'éloigne ou qu'elle s'approche de l'Équateur, en sorte qu'elle change de méridien par cela seul qu'elle change de parallèle : or ce changement pour les eaux de la mer est du même ordre que les mouvemens immédiatement excités par l'action du Soleil & de la Lune.

On voit par-là, l'imperfection de toutes les théories connues, sur le flux & sur le reflux de la mer, & combien il étoit nécessaire de résoudre avec plus de rigueur qu'on ne l'a fait encore, ce Problème, l'un des plus intéressans & des plus compliqués de toute l'Astronomie physique ; c'est à remplir cet objet, au moins autant qu'il m'a été possible, que sont destinées les Recherches suivantes, & j'ose espérer que l'importance & la difficulté de la matière, pourront leur mériter quelqu'attention de la part des Géomètres; je devois naturellement m'attendre à ce qu'ayant fait entrer dans ma solution toutes les circonstances essentielles du Problème, mes résultats approcheroient beaucoup plus de l'observation que ceux de la théorie ordinaire, sur le peu de différence qui existe entre les deux marées d'un même jour : aussi ai-je eu la satisfaction de voir qu'ils donnent, dans les hypothèses les plus vraisemblables sur la profondeur de la mer, une infinité de moyens d'expliquer pourquoi cette différence est aussi peu considérable : je regarde l'explication de ce phénomène comme un des principaux avantages de mes recherches. Elles m'ont donné lieu de faire une remarque qui me paroît utile dans la théorie de la précession des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre : il ne suffit pas dans cette théorie, de considérer l'action du Soleil & de la Lune sur la partie solide de cette Planète; il faut encore avoir égard à l'action de ces deux Astres sur les eaux de la mer. Imaginons en effet, que la Terre soit un ellipsoïde de révolution recouvert par la mer; il est clair que, tant que le Soleil sera dans le

plan de l'Équateur, ſon action ſur la Terre & ſur les eaux qui la recouvrent, étant égale & ſymétrique des deux côtés de l'Équateur, il ne peut en réſulter aucun dérangement dans la poſition de l'axe de rotation de la Terre; mais ſi l'on ſuppoſe le Soleil décliner vers l'un ou vers l'autre Pôle, ſon action ne ſera plus la même ſur les deux moitiés de la Terre formées par la ſection du plan de l'Équateur; les eaux de la mer diſtribuées différemment ſur ces moitiés par l'action du Soleil, les attireront d'une manière différente, & preſſeront inégalement leurs ſurfaces. On conçoit donc qu'alors il doit y avoir un dérangement dans la poſition de l'axe de la Terre, produit non-ſeulement par l'action directe du Soleil & de la Lune ſur la partie ſolide de cette Planète, mais encore par l'attraction & par la preſſion du fluide dont elle eſt recouverte : or le calcul m'a montré que les effets qui réſultent de cette ſeconde cauſe ſont du même ordre que ceux qui dépendent de la première, toutes les fois que la denſité du fluide eſt comparable à la denſité moyenne de la Planète. J'ai cru que les Géomètres ne ſeroient pas fâchés de voir la théorie de ces dérangemens, je l'expoſe conſéquemment ici avec tout le détail que peut exiger ſon importance ; cette recherche m'a paru d'autant plus néceſſaire, que tous ceux qui ont juſqu'à préſent réſolu le Problème de la préceſſion des équinoxes, ont négligé d'avoir égard à l'action du Soleil & de la Lune ſur la mer, & M. d'Alembert à qui nous en devons la première ſolution rigoureuſe, penſe que cette action ne peut avoir aucune influence ſur ce phénomène: je m'écarte d'autant plus volontiers du ſentiment de cet illuſtre Auteur, que cela n'affecte en rien ſa belle méthode qui eſt un chef-d'œuvre de Dynamique, & à laquelle la mécanique des corps ſolides eſt redevable des découvertes intéreſſantes qui l'ont enrichie depuis trente ans. Il ne réſulte même de l'action du Soleil & de la Lune ſur la mer, aucun changement dans les loix de la préceſſion des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre; cette action n'influe que ſur le rapport de la quantité de la nutation à celle de la préceſſion, & ſon influence qui pourroit être conſidérable dans une infinité d'hypothèſes ſur la pro-

ſondeur & ſur la denſité de la mer, eſt très-petite dans celles qui ſont le plus conformes à la Nature ; car on verra dans la ſuite, qu'elle eſt proportionnelle à la différence des marées de deſſus & de deſſous, différence qui ſuivant l'obſervation eſt preſque inſenſible. Le phénomène de la préceſſion des équinoxes a cela de remarquable, que l'on retrouve toujours les mêmes loix, quelques hypothèſes que l'on emploie ſur la profondeur de la mer & ſur la figure de la Terre ; c'eſt un théorème que je démontre ici rigoureuſement, en ſuppoſant que le ſolide recouvert par les eaux, eſt un ſphéroïde de révolution peu différent d'une ſphère, & diviſé en deux parties égales & ſemblables, par l'Équateur ; la rapidité du mouvement de rotation de la Terre me donne lieu de croire que ce théorème eſt généralement vrai, quelle que ſoit la loi de la profondeur de la mer & la figure du ſolide qu'elle recouvre, pourvu qu'il diffère peu d'une ſphère, & qu'il tourne à très-peu-près autour d'un de ſes axes principaux de rotation ; c'eſt-là, ſi je ne me trompe, la raiſon pour laquelle la théorie eſt ſi bien d'accord ſur ce point avec l'obſervation, tandis qu'elle s'en éloigne ſenſiblement ſur la figure de la Terre.

Concevons une Planète très-peu différente d'une ſphère, & recouverte d'un fluide d'une denſité homogène ; il eſt clair que ſi la Planète tourne ſur ſon axe, & que le fluide ne ſoit agité par aucune force extérieure, il prendra à la longue le mouvement de rotation de la Planète, & parviendra enfin à être en équilibre. Suppoſons-le parvenu à cet état, & qu'enſuite par l'attraction d'un nombre quelconque d'Aſtres, il en ſoit dérangé de manière qu'il faſſe des oſcillations infiniment petites, il s'agit de déterminer la nature de ces oſcillations.
Fig. 3. Pour cela, ſoit $anbCa$ la Planète, & $ANBAanba$ le fluide qui la recouvre ; conſidérons une molécule quelconque M du fluide, telle qu'à l'origine du mouvement l'on ait eu $CM = s$, l'angle $NCA = \theta$, & que la longitude de ce point ait été ϖ, C étant le centre de gravité de la Planète, & le premier Méridien d'où l'on commence à compter les longitudes, étant ſuppoſé immobile, ou ne point participer au mouvement

de rotation de la Planète; soit nt le mouvement angulaire de rotation commun au fluide & à la Planète, t désignant le temps écoulé depuis l'origine du mouvement, & supposons qu'après ce temps, θ se change en $\theta + \alpha u$, ϖ en $\varpi + nt + \alpha v$, & s en $s + \alpha r$, α étant une quantité infiniment petite; u, v & r seront fonctions de θ, ϖ, s & du temps t. Imaginons présentement au point M un prisme fluide rectangle dont les trois dimensions soient

$$\partial s + \alpha \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right) \partial s, \; (s + \alpha r).\left[\partial \theta + \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) \partial \theta\right],$$

$$\& \; (s + \alpha r).\left[\partial \varpi + \alpha\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) \partial \varpi\right].\text{fin.}\,(\theta + \alpha u),$$

les quantités $\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)$, $\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right)$ exprimant suivant la notation reçue, les coëfficiens de ∂s, $\partial \theta$ & $\partial \varpi$, dans les différentielles de r, u & v; la solidité de ce prisme sera, en négligeant les quantités de l'ordre α^2 & nommant δ la densité du fluide,

$$\delta.\partial s.\partial \theta.\partial \varpi.\left\{\begin{array}{c} s^2 \text{fin.}\,\theta.\left[1 + \alpha\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right) + \alpha\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \alpha\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right)\right. \\ \left. + \alpha u.\frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right] \\ + 2\alpha r s \,\text{fin.}\,\theta. \end{array}\right\}; (A).$$

Dans l'instant suivant, ce prisme se changera dans un solide d'une autre figure; mais il est aisé de s'assurer que si l'on détermine la masse de ce nouveau solide, comme s'il étoit un prisme rectangle, on ne se trompera que de quantités infiniment petites du second ordre par rapport à celles que l'on considère; on peut donc, en négligeant ces quantités, supposer nulle la différentielle de la quantité *(A)*, prise en ne faisant varier que le temps t; d'où l'on tire, en intégrant par rapport à t,

$$\partial s.\partial\theta.\partial\varpi.\left\{\begin{array}{c} s^2 \text{fin.}\,\theta.\left[1 + \alpha\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right) + \alpha\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)\right. \\ \left. + \alpha\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) + \alpha u.\frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right] \\ + 2\alpha r s \,\text{fin.}\,\theta. \end{array}\right\} = \varphi(s,\varpi,\theta).\partial s.\partial\theta.\partial\varpi.$$

$\varphi(s, \omega, \theta)$ étant une fonction de s, ϖ & θ sans t; or on a à l'origine du mouvement, ou lorsque $t = 0$, $r = 0$, $u = 0$, & $v = 0$; donc $\varphi(s, \varpi, \theta) = s^2.\sin.\theta$; partant, on a

$$0 = \left(\frac{\partial . s^2 r}{\partial s}\right) + s^2.\left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) + u.\frac{\text{cof.}\theta}{\text{fin.}\theta}\right] \ (1).$$

I I I.

Imaginons présentement la position du point M déterminée par les trois coordonnées rectangles x, y, z, qui aient pour origine commune le centre C, de manière que l'axe des x soit l'axe Ca de rotation de la Planète, que l'axe des y soit perpendiculaire à Ca dans le plan du premier Méridien, & que l'axe de z soit perpendiculaire à ce plan; on aura

$$x = (s + \alpha r).\text{cof.}(\theta + \alpha u),$$
$$y = (s + \alpha r).\text{fin.}(\theta + \alpha u).\text{cof.}(\varpi + nt + \alpha v),$$
$$z = (s + \alpha r).\text{fin.}(\theta + \alpha u).\text{fin.}(\varpi + nt + \alpha v).$$

Cela posé, concevons la molécule M sollicitée par tant de forces attractives F, F', F'', &c. que l'on voudra, & nommons f, f', f'', &c. les distances des centres d'attraction à la molécule; f, f', f'', &c. seront fonctions de ϖ, θ, s, du temps t, & de constantes; soit encore p la pression du fluide au point M, p étant pareillement fonction de ϖ, θ, s & t; si l'on désigne par la caractéristique d, les différences des quantités prises en regardant le temps t comme constant, on aura l'équation suivante,

$$\left.\begin{aligned} 0 = F.df + F'.df' + F''.df'' + \text{\&c.} + \frac{dp}{\delta} \\ + dx.\left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + dy.\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right) + dz.\left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right) \end{aligned}\right\} (B).$$

Cette équation est un corollaire du principe suivant de l'équilibre qui peut être utile dans beaucoup d'autres circonstances.

« Si un nombre quelconque de forces R, R', R'', &c.
» agissent sur un point M, suivant des droites quelconques
» dont γ, γ', γ'', &c. représentent les longueurs depuis le
» point M jusqu'à leurs origines que l'on peut prendre à volonté,

volonté, & vers lesquelles elles sont supposées tendre; γ, γ', γ'', seront fonctions des quantités θ, ϖ & s, qui déterminent la position du point M; cela posé, dans le cas où ce point sollicité par ces forces est en équilibre, la somme des produits de chaque force, par l'élément de sa direction, est nulle; ce qui donne l'équation suivante, « « « « « «

$$o = R.d\gamma + R'.d\gamma' + R''.d\gamma'' + \&c. \quad «$$

Les différences $d\gamma$, $d\gamma'$, $d\gamma''$, &c. étant prises en faisant mouvoir les droites γ, γ', γ'', &c. autour de leurs origines, & en faisant varier les quantités θ, ϖ & s, relatives à la position du point M. » « « «

Si les différentielles $\partial\theta$, $\partial\varpi$, & ∂s, n'ont aucun rapport entre elles, l'équation précédente étant vraie quelles que soient ces différences, tiendra lieu de trois équations; mais s'il existoit entre θ, ϖ & s une équation quelconque, si par exemple le point M étoit forcé de se mouvoir sur une surface courbe, on pourroit alors éliminer de l'équation de l'équilibre une de ces différences, & cette équation ne tiendroit plus lieu que de deux autres; elle ne tiendroit lieu que d'une seule, s'il existoit deux équations entre les trois variables θ, ϖ & s, par exemple, si le point M étoit forcé de se mouvoir le long d'une ligne courbe.

Voici maintenant comment de ce principe, on peut conclure l'équation (B); pour cela, supposons que la molécule placée en M soit un parallélipipède infiniment petit, $dx.dy.dz$; la pression p du fluide sur ce parallélipipède, parallèlement aux x, est égale à la différence de pression sur les deux faces opposées, égales chacune à $dy.dz$; elle sera donc

$-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) dx.dy.dz$, p étant ici considéré comme fonction de x, de y & de z, & le temps t étant regardé comme constant; en divisant cette pression par la masse $\delta.dx.dy.dz$ du parallélipipède, on aura $-\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)}{\delta}$, pour la force accélératrice dont il est sollicité parallèlement aux x, en vertu de

la pression du fluide; on aura pareillement $-\left(\frac{\frac{\partial p}{\partial y}}{\delta}\right)$, $-\left(\frac{\frac{\partial p}{\partial z}}{\delta}\right)$ pour les forces accélératrices dans le sens des y & des z; de plus, les vîtesses $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)$, $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)$, $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)$, du point M, parallèlement aux x, aux y, & aux z, se changent dans l'instant suivant en $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) + \partial t . \left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right)$, $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) + \partial t . \left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right)$, $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) + \partial t . \left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right)$; cela posé, il est visible, par les principes connus de Dynamique, que ce point doit être en équilibre en vertu des forces F, F^{I}, F^{II}, &c,

$$-\left(\frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\delta}\right),\ -\left(\frac{\frac{\partial p}{\partial y}}{\delta}\right),\ -\left(\frac{\frac{\partial p}{\partial z}}{\delta}\right),$$

$$-\left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right),\ -\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right),\ -\left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right);$$

& comme les six dernières de ces forces agissent en sens contraire de l'origine des x, des y & des z, l'équation précédente de l'équilibre donnera

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & F . df + F^{\mathrm{I}} . df^{\mathrm{I}} + F^{\mathrm{II}} . df^{\mathrm{II}} + \&c. \\ & + \frac{dp}{\delta} + dx . \left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + dy . \left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right) + dz . \left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right) \end{aligned}\right\} (B);$$

si l'on substitue maintenant au lieu de x, y, z, leurs valeurs en θ, ϖ, s, αr, αu, αv, on aura, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$\left.\begin{aligned} & \alpha . \left[\text{cos.}\,\theta . \left(\frac{\partial\partial r}{\partial t^2}\right) - s . \text{sin.}\,\theta . \left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right)\right] . d(s . \text{cos.}\,\theta) \\ & - \frac{n^2}{2} d . [(s + \alpha r) . \text{sin.}\,(\theta + \alpha u)]^2 \\ & + 2\alpha n s\,\text{sin.}\,\theta . \partial\varpi \left[\text{sin.}\,\theta . \left(\frac{\partial r}{\partial t}\right) + s . \text{cos.}\,\theta . \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\right] \\ & + \alpha \left[\text{sin.}\,\theta . \left(\frac{\partial\partial r}{\partial t^2}\right) + s . \text{cos.}\,\theta . \left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right)\right] . d(s . \text{sin.}\,\theta) \\ & - 2\alpha n s . \text{sin.}\,\theta . \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) . d(s . \text{sin.}\,\theta) \\ & + \alpha s^2 . \text{sin.}\,\theta^2 . \partial\varpi . \left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) = - F . df - F^{\mathrm{I}} . df - \&c. \\ & \qquad\qquad - \frac{dp}{\delta} \end{aligned}\right\} (2).$$

Les équations (1) & (2) appartiennent à tous les points de l'intérieur du fluide, mais l'équation (2) prend une forme un peu différente à la surface extérieure. Pour la déterminer, nommons $\frac{p^{\text{I}}}{\delta}$, la force accélératrice résultante de la pression du fluide sur le point *N*, placé à la surface extérieure; cette pression agit, comme l'on sait, dans la direction du rayon osculateur; soit ρ ce rayon, & l'on aura, par ce qui précède,

$$0 = F.df + F^{\text{I}}.df^{\text{I}} + \&c. + \frac{p^{\text{I}}}{\delta}.d\rho + dx.\left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + dy.\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right) + dz.\left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right);$$

maintenant, si l'on suppose que les différentielles dx, dy, dz, soient celles de la surface elle-même, on aura par la nature du rayon osculateur, $d\rho = 0$; partant

$$0 = F.df + F^{\text{I}}.df^{\text{I}} + \&c. + dx.\left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + dy.\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right) + dz.\left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right);$$

l'équation (2) aura donc lieu pour tous les points de la surface extérieure du fluide, pourvu qu'on y suppose $dp = 0$, & que les différentielles $\partial\varpi$, $\partial\theta$ & ∂s, soient celles de la surface elle-même.

Il faut ensuite assujettir le mouvement des points de la surface intérieure du fluide, à ce que les différences $\partial\varpi$, $\partial\theta$ & ∂s, aient entr'elles les mêmes rapports que les différentielles de l'équation à la surface du sphéroïde *anba*; il faut enfin satisfaire aux conditions primitives du mouvement du fluide.

IV.

Nous supposons ici que le fluide étoit primitivement en équilibre sur le sphéroïde; soit donc 1 le demi-axe *Ca* du sphéroïde, & $1 + q.\lambda$, un rayon quelconque *Cn*, λ étant pour plus de simplicité, fonction de θ seul, & q étant extrêmement petit, en sorte que le sphéroïde soit un solide de révolution très-peu différent de la sphère. Supposons ensuite

que dans l'état d'équilibre, la profondeur Nn du fluide soit $l\gamma$, l étant pareillement extrêmement petit, & γ étant fonction de θ seul; le rayon CN étoit conséquemment dans l'état d'équilibre, $1 + q\lambda + l\gamma$; nous nous permettrons dans la suite de négliger les quantités multipliées par q ou par l, eu égard à celles du même genre qui ont un coëfficient fini; de plus, comme n^2 représente à très-peu-près la force centrifuge à l'Équateur du sphéroïde, nous supposerons cette quantité très-petite, en sorte que si l'on nomme g la pesanteur à l'Équateur, n^2 sera du même ordre que gq ou gl. Cela posé, il est clair que pour les points du fluide contigus au sphéroïde, r est très-petit par rapport à u & à v; car s étant pour tous ces points égal à $1 + q\lambda$, s se change en $1 + q\lambda + \alpha q u (\frac{\partial\lambda}{\partial\theta})$, lorsque θ se change en $\theta + \alpha u$; donc alors $r = qu.(\frac{\partial\lambda}{\partial\theta})$, en sorte que r est du même ordre que qu, & l'on peut conséquemment négliger r vis-à-vis de u; voyons maintenant si cette même supposition est permise pour tous les autres points du fluide, & si en l'admettant, nous pouvons satisfaire, non-seulement aux équations précédentes, mais encore aux conditions primitives du mouvement du fluide; car si nous trouvons qu'elle y satisfait, non-seulement elle sera permise, mais elle sera encore nécessaire, ainsi que les résultats auxquels elle pourra nous conduire, attendu que le fluide, en partant du même état, & étant soumis aux mêmes forces accélératrices, n'a pas deux manières possibles de se mouvoir.

L'équation (2) prend en vertu de cette supposition, la forme suivante,

$$\left.\begin{array}{l} \alpha s^2 \partial\theta . [(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) - 2n(\frac{\partial v}{\partial t}).\text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta] \\ + \alpha s^2 \partial\varpi . [\text{fin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}) + 2n.\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta . (\frac{\partial u}{\partial t})] \\ - 2\alpha n s \partial s . \text{fin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial v}{\partial t}) - \frac{n^2}{2} . d . [(s + \alpha r) . \text{fin.}(\theta + \alpha u)]^2 \\ = - F.d.f - F'.d.f' - \&c. - \frac{dp}{\delta} \end{array}\right\} (3).$$

Toutes les forces accélératrices dont le fluide eſt animé, ſe réduiſent aux attractions de toutes les parties du fluide, du ſphéroïde & des différens aſtres que l'on ſuppoſe circuler autour de la Planète; en ſorte que dans la queſtion préſente, F eſt fonction de f, F' eſt fonction de f', & ainſi de ſuite; le ſecond membre de l'équation précédente eſt par conſéquent une différentielle exacte; le premier membre doit donc l'être pareillement, le temps t, étant regardé comme conſtant; Partant la quantité

$$s^2 \partial\theta . [(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) - 2n(\frac{\partial v}{\partial t}) . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta]$$

$$+ s^2 \partial\varpi . [\text{fin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}) + 2n . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta . (\frac{\partial u}{\partial t})]$$

$$- 2ns . \partial s . \text{fin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial v}{\partial t}),$$

eſt elle-même une différence exacte, ce qui produit les deux équations ſuivantes,

$$\left\{\frac{\partial . [(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) - 2n . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta . (\frac{\partial v}{\partial t})]}{\partial\varpi}\right\}$$

$$= \left\{\frac{\partial . [\text{fin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}) + 2n . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta . (\frac{\partial u}{\partial t})]}{\partial\theta}\right\},$$

$$\left\{\frac{\partial . [s^2(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) - 2ns^2 . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta . (\frac{\partial v}{\partial t})]}{\partial s}\right\}$$

$$= - 2ns . \left\{\frac{\partial . [\text{fin.}\,\theta^2 . (\frac{\partial v}{\partial t})]}{\partial\theta}\right\}.$$

En intégrant ces équations par rapport à t, & obſervant qu'à l'origine du mouvement, on a

$$u = 0,\ (\frac{\partial u}{\partial t}) = 0,\ v = 0,\ \&\ (\frac{\partial v}{\partial t}) = 0;$$

on aura

$$\left\{\frac{\partial\,.\,[(\frac{\partial u}{\partial t}) - 2n\,.\,\text{fin.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,\theta\,.\,v]}{\partial \varpi}\right\}$$

$$= \left\{\frac{\partial\,.\,[\text{fin.}\,\theta^2\,.\,(\frac{\partial v}{\partial t}) + 2n\,.\,\text{fin.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,\theta\,.\,u]}{\partial \theta}\right\} \quad (4)$$

$$\left\{\frac{\partial\,.\,[s^2(\frac{\partial u}{\partial t}) - 2ns^2\,.\,\text{fin.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,\theta\,.\,v]}{\partial s}\right\}$$

$$= -2ns\,.\left\{\frac{\partial\,.\,(v\,.\,\text{fin.}\,\theta^2)}{\partial \theta}\right\} \quad (5)$$

& ces deux équations tiendront lieu de l'équation (3), parce que p étant indéterminé, si ces équations sont satisfaites, on pourra déterminer p, de manière que l'équation (3) soit pareillement satisfaite; mais p disparoissant, comme on l'a vu, de l'équation à la surface supérieure, il faut pour les points de cette surface, non-seulement que les équations (4) & (5) soient satisfaites, mais que l'équation (3) le soit encore, en y supposant $dp = 0$; voyons ce que devient alors cette équation.

V.

SOIT G l'attraction du sphéroïde & du fluide à l'origine du mouvement sur un point m de la surface, pour lequel l'angle mCa étoit $= \theta + \alpha u$, le rayon $Cm = 1 + q\lambda + l\gamma + \alpha qu\,.(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}) + \alpha lu\,.(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta})$, & la longitude $= \varpi + nt + \alpha v$; soit encore $\mathfrak{G}$ la droite suivant laquelle agit cette attraction; cette droite coïncide avec le rayon Cm, aux quantités près de l'ordre q, en sorte que si l'on fait pour abréger $Cm = s'$; on pourra supposer $d\mathfrak{G} = ds' + q\,dN$, N étant fonction de θ; maintenant l'équation (3) donne dans le cas de l'équilibre,

$$(\frac{\partial u}{\partial t}) = 0,\ (\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) = 0,\ (\frac{\partial v}{\partial t}) = 0,\ (\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}) = 0;$$

de plus, comme il s'agit d'un point placé à la surface, il y faut supposer $dp = 0$; si donc l'on observe que dans ce cas $s + \alpha r = s'$, & que la somme des termes $F df + F' df' +$ &c, est égale à l'attraction du sphéroïde & du fluide multipliée par l'élément de sa direction, & par conséquent égale à $G(ds' + q\,dN)$, on aura

$$\frac{n^2}{2} . d . [s' . \text{sin.} (\theta + \alpha u)]^2 = G(ds' + q\,dN).$$

Lorsque le point N arrive pendant l'oscillation sur le rayon Cm, il ne se trouve point à la distance s' du centre C, mais à la distance $s + \alpha r$; la différence est $s + \alpha r - s'$, ou, $\alpha . [r - qu(\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}) - lu(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta})]$; soit $r - qu(\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}) - lu(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}) = y$; en sorte que αy exprime la hauteur du point N du fluide au-dessus de la surface d'équilibre, que nous regarderons comme le véritable niveau du fluide; l'attraction du sphéroïde & du fluide tels qu'ils étoient à l'origine du mouvement, sur le point N, ne diffère de G, que d'une quantité de l'ordre αy. Soit $G + \alpha y H$ cette attraction; elle n'agit plus comme précédemment suivant la droite $\mathfrak{G}$, mais suivant une nouvelle droite $\mathfrak{G}'$, dont la direction coïncideroit avec celle du rayon Cm, si l'on avoit $l = 0$ & $q = 0$, & qui seroit égale à $\mathfrak{G}$, si l'on avoit $\alpha y = 0$; on peut donc supposer $d\mathfrak{G}' = ds' + \alpha dy + q\,dN + \alpha q y\,dN'$; l'attraction du fluide & du sphéroïde, tels qu'ils étoient à l'origine sur le point N, placé à la distance $s + \alpha r$ du centre C, cette attraction, dis-je, multipliée par l'élément de sa direction, est conséquemment égale à $(G + \alpha y H) . (ds' + \alpha dy + q\,dN + \alpha q y\,dN')$; donc si l'on néglige les quantités des ordres $\alpha y q$, $\alpha n^2 r$, $\alpha n^2 qu$, & si l'on observe en même temps que ds' est de l'ordre $q\partial\theta$, & que G est aux quantités près de l'ordre q, égal à la pesanteur g; on aura

$$(G + \alpha y H) . d\mathfrak{G}' - \frac{n^2}{2} . d . [(s + \alpha r) . \text{sin.} (\theta + \alpha u)]^2 = \alpha g . dy.$$

Après le temps t, le fluide n'a plus la même figure qu'à l'origine du mouvement, & l'attraction de la masse du fluide est visiblement égale à ce qu'elle étoit à l'origine, plus à l'attraction de la différence de deux sphéroïdes de même densité que le fluide, dont l'un auroit s', & l'autre $s' + \alpha y$ pour rayon ; cette attraction est aux quantités près de l'ordre $\alpha y q$, la même que la différence des attractions d'une sphère de même densité que le fluide, & dont le rayon est 1, & d'un sphéroïde de pareille densité, & dont le rayon est $1 + \alpha y$; soit donc $\alpha y A$ cette différence d'attractions, & ε la droite suivant laquelle elle agit; on aura pour l'attraction du sphéroïde & du fluide, après le temps t, multipliée par l'élément de sa direction, $(G + \alpha y H) d\zeta' + \alpha y A d\varepsilon$.

Considérons maintenant un astre quelconque S, dont la distance au centre C soit h, & la distance au point N soit f, f étant fonction de $s + \alpha r$, $\theta + \alpha u$, $\varpi + nt + v$, & des quantités qui déterminent la position de l'astre S; on aura $\frac{S}{f^2}$ pour l'action de cet astre sur le point N; en multipliant cette force par l'élément df de sa direction, on aura $- S d . \frac{1}{f}$ pour produit. Comme nous ne nous proposons pas ici de déterminer les oscillations absolues du fluide dans l'espace, mais ses oscillations sur le sphéroïde, nous supposerons le centre C immobile ; il faut conséquemment transporter en sens contraire au point N l'action de S sur C ; pour cela, concevons que l'action à transporter soit celle de S sur un point R, éloigné du centre C de la distance $CR = a$; cette action multipliée par l'élément de sa direction, sera $- S d . \frac{1}{f'}$, f' étant ce que devient f, lorsqu'on y change $s + \alpha r$ en a; or l'action de S sur R, transportée au point N, est la même que l'action d'un second astre S', égal en tout au premier, & situé par rapport à N, de la même manière que S l'est par rapport à R; en prenant donc C', tel que $C' N = CR$, C' pourra

pourra être considéré comme le centre des angles différentiels $\partial\theta$ & $\partial\varpi$, dans la différence $d\frac{1}{f'}$; mais si l'on transporte le centre de ces angles au point C, il est clair qu'il faut alors changer dans $d.\frac{1}{f'}$, $\partial\theta$ en $\frac{(s+\alpha r).\partial\theta}{a}$, $\partial\varpi$ en $\frac{(s+\alpha r)}{a}.\partial\varpi$, & ∂a en $\partial s + \alpha(\frac{\partial r}{\partial s})\partial s$. Soit $(d.\frac{1}{f'})$ ce que devient alors $d.\frac{1}{f'}$; si l'on fait ensuite dans cette quantité $a = 0$, on aura $S(d\frac{1}{f'})$ pour l'attraction de S sur C, transportée en sens contraire au point N, & multipliée par l'élément de sa direction; l'attraction de l'astre S produit donc, en vertu de la supposition du centre C immobile, les deux termes $+ Sd\frac{1}{f} - S(d\frac{1}{f'})$, dans le second membre de l'équation (3).

Nous observerons ici que par la même raison pour laquelle nous avons transporté en sens contraire au point N, l'action de S sur le centre C, on doit également transporter en sens contraire à ce même point, l'attraction sur le point C d'un sphéroïde dont la densité est δ, & le rayon $1 + \alpha y$, moins l'attraction d'une sphère de même densité, & dont le rayon est 1, & comme cette dernière attraction est évidemment nulle, il suffit de transporter en sens contraire au point N, l'action du sphéroïde précédent sur le point C; mais il est aisé de s'assurer *à priori*, que cette action doit être nulle; car c'est un théorème connu & facile à démontrer, que si un nombre indéfini de corpuscules très-voisins les uns des autres sont attirés par un astre éloigné, le centre de gravité du système de ces corpuscules est attiré de la même manière, que s'ils étoient tous réunis à leur centre commun de gravité; on sait d'ailleurs que la position de ce centre ne change point par l'action mutuelle des corpuscules les uns sur les autres; en rapprochant ces deux théorèmes, il est aisé d'en conclure

que le point C étant à l'origine du mouvement, le centre de gravité du fluide & du sphéroïde qu'il recouvre, si on lui transporte à chaque instant en sens contraire, l'action qu'il éprouve de la part de l'astre S que nous supposons ici à une distance considérable de la Planète, ce point restera immobile, & sera toujours le lieu du centre de gravité du fluide & du sphéroïde; d'où il résulte que l'action du fluide sur ce point, sera toujours nulle. On pourra d'ailleurs s'en assurer *à posteriori*, lorsque nous aurons déterminé la valeur de y. Nous négligeons encore l'attraction du fluide sur le sphéroïde qu'il recouvre, & la pression qu'il exerce lorsqu'il est dérangé de son état d'équilibre. Ces deux forces doivent produire de petits changemens dans la position de l'axe de rotation du sphéroïde; & dans le mouvement même de rotation, ce qui peut influer sur les valeurs de u, v & y; mais ces changemens sont de l'ordre $\alpha y q$, puisqu'ils seroient nuls si l'on avoit $y = 0$, ou si le sphéroïde étoit une sphère; nous pouvons donc ici nous permettre de les négliger. Au reste, le calcul de ces altérations est très-intéressant, puisqu'elles peuvent influer sur la nutation de l'axe de la Terre, & sur la précession des Équinoxes; nous le donnerons dans la suite de ces recherches.

Si l'on suppose maintenant dans l'équation (3), $dp = 0$; & que l'on considère qu'à la surface, ∂s est de l'ordre $q\partial\theta$, & que l'on peut supposer $s = 1$, on aura pour tous les points de cette surface,

$$\left.\begin{aligned} &\alpha\partial\theta.\left[\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta\right] \\ &+ \alpha\partial\varpi.\left[\text{sin.}\,\theta^2.\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta\right] \\ = &- \alpha g dy - \alpha y A.\left[\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial\theta}\right)\partial\theta + \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\varpi}\right)\partial\varpi\right] \\ &+ S.\left[d.\frac{1}{f} - \left(d.\frac{1}{f}\right)\right] \end{aligned}\right\}(\gamma).$$

Soit présentement ν l'angle SCa, & φ la longitude de l'astre S; la différence des longitudes de l'astre & du point N, sera donc $\varphi - nt - \alpha v$; nommons ψ cette différence; cela posé,

la distance perpendiculaire de l'astre au plan de l'Équateur est $h.\text{cos}.\nu$; sa distance à l'axe Ca est $h\,\text{sin}.\nu$; donc sa distance au Méridien qui passe par le point N, est $h.\text{sin}.\nu.\text{sin}.\psi$, & sa distance au plan qui passant par le centre C est perpendiculaire à l'Équateur & au Méridien du point N, est $h.\text{sin}.\nu.\text{cos}.\psi$; on aura les distances respectives du point N à ces mêmes plans, en changeant dans les quantités précédentes ν en $\theta + \alpha u$, h en $s + \alpha r$, & en y supposant $\psi = 0$; on aura donc

$$f^2 = [h\,\text{cos}.\nu - (s + \alpha r).\text{cos}.(\theta + \alpha u)]^2 + h^2.\text{sin}.\nu^2.\text{sin}.\psi^2 + [h\,\text{sin}.\nu.\text{cos}.\psi - (s + \alpha r).\text{sin}.(\theta + \alpha u)]^2;$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h}.\left\{\begin{array}{l} 1 + \frac{(s+\alpha r)}{h}.[\text{cos}.\nu.\text{cos}.(\theta + \alpha u) \\ \quad + \text{sin}.(\theta + \alpha u).\text{sin}.\nu.\text{cos}.\psi] - \frac{(s+\alpha r)^2}{2h^2} \\ + \frac{3(s+\alpha r)^2}{2h^2}.[\text{cos}.\nu.\text{cos}.(\theta + \alpha u) \\ \quad + \text{sin}.(\theta + \alpha u).\text{sin}.\nu.\text{cos}.\psi]^2 + \&c. \end{array}\right\};$$

si l'on change dans cette expression de $\frac{1}{f}$, $s + \alpha r$ en a, on aura $\frac{1}{f'}$; donc si l'on suppose h très-grand, que l'on fasse $\frac{3S}{2h^3} = \alpha K$, & que l'on observe qu'à la surface, ∂s est de l'ordre $q\partial\theta$, & que s est à très-peu-près égal à 1, on aura

$$S[d\frac{1}{f} - (d.\frac{1}{f'})] = \alpha K.d.[\text{cos}.\theta.\text{cos}.\nu + \text{sin}.\theta.\text{sin}.\nu.\text{cos}.(\varphi - nt - \varpi)]^2.$$

Il est aisé de voir que $-\alpha y A.(\frac{\partial\epsilon}{\partial\theta})$ est l'attraction perpendiculaire à CN dans le plan du Méridien, d'un sphéroïde dont le rayon est $1 + \alpha y$, & dont la densité est δ, & que $-\frac{\alpha y A}{\text{sin}.\theta}.(\frac{\partial\epsilon}{\partial\varpi})$, est l'attraction du même sphéroïde, perpendiculairement au plan NCa, ou dans le sens

du parallèle ; nommant donc $\alpha\,\delta B$ la première de ces attractions, & $\alpha\,\delta C$ la seconde, on aura

$$-\alpha y A\left[\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right)\partial\theta + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varpi}\right)\partial\varpi\right] = \alpha\,\delta B.\partial\theta + \alpha\,\delta C.\partial\varpi.\text{fin.}\,\theta.$$

Les quantités B & C ont entr'elles un rapport remarquable, & qui nous fera utile dans la fuite; nommons f la diftance d'une molécule quelconque infiniment petite du fphéroïde que nous venons de confidérer, au point N; foit m la maffe de cette molécule; fon attraction fur le point N, perpendiculairement à CN dans le plan du Méridien NCa, eft $-\frac{m}{s+\alpha r}\cdot\left(\frac{\partial.\frac{1}{f}}{\partial\theta}\right)$, & fon attraction perpendiculairement au plan NCa, eft $-\frac{m}{(s+\alpha r)\,\text{fin.}\,\theta}\cdot\left(\frac{\partial.\frac{1}{f}}{\partial\varpi}\right)$; foit b la première de ces attractions, & c la feconde, on aura $\left(\frac{\partial b}{\partial\varpi}\right) = \left(\frac{\partial.c\,\text{fin.}\,\theta}{\partial\theta}\right)$; cette équation ayant lieu, quelle que foit la pofition de la molécule m, il eft clair que la même relation doit exifter encore entre les deux attractions du fphéroïde entier, en forte que l'on a $\left(\frac{\partial B}{\partial\varpi}\right) = \left(\frac{\partial(C.\text{fin.}\,\theta)}{\partial\theta}\right)$.

En faifant les fubftitutions précédentes dans l'équation (γ), elle fe changera dans la fuivante,

$$\left.\begin{aligned}
&\partial\theta.\left[\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta\right]\\
&+\partial\varpi.\left[\text{fin.}\,\theta^2.\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta\right]\\
= &-g\left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right)\partial\theta - g\left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right)\partial\varpi + \delta B\partial\theta + \delta C.\partial\varpi.\text{fin.}\,\theta\\
&+K\partial\theta.\left\{\begin{aligned}&\text{fin.}\,2\theta.\left[\tfrac{1}{2}\text{fin.}\,v^2 - \text{cof.}\,v^2 + \tfrac{1}{2}\text{fin.}\,v^2.\text{cof.}(2\varphi - 2nt - 2\varpi)\right]\\ &+ 2\,\text{cof.}\,2\theta.\text{fin.}\,v.\text{cof.}\,v.\text{cof.}(\varphi - nt - \varpi)\end{aligned}\right\}\\
&+K\partial\varpi.\text{fin.}\,v.\text{cof.}\,v.\text{fin.}\,2\theta.\text{fin.}(\varphi - nt - \varpi)\\
&+K\partial\varpi.\text{fin.}\,v^2.\text{fin.}\,\theta^2.\text{fin.}(2\varphi - 2nt - 2\varpi).
\end{aligned}\right\}(\gamma')$$

VI.

REPRENONS l'équation (1) de l'*article II;* ſi l'on ne fait varier s que de la profondeur du fluide, cette profondeur étant ſuppoſée fort petite, on peut en intégrant cette équation, conſidérer dans toute l'étendue de l'intégrale les quantités s & $s^2 [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u \cdot \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}]$, comme conſtantes, & comme étant les mêmes qu'à la ſurface du fluide, ce qui donne en intégrant l'équation depuis la ſurface du ſphéroïde, juſqu'à celle du fluide,

$$s^2 . r + s^2 . l\gamma . [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u . \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}] - s^2 (r) = 0;$$

(r) étant ce que devient r à la ſurface du ſphéroïde; or on a $(r) = qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta})$; donc

$$r = - l\gamma [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u . \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}] + qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}).$$

Partant y étant égal à $r - qu(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta} - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta})$, on a

$$y = - l\gamma . [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u . \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}] - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}); \quad (6)$$

rapprochons maintenant toutes les équations auxquelles nous devons ſatisfaire; nous aurons d'abord l'équation (6); de plus, comme dans l'équation (γ'), les différentielles $\partial \varpi$ & $\partial \theta$, ſont entièrement indépendantes, elle donnera les ſuivantes

$$(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) - 2n(\frac{\partial v}{\partial t}) . \text{ſin.}\,\theta . \text{coſ.}\,\theta$$

$$= - g(\frac{\partial y}{\partial \theta}) + \delta B$$

$$+ K \begin{Bmatrix} \text{ſin.}\,2\theta . [\frac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2 + \frac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 . \text{coſ.}(2\phi - 2nt - 2\varpi)] \\ + 2\,\text{coſ.}\,2\theta . \text{ſin.}\,\nu . \text{coſ.}\,\nu . \text{coſ.}(\phi - nt - \varpi) \end{Bmatrix} \quad (7).$$

ou en ſubſtituant au lieu de y, ſa valeur

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta\,.\,\text{coſ.}\,\theta \\ = lg\gamma.\left(\frac{\partial\partial u}{\partial\theta^2}\right) + 2lg.\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right).\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}\right) + lgu.\left(\frac{\partial\partial\gamma}{\partial\theta^2}\right) + lg\gamma.\left(\frac{\partial\partial v}{\partial\varpi\partial\theta}\right) \\ + lg.\left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right).\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right) + lg\gamma.\left[\frac{\partial.u\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}}{\partial\theta}\right] \\ + lg\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right).\frac{u.\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} + \delta B \\ + K.\left\{\begin{array}{l}\text{ſin.}\,2\theta.\left[\frac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2 + \frac{1}{2}.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{coſ.}\,(2\varphi - 2nt - 2\varpi)\right] \\ + 2\,\text{coſ.}\,2\theta.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{coſ.}\,(\varphi - nt - \varpi)\end{array}\right\} \end{array}\right\}(8)$$

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).\text{ſin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta\,.\,\text{coſ.}\,\theta \\ = -g\left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right) + \delta.C.\text{ſin.}\,\theta \\ + K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{ſin.}\,2\theta.\text{ſin.}\,(\varphi - nt - \varpi) \\ + K\,\text{ſin.}\,\nu^2.\text{ſin.}\,\theta^2.\text{ſin.}\,(2\varphi - 2nt - 2\varpi) \end{array}\right\}(9)$$

ou, en ſubſtituant au lieu de y, ſa valeur

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).\text{ſin.}\,\theta^2 + 2n\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta\,.\,\text{coſ.}\,\theta \\ = lg\gamma\left(\frac{\partial\partial v}{\partial\varpi^2}\right) + lg\gamma\left(\frac{\partial\partial u}{\partial\varpi\partial\theta}\right) + lg\gamma.\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}.\left(\frac{\partial u}{\partial\varpi}\right) \\ + lg\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right).\left(\frac{\partial u}{\partial\varpi}\right) + \delta C.\text{ſin.}\,\theta \\ + K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{ſin.}\,2\theta.\text{ſin.}\,(\varphi - nt - \varpi) \\ + K.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{ſin.}\,\theta^2.\text{ſin.}\,(2\varphi - 2nt - 2\varpi) \end{array}\right\}(10)$$

Il faut enſuite ſatisfaire pour tous les points du fluide, aux deux équations,

$$\left\{\frac{\partial . [(\frac{\partial u}{\partial t}) - 2n \sin. \theta . \cos. \theta . v]}{\partial \varpi}\right\}$$

$$= \left\{\frac{\partial . [\sin. \theta^2 . (\frac{\partial v}{\partial t}) + 2nu . \sin. \theta . \cos. \theta)}{\partial \theta}\right\} \quad (4)$$

$$\left\{\frac{\partial . [s^2(\frac{\partial u}{\partial t}) - 2ns^2 v . \sin. \theta . \cos. \theta]}{\partial s}\right\}$$

$$= -2ns\left\{\frac{\partial . v \sin. \theta^2}{\partial \theta}\right\} \quad (5).$$

Il faut enfin satisfaire à ces conditions, que l'on ait à l'origine du mouvement $y = 0$, $(\frac{\partial y}{\partial t}) = 0$, $u = 0$, $(\frac{\partial u}{\partial t}) = 0$, $v = 0$, & $(\frac{\partial v}{\partial t}) = 0$.

VII.

SUPPOSONS d'abord que la Planète & le fluide n'ont aucun mouvement de rotation, & qu'à l'origine du mouvement, leurs figures ont été sphériques; il faut faire alors dans les équations précédentes, $n = 0$ & $\gamma = 1$, ce qui réduit les équations (6), (8) & (10) aux suivantes,

$$y = -l . [(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + (\frac{\partial v}{\partial \varpi}) + u . \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}] \quad (11)$$

$$\left.\begin{array}{l} (\frac{\partial \partial u}{\partial t^2}) = lg . (\frac{\partial \partial u}{\partial \theta^2}) + lg . (\frac{\partial \partial v}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg . \frac{[\partial . u . \frac{\cos. \theta}{\sin. \theta}]}{\partial \theta} \\ \quad + \delta . B \\ \quad + K . \sin. 2\theta . [\frac{1}{2} \sin. \nu^2 - \cos. \nu^2 \\ \qquad\qquad + \frac{1}{2} \sin. \nu^2 . \cos. (2\varphi - 2\varpi)] \\ \quad + 2K . \cos. 2\theta . \sin. \nu . \cos. \nu . \cos. (\varphi - \varpi) \end{array}\right\} (12)$$

$$\left.\begin{array}{l}(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}).\text{fin.}\,\theta^2 = lg.(\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi^2}) + lg.(\frac{\partial\partial u}{\partial\varpi\partial\theta}) + lg.\frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}.(\frac{\partial u}{\partial\varpi}) \\ \quad + \delta C.\text{fin.}\,\theta \\ \quad + K.\text{fin.}\,\nu.\text{cof.}\,\nu.\text{fin.}\,2\theta.\text{fin.}(\varphi - \varpi) \\ \quad + K.\text{fin.}\,\nu^2.\text{fin.}\,\theta^2.\text{fin.}(2\varphi - 2\varpi)\end{array}\right\}(13)$$

l'équation (4) donne en y faisant $n = 0$, & en l'intégrant par rapport à t,

$$(\frac{\partial u}{\partial\varpi}) = [\frac{\partial.v\,\text{fin.}\,\theta^2}{\partial\theta}]\ (14)$$

& l'équation (5) donne

$$[\frac{\partial.s^2 u}{\partial s}] = 0\ (15)$$

Supposons d'abord le fluide infiniment rare, ou $\delta = 0$, & cherchons les valeurs de u & de v, qui peuvent satisfaire à ces équations; en considérant l'équation (12), il est assez naturel de croire que l'expression de u, peut avoir la forme suivante,

$$u = x.\text{fin.}\,2\theta + z.\text{cof.}\,2\theta;$$

x & z étant fonctions de ϖ & de t, sans θ; voyons conséquemment si cette supposition peut se soutenir, & quelles sont les valeurs de u & de v qui en résultent.

En substituant la valeur précédente de u, dans l'équation (14), on aura

$$[\frac{\partial.v\,\text{fin.}\,\theta^2}{\partial\theta}] = \text{fin.}\,2\theta.(\frac{\partial x}{\partial\varpi}) + \text{cof.}\,2\theta.(\frac{\partial z}{\partial\varpi});$$

d'où l'on tire en intégrant par rapport à θ,

$$v.\text{fin.}\,\theta^2 = -\tfrac{1}{2}.\text{cof.}\,2\theta.(\frac{\partial x}{\partial\varpi}) + \tfrac{1}{2}.\text{fin.}\,2\theta.(\frac{\partial z}{\partial\varpi}) + H;$$

H étant une constante qui sera fonction de ϖ & de t, sans θ; donc

$$v = \frac{\text{fin.}\,2\theta}{2\,\text{fin.}\,\theta^2}.(\frac{\partial z}{\partial\varpi}) - \frac{\text{cof.}\,2\theta}{2\,\text{fin.}\,\theta^2}.(\frac{\partial x}{\partial\varpi}) + \frac{H}{\text{fin.}\,\theta^2}.$$

On peut mettre cette expression de v sous une forme un peu plus simple, en considérant que l'on a

$$\text{fin.}\,2\theta = 2\,\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta,\quad 1 - \text{cof.}\,2\theta = 2\,\text{fin.}\,\theta^2,$$

& que

& que l'on peut ſuppoſer $H = \frac{1}{2} . (\frac{\partial x}{\partial \varpi}) + H'$, H' ne renfermant point θ; on aura ainſi

$$v = \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta} . (\frac{\partial z}{\partial \varpi}) + (\frac{\partial x}{\partial \varpi}) + \frac{H'}{\text{ſin.}\,\theta^2};$$

ſubſtituant maintenant ces valeurs de u & de v dans l'équation (12), elle deviendra

$$\text{ſin.}\ 2\theta . (\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}) + \text{coſ.}\ 2\theta . (\frac{\partial\partial z}{\partial t^2})$$

$$= - 6lg.x.\text{ſin.}\,2\theta - 4lgz.\text{coſ.}\,2\theta + lg.(\frac{\partial\partial z}{\partial \varpi^2}).\frac{[\partial.(\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta})]}{\partial\theta}$$

$$+ lgz.\frac{[\partial.(\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}.\text{coſ.}\,2\theta)]}{\partial\theta} - 2lg\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta^3}.(\frac{\partial H'}{\partial \varpi})$$

$$+ K.\text{ſin.}\,2\theta.[\tfrac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2 + \tfrac{1}{2}.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{coſ.}\,(2\varphi - 2\varpi)]$$

$$+ 2K.\text{coſ.}\,2\theta.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{coſ.}\,(\varphi - \varpi);$$

il eſt aiſé de voir que cette équation peut ſe ſimplifier par la ſuppoſition de $(\frac{\partial\partial z}{\partial \varpi^2}) = - z$, & qu'alors la ſomme des deux termes,

$$lg.(\frac{\partial\partial z}{\partial \varpi^2}).\frac{[\partial.\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}]}{\partial\theta},\ \&\ lgz.\frac{[\partial.(\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}.\text{coſ.}\,2\theta)]}{\partial\theta},$$

ſe réduit au terme $- 2lgz.\text{coſ.}\,2\theta$; l'équation précédente devient ainſi

$$\text{ſin.}\,2\theta.\{(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}) + 6lgx - K.[\tfrac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2 + \tfrac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2.\text{coſ.}\,(2\varphi - 2\varpi)\}$$

$$+ \text{coſ.}\,2\theta.\{(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}) + 6lgz - 2K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{coſ.}\,(\varphi - \varpi)\}$$

$$+ 2lg.\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta^3}.(\frac{\partial H'}{\partial \varpi}) = 0,$$

en égalant ſéparément à zéro, les coëfficiens de ſin. 2θ & de coſ. 2θ, on aura les trois équations ſuivantes,

$$0 = \left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + 6 lgx - K.\left[\tfrac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2 + \tfrac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2.\text{coſ.}(2\varphi - 2\varpi)\right] \quad (16)$$

$$0 = \left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right) + 6 lgz - 2K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{coſ.}(\varphi - \varpi) \quad (17)$$

$$0 = \left(\frac{\partial H'}{\partial \varpi}\right) \quad (18).$$

Voyons maintenant ſi ces mêmes équations ſatisfont à l'équation (13). En y ſubſtituant au lieu de u & de v leurs valeurs, & ſuppoſant comme ci-deſſus $\left(\frac{\partial\partial z}{\partial \varpi^2}\right) = -z$, elle devient

$$\text{ſin.}\,2\theta.\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial^3 z}{\partial\varpi\,\partial t^2}\right) + 3lg.\left(\frac{\partial z}{\partial\varpi}\right) - K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{ſin.}(\varphi - \varpi)\right]$$

$$+ \text{ſin.}\,\theta^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi\,\partial t^2}\right) - \frac{lg}{\text{ſin.}\,\theta^2}.\left(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi^3}\right) - 2lg.\frac{\text{coſ.}\,2\theta}{\text{ſin.}\,\theta^2}.\left(\frac{\partial x}{\partial\varpi}\right) \\ \qquad - 2lg\frac{\text{coſ.}\,\theta^2}{\text{ſin.}\,\theta^2}.\left(\frac{\partial x}{\partial\varpi}\right) - K.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{ſin.}(2\varphi - 2\varpi) \end{array} \right\}$$

$$+ \left(\frac{\partial\partial H'}{\partial t^2}\right) - lg.\frac{\left(\frac{\partial\partial H'}{\partial\varpi^2}\right)}{\text{ſin.}\,\theta^2} = 0;$$

en égalant à zéro le coëfficient de ſin. 2 θ, on aura

$$\left(\frac{\partial^3 z}{\partial\varpi\,\partial t^2}\right) + 6lg.\left(\frac{\partial z}{\partial\varpi}\right) - 2K.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu.\text{ſin.}(\varphi - \varpi) = 0,$$

équation qui réſulte de l'équation (17), en la différentiant par rapport à ϖ; ſi l'on égale pareillement à zéro le coëfficient de ſin. θ^2, on aura en obſervant que coſ. $2\theta = 1 - 2\,\text{ſin.}\,\theta^2$,

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi\,\partial t^2}\right) - \frac{lg}{\text{ſin.}\,\theta^2}.\left[\left(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi^3}\right) + 4\left(\frac{\partial x}{\partial\varpi}\right)\right] + 6lg.\left(\frac{\partial x}{\partial\varpi}\right)$$
$$- K.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{ſin.}(2\varphi - 2\varpi) = 0;$$

ſi l'on ſuppoſe $\left(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi^3}\right) = -4\left(\frac{\partial x}{\partial\varpi}\right)$, l'équation précédente donnera

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi\,\partial t^2}\right) + 6lg.\left(\frac{\partial x}{\partial\varpi}\right) - K.\text{ſin.}\,\nu^2.\text{ſin.}(2\varphi - 2\varpi) = 0;$$

or cette équation réſulte de l'équation (16), en la différenciant par rapport à ϖ;

on aura enfin $0 = \left(\frac{\partial \partial H'}{\partial t^2}\right) - \frac{lg.\left(\frac{\partial \partial H'}{\partial \varpi^2}\right)}{\text{fin.}\,\theta^2}$; or on ſatisfera à cette équation & à l'équation (18), en ſuppoſant $H' = 0$.

VIII.

REPRENONS les équations

$$0 = \left(\frac{\partial \partial x}{\partial t^2}\right) + 6\,lg.x - K.\left[\tfrac{1}{2}\text{fin.}\,\nu^2 - \text{cof.}\,\nu^2 + \tfrac{1}{2}\text{fin.}\,\nu^2.\text{cof.}(2\varphi - 2\varpi)\right] \quad (16)$$

$$0 = \left(\frac{\partial \partial z}{\partial t^2}\right) + 6\,lg.z - 2K.\text{fin.}\,\nu.\text{cof.}\,\nu.\text{cof.}(\varphi - \varpi) \quad (17);$$

leurs intégrales renferment chacune deux conſtantes arbitraires, au moyen deſquelles on peut remplir les conditions de $u = 0$, $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = 0$, $v = 0$, $\left(\frac{\partial \pi}{\partial t}\right) = 0$, $y = 0$, $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = 0$, à l'origine du mouvement; car il eſt aiſé de voir par ce qui précède, que ces conditions ſeront remplies, ſi l'on a à cette origine, $x = 0$, $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) = 0$, $z = 0$, & $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = 0$; mais comme nous ne ſommes arrivés aux équations (16) & (17), qu'en ſuppoſant

$$\left(\frac{\partial \partial z}{\partial \varpi^2}\right) = -z, \;\&\; \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3}\right) = -4\left(\frac{\partial x}{\partial \varpi}\right),$$

il faut avant que de les admettre, s'aſſurer ſi ces nouvelles équations ſont compatibles avec elles; pour cela, différencions deux fois de ſuite, l'équation (17) par rapport à ϖ; en faiſant $\left(\frac{\partial \partial z}{\partial \varpi^2}\right) = -z'$, nous aurons l'équation ſuivante,

$$0 = \left(\frac{\partial \partial z'}{\partial t^2}\right) + 6\,lg.z' - 2K.\text{fin.}\,\nu.\text{cof.}\,\nu.\text{cof.}(\varphi - \varpi).$$

Cette équation eſt préciſément la même que l'équation (17); de plus, les deux conſtantes arbitraires de ſon intégrale ſont encore les mêmes que celles de l'équation (17); car puiſqu'à l'origine du mouvement, on a $z = 0$, & $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = 0$,

on aura pareillement à cette origine $(\frac{\partial\partial z}{\partial \varpi^2}) = 0$, ou $z' = 0$, & $(\frac{\partial^3 z}{\partial \varpi^2 \partial t}) = 0$, ou $(\frac{\partial z'}{\partial t}) = 0$; donc les conſtantes arbitraires de l'équation en z' ſont déterminées par les mêmes conditions que celles de l'équation en z; partant $z = z'$, ou $(\frac{\partial\partial z}{\partial \varpi^2}) = -z$.

Pareillement, ſi l'on différentie l'équation (16) une fois par rapport à ϖ, & que l'on faſſe $(\frac{\partial x}{\partial \varpi}) = x'$, on aura

$$0 = (\frac{\partial\partial x'}{\partial t^2}) + 6lg.x' - K.\text{ſin.}\,\nu^2.\,\text{ſin.}\,(2\varphi - 2\varpi);$$

ſi l'on différencie cette dernière équation deux fois de ſuite par rapport à ϖ, & que l'on faſſe $(\frac{\partial\partial x'}{\partial \varpi^2}) = -4x''$, on aura

$$0 = (\frac{\partial\partial x''}{\partial t^2}) + 6lg.x'' - K.\text{ſin.}\,\nu^2.\,\text{ſin.}\,(2\varphi - 2\varpi);$$

cette équation eſt la même que l'équation en x'; de plus, les conſtantes arbitraires ſont les mêmes, puiſqu'ayant à l'origine du mouvement $x = 0$, & $(\frac{\partial x}{\partial t}) = 0$, on a à cette même origine, $(\frac{\partial x}{\partial \varpi}) = 0$, ou $x' = 0$, $(\frac{\partial\partial x}{\partial \varpi \partial t}) = 0$, ou $(\frac{\partial x'}{\partial t}) = 0$, $(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3}) = 0$, ou $x'' = 0$, & $(\frac{\partial^4 x}{\partial \varpi^3 \partial t}) = 0$, ou $(\frac{\partial x''}{\partial t}) = 0$; on a donc $x' = x''$; partant $(\frac{\partial\partial x'}{\partial \varpi^3}) = -4x'$, ou $(\frac{\partial^3 x}{\partial \varpi^3}) = -4(\frac{\partial x}{\partial \varpi})$.

Il réſulte de-là que les valeurs de u & de v, ont été bien choiſies, puiſqu'elles ſatisfont aux équations (12), (13) & (14), & aux conditions primitives du mouvement ; raſſemblant donc les expreſſions préédentes, nous aurons

$$u = x.\,\text{ſin.}\,2\theta + z.\,\text{coſ.}\,2\theta,$$
$$v = \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}.(\frac{\partial z}{\partial \varpi}) + (\frac{\partial x}{\partial \varpi});$$

l'équation (11) donnera

$$y = l[3z.\text{sin.}\,2\theta - 3x.\text{cos.}\,2\theta - x - (\frac{\partial\partial x}{\partial\varpi^2})],$$

& l'on déterminera x & z, au moyen des deux équations

$$0 = (\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}) + 6lg.x - K[\tfrac{1}{2}\text{sin.}\,\nu^2 - \text{cos.}\,\nu^2 + \tfrac{1}{2}\text{sin.}\,\nu^2.\text{cos.}(2\varphi - 2\varpi)] \quad (16)$$

$$0 = (\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}) + 6lg.z - 2K.\text{sin.}\,\nu.\text{cos.}\,\nu.\text{cos.}(\varphi - \varpi) \quad (17).$$

Les équations précédentes servent à déterminer le mouvement du fluide à la surface; on aura celui de tous les points intérieurs, en considérant que l'équation (15) donne en l'intégrant, s^2u égal à une fonction indépendante de s; donc s étant toujours très-peu différent de l'unité, l'expression de u sera la même pour tous les points originairement situés sur le même rayon *CN*. Il est facile de conclure pareillement de l'équation (14) que la valeur de v est la même pour tous ces points; enfin l'équation (1) donne en l'intégrant, & en considérant que la profondeur du fluide est toujours fort petite,

$$r = -\sigma.[(\frac{\partial u}{\partial\theta}) + (\frac{\partial v}{\partial\varpi}) + u.\frac{\text{cos.}\,\theta}{\text{sin.}\,\theta}] + qu(\frac{\partial\lambda}{\partial\theta})$$

σ étant la distance primitive du point du fluide que l'on considère à la surface du sphéroïde; la détermination du mouvement de tous les points du fluide, se trouve ainsi réduite à l'intégration des équations (16) & (17); or la loi du mouvement de l'astre étant supposée connue, on aura h, ν & φ en fonctions du temps t; ainsi on pourra intégrer ces équations par les méthodes connues.

I X.

NOUS avons supposé dans les articles précédens, la densité δ du fluide égale à zéro, & cela nous étoit nécessaire pour connoître la figure qu'il peut prendre; supposons maintenant δ quelconque; pour intégrer dans cette supposition les équations (12) & (13) de l'*article VII*, il est nécessaire de connoître δB & δC; nous avons vu *(art. V)* que $\alpha\delta B$ est l'attraction horizontale dans le sens du méridien d'un sphéroïde dont la

densité est δ, & le rayon $1 + \alpha y$, & que $\alpha\delta C$ est l'attraction horizontale du même sphéroïde dans le sens du parallèle; or j'ai fait voir ci-dessus (*Voyez les Recherches précédentes sur la loi de la pesanteur à la surface des sphéroïdes homogènes*), que l'on a

$$\alpha\delta B = -\alpha\delta\iint\partial p\,\partial q\,.\,\text{sin.}\,p\,.\,\frac{\text{cos.}\,q}{\text{sin.}\,q}\,.\,y',$$

$$\&\ \alpha\delta C = \alpha\delta\,.\iint\partial p\,\partial q\,.\,\frac{\text{cos.}\,p}{\text{sin.}\,q}\,.\,y';$$

où l'on doit observer 1.° que y' est pareille fonction de θ' & de ϖ', que y l'est de θ & de ϖ; 2.° que l'on a

$$\text{cos.}\,\theta' = \text{cos.}\,\theta + 2\,\text{sin.}\,p^2\,.\,\text{sin.}\,q\,.\,\text{sin.}\,(\theta - q) = \text{cos.}\,\theta\,.\,\text{cos.}\,p^2 + \text{sin.}\,p^2\,.\,\text{cos.}\,(\theta - 2q),$$

$$\&\ \text{sin.}\,(\varpi' - \varpi) = \frac{2\,\text{sin.}\,p\,.\,\text{cos.}\,p\,.\,\text{sin.}\,q}{\text{sin.}\,\theta'};$$

3.° enfin que les doubles intégrales précédentes doivent être prises depuis p & q égaux à zéro, jusqu'à p & q égaux à 180^d, & qu'ainsi l'on peut rejeter les termes de la forme $P\partial q\,.\,\partial p\,.\,\text{cos.}\,p$, P ne renfermant que des puissances paires de $\text{cos.}\,p$. Concevons, cela posé, que l'on ait comme précédemment,

$$y = l\,.\,[3z\,\text{sin.}\,2\theta - 3x\,.\,\text{cos.}\,2\theta - x - (\tfrac{\partial\partial x}{\partial\varpi^2})],$$

$$u = x\,.\,\text{sin.}\,2\theta + z\,.\,\text{cos.}\,2\theta,$$

$$\&\ v = \frac{\text{cos.}\,\theta}{\text{sin.}\,\theta}\,.\,(\frac{\partial z}{\partial\varpi}) + (\frac{\partial x}{\partial\varpi});$$

x & z étant des fonctions de t & de ϖ sans θ, telles que l'on ait $(\frac{\partial\partial z}{\partial\varpi^2}) + z = 0$, & $(\frac{\partial^3 x}{\partial\varpi^3}) + 4(\frac{\partial x}{\partial\varpi}) = 0$; en intégrant ces deux dernières équations, on aura

$$z = a\,.\,\text{sin.}\,(\varphi - \varpi) + b\,.\,\text{cos.}\,(\varphi - \varpi),$$

$$\&\ x = c + a'\,.\,\text{sin.}\,(2\varphi - 2\varpi) + b'\,.\,\text{cos.}\,(2\varphi - 2\varpi);$$

a, b, c, a', b' étant des fonctions de t sans ϖ ni θ; en substituant ces valeurs de z & de x dans l'expression de y, on aura

$$\begin{aligned} y = {} & 2lc\,.\,[1 - 3\,\text{cos.}\,\theta^2] \\ & + 6l\,.\,\text{sin.}\,\theta\,.\,\text{cos.}\,\theta\,.\,[a\,.\,\text{sin.}\,(\varphi - \varpi) + b\,.\,\text{cos.}\,(\varphi - \varpi)] \\ & + 6l\,.\,\text{sin.}\,\theta^2\,.\,[a'\,.\,\text{sin.}\,(2\varphi - 2\varpi) + b'\,.\,\text{cos.}\,(2\varphi - 2\varpi)]. \end{aligned}$$

Supposons pour plus de généralité,

$$y = \varepsilon . [3 \cos. \theta^2 - 1]$$
$$+ \left\{\begin{matrix} a . \sin. (\varphi - \varpi) \\ + b . \cos. (\varphi - \varpi) \end{matrix}\right\} . \sin. \theta . \cos. \theta . \left\{\begin{matrix} f + f^{(1)} . \sin. \theta^2 + f^{(2)} . \sin. \theta^4 \ldots . \\ + f^{(r)} . \sin. \theta^{2r} \end{matrix}\right\}$$
$$+ \left\{\begin{matrix} a' . \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ + b' . \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{matrix}\right\} . \sin. \theta^2 . \left\{\begin{matrix} p + p^{(1)} . \sin. \theta^2 + p^{(2)} . \sin. \theta^4 \ldots . \\ + p^{(r)} . \sin. \theta^{2r} \end{matrix}\right\}$$

on aura

$$y' = \varepsilon . [3 \cos. \theta'^2 - 1]$$
$$+ \left\{\begin{matrix} a . \sin. (\varphi - \varpi') \\ + b . \cos. (\varphi - \varpi') \end{matrix}\right\} . \sin. \theta' . \cos. \theta' . \left\{\begin{matrix} f + f^{(1)} . \sin. \theta'^2 \ldots \\ + f^{(r)} . \sin. \theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$
$$+ \left\{\begin{matrix} a' . \sin. (2\varphi - 2\varpi') \\ + b' . \cos. (2\varphi - 2\varpi') \end{matrix}\right\} . \sin. \theta'^2 . \left\{\begin{matrix} p + p^{(1)} . \sin. \theta'^2 \ldots . \\ + p^{(r)} . \sin. \theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$

maintenant on a

$$\sin. (\varphi - \varpi') = \sin. (\varphi - \varpi) . \cos. (\varpi' - \varpi) - \cos. (\varphi - \varpi) . \sin. (\varpi' - \varpi)$$
$$\cos. (\varphi - \varpi') = \cos. (\varphi - \varpi) . \cos. (\varpi' - \varpi) + \sin. (\varphi - \varpi) . \sin. (\varpi' - \varpi)$$
$$\sin. (2\varphi - 2\varpi') = \sin. (2\varphi - 2\varpi) . \cos. (2\varpi' - 2\varpi) - \cos. (2\varphi - 2\varpi) . \sin. (2\varpi' - 2\varpi)$$
$$\cos. (2\varphi - 2\varpi') = \cos. (2\varphi - 2\varpi) . \cos. (2\varpi' - 2\varpi) + \sin. (2\varphi - 2\varpi) . \sin. (2\varpi' - 2\varpi);$$

donc

$$y' = \varepsilon . [3 \cos. \theta'^2 - 1]$$
$$+ \left\{\begin{matrix} \left\{\begin{matrix} a . \sin. (\varphi - \varpi) \\ + b . \cos. (\varphi - \varpi) \end{matrix}\right\} . \cos. (\varpi' - \varpi) \\ \left\{\begin{matrix} + b . \sin. (\varphi - \varpi) \\ - a . \cos. (\varphi - \varpi) \end{matrix}\right\} . \sin. (\varpi' - \varpi) \end{matrix}\right\} . \sin. \theta' . \cos. \theta' . \left\{\begin{matrix} f + f^{(1)} . \sin. \theta'^2 \ldots . \\ + f^{(r)} . \sin. \theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$
$$+ \left\{\begin{matrix} \left\{\begin{matrix} a' . \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ + b' . \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{matrix}\right\} . \cos. (2\varpi' - 2\varpi) \\ \left\{\begin{matrix} + b' . \sin. (2\varphi - 2\varpi) \\ - a' . \cos. (2\varphi - 2\varpi) \end{matrix}\right\} . \sin. (2\varpi' - 2\varpi) \end{matrix}\right\} . \sin. \theta'^2 . \left\{\begin{matrix} p + p^{(1)} . \sin. \theta'^2 \ldots . \\ + p^{(r)} . \sin. \theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$

on tirera facilement des valeurs de cof. θ' & de fin. $(\varpi' - \varpi)$,

$$\text{cof.}(\varpi' - \varpi) = \frac{\text{fin.}\,\theta - 2\,\text{fin.}\,p^2.\,\text{fin.}\,q.\,\text{cof.}\,(\theta - q)}{\text{fin.}\,\theta'}$$

$$\text{fin.}\,(2\varpi' - 2\varpi) = \frac{4.\text{fin.}\,\theta.\text{fin.}\,p.\text{cof.}\,p^3.\,\text{fin.}\,q + 4\,\text{fin.}\,p^3.\,\text{cof.}\,p.\text{fin.}\,q.\text{fin.}\,(\theta - 2q)}{\text{fin.}\,\theta'^2}$$

$$\text{cof.}\,(2\varpi' - 2\varpi) = \frac{[\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,p^2 + \text{fin.}\,p^2.\,\text{fin.}\,(\theta - 2q)]^2 - 4\,\text{fin.}\,p^2.\,\text{cof.}\,p^2.\,\text{fin.}\,q^2}{\text{fin.}\,\theta'^2};$$

On aura, cela posé, en négligeant les termes qu'il est permis de négliger d'après la remarque que nous avons faite ci-dessus,

$$C = \int\int \partial p\,\partial q\,.\,\frac{\text{cof.}\,p}{\text{fin.}\,q}\,.\,y'$$

$$= \left\{\begin{matrix} b\,.\,\text{fin.}\,(\varphi - \varpi) \\ -\,a\,.\,\text{cof.}\,(\varphi - \varpi) \end{matrix}\right\}.\int\int 2\,\partial p\,\partial q\,.\,\text{fin.}\,p\,.\,\text{cof.}\,p^2\,.\,\text{cof.}\,\theta'\,.\left\{\begin{matrix} f + f^{(1)}.\,\text{fin.}\,\theta'^2 \ldots \\ + f^{(r)}.\,\text{fin.}\,\theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$

$$+\left\{\begin{matrix} b'\,.\,\text{fin.}\,(2\varphi - 2\varpi) \\ -\,a'.\text{cof.}\,(2\varphi - 2\varpi) \end{matrix}\right\}.\int\int 4\,\partial p\,\partial q\,.\,\text{fin.}\,p\,.\,\text{cof.}\,p^4.\,\text{fin.}\,\theta\,.\left\{\begin{matrix} p + p^{(1)}.\,\text{fin.}\,\theta'^2 \ldots \\ + p^{(r)}.\,\text{fin.}\,\theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$

$$+\left\{\begin{matrix} b'\,.\,\text{fin.}\,(2\varphi - 2\varpi) \\ -\,a'.\text{cof.}\,(2\varphi - 2\varpi) \end{matrix}\right\}.\int\int 4\partial p\partial q.\text{fin.}\,p^3.\text{cof.}\,p^2.\text{fin.}\,(\theta - 2q)\,.\left\{\begin{matrix} p + p^{(1)}.\,\text{fin.}\,\theta'^2 \ldots \\ + p^{(r)}.\,\text{fin.}\,\theta'^{2r} \end{matrix}\right\}$$

or on a généralement,

$$\int \partial q\,.\text{fin.}\,(\theta - 2q)\,.\text{fin.}\,\theta'^{2\mu}$$

$$= \int \partial q\,.\text{fin.}\,(\theta - 2q)\,.\{1 - [\text{cof.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,p^2 + \text{fin.}\,p^2\,.\,\text{cof.}\,(\theta - 2q)]^2\}^{\mu} = 0;$$

en prenant l'intégrale depuis $q = 0$, jusqu'à $q = 180^d$; on a de plus

$$\int\int \partial p\,\partial q\,.\,\text{fin.}\,p\,.\,\text{cof.}\,p^2\,.\,\text{cof.}\,\theta'^{2\mu+1}$$

$$= \int\int \partial p\,\partial q\,.\text{fin.}\,p\,.\text{cof.}\,p^2\,.\,[\text{cof.}\,\theta\,.\,\text{cof.}\,p^2 + \text{fin.}\,p^2\,.\,\text{cof.}\,(\theta - 2q)]^{\mu+1};$$

si l'on considère maintenant que $\int \partial q\,.\text{cof.}\,(\theta - 2q)^i = 0$, lorsque i est impair, que $\int \partial q\,.\text{cof.}\,(\theta - 2q)^i = \frac{1.3.5\ldots i-1}{2.4.6\ldots i}.\pi$, lorsque i est un nombre pair, π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon, & que

$$\int \partial p\,.\text{fin.}\,p\,.\text{cof.}\,p^{2i}(1 - \text{cof.}\,p^2)^s = 2\,.\,\frac{2.4.6\ldots\ldots 2s}{(2i+1).(2i+3).(2i+5)\ldots\ldots(2i+2s+1)};$$

on

on trouvera,

$$\int\int \partial p \partial q . \text{fin.} p . \text{cof.} p^2 . \text{cof.} \theta'^{2\mu+1}$$

$$= \frac{2\pi}{4\mu+5} . \begin{cases} \text{cof.} \theta^{2\mu+1} + \frac{2}{1} . \frac{(2\mu+1).2\mu}{(4\mu+3).(4\mu+1)} . \text{cof.} \theta^{2\mu-1} \\ + \frac{3.4}{1.2} . \frac{(2\mu+1).2\mu.(2\mu-1).(2\mu-2)}{(4\mu+3).(4\mu+1).(4\mu-1).(4\mu-3)} . \text{cof.} \theta^{2\mu-3} \\ + \frac{4.5.6}{1.2.3} . \frac{(2\mu+1)........(2\mu-4)}{(4\mu+3)........(4\mu-7)} . \text{cof.} \theta^{2\mu-5} \\ + \&c. \end{cases}$$

on aura pareillement,

$$\int\int \partial p . \partial q . \text{fin.} p . \text{cof.} p^4 . \text{cof.} \theta'^{2\mu}$$

$$= \frac{2\pi}{4\mu+5} . \begin{cases} \text{cof.} \theta^{2\mu} + \frac{2}{1} . \frac{2\mu.(2\mu-1)}{(4\mu+3).(4\mu+1)} . \text{cof.} \theta^{2\mu-2} \\ + \frac{3.4}{1.2} . \frac{2\mu.(2\mu-1).(2\mu-2).(2\mu-3)}{(4\mu+3).(4\mu+1).(4\mu-1).(4\mu-3)} . \text{cof.} \theta^{2\mu-4} \\ + \&c. \end{cases}$$

Si l'on fubftitue préfentement au lieu de $\text{fin.} \theta'^2$, $1 - \text{cof.} \theta'^2$, dans la valeur précédente de C, & qu'après avoir intégré, on reftitue $1 - \text{fin.} \theta^2$, au lieu de $\text{cof.} \theta^2$, on trouvera pour δC une expreffion de cette forme,

$$\delta . C = \begin{Bmatrix} b . \text{fin.} (\varphi - \varpi) \\ - a . \text{cof.} (\varphi - \varpi) \end{Bmatrix} . \text{cof.} \theta . \begin{Bmatrix} \lambda + \lambda^{(1)} . \text{fin.} \theta^2 + \lambda^{(2)} . \text{fin.} \theta^4 ... \\ + \lambda^{(r)} . \text{fin.} \theta^{2r} \end{Bmatrix}$$
$$+ \begin{Bmatrix} b^1 . \text{fin.} (2\varphi - 2\varpi) \\ - a^1 . \text{cof.} (2\varphi - 2\varpi) \end{Bmatrix} . \text{fin.} \theta . \begin{Bmatrix} \ell + \ell^{(1)} . \text{fin.} \theta^2 + \ell^{(2)} . \text{fin.} \theta^4 ... \\ + \ell^{(r)} . \text{fin.} \theta^{2r} \end{Bmatrix}$$

λ, $\lambda^{(1)}$, &c. ℓ, $\ell^{(1)}$, &c. étant des coëfficiens conftans que l'on déterminera facilement par ce qui précède, & l'on aura $\lambda^{(r)} = \frac{4\delta.\pi.f^{(r)}}{4r+5}$, & $\ell^{(r)} = \frac{8\delta.\pi.p^{(r)}}{4r+5}$; ayant ainfi δC, on aura fur le champ δB, par la remarque de l'*article V;* car l'équation $\left(\frac{\partial B}{\partial \varpi}\right) = \left(\frac{\partial . C . \text{fin.} \theta}{\partial \theta}\right)$ que nous avons trouvée dans cet article, donne $\delta B = \delta . \int \left(\frac{\partial . C \text{fin.} \theta}{\partial \theta}\right) \partial \varpi + \delta . H,$

H étant une fonction de θ sans ϖ; or B étant, comme on l'a vu, égal à $-\iint \partial p \partial q . \text{fin.} p . \frac{\text{cof.} q}{\text{fin.} q} . y'$, il est clair que l'on aura $H = - \iint \varepsilon \partial p \partial q . \text{fin.} p . \frac{\text{cof.} q}{\text{fin.} q} . (3 \text{cof.} \theta'^2 - 1)$; d'où l'on tire $H = - \frac{12}{5} \pi . \varepsilon . \text{fin.}\ 2\theta$.

Dans la question présente, nous avons

$$\varepsilon = -2lc,\ r = 0,\ f = 6l,\ \&\ p = 6l;$$

partant,

$$\delta C = [b . \text{fin.} (\varphi - \varpi) - a . \text{cof.} (\varphi - \varpi)] . \frac{24}{5} \pi \delta l . \text{cof.} \theta$$
$$+ [b' . \text{fin.} (2\varphi - 2\varpi) - a' . \text{cof.} (2\varphi - 2\varpi)] . \frac{48}{5} \pi \delta l . \text{fin.} \theta,$$

ou $\delta C = \frac{24}{5} \pi \delta l . [\text{cof.} \theta . (\frac{\partial z}{\partial \varpi}) + \text{fin.} \theta . (\frac{\partial x}{\partial \varpi})]$; donc $\alpha \delta C = \frac{24}{5} . \pi \alpha \delta l v . \text{fin.} \theta$; on aura pareillement,

$$\delta B = \frac{24}{5} \pi lc . \text{fin.} 2\theta + \int (\frac{\partial . C \,\text{fin.} \theta}{\partial \theta}) \partial \varpi;$$

d'où l'on tirera facilement $\alpha \delta B = \frac{24}{5} \alpha \pi \delta . lu$; les équations (12) & (13) deviendront ainsi,

$$(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) = lg . (\frac{\partial\partial u}{\partial \theta^2}) + lg . (\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg . \left[\frac{\partial . \frac{u . \text{cof.} \theta}{\text{fin.} \theta}}{\partial \theta}\right] + \frac{24}{5} \pi \delta l . u$$
$$+ K . \left\{ \begin{array}{l} \text{fin.} 2\theta [\frac{1}{2} \text{fin.} \nu^2 - \text{cof.} \nu^2 + \frac{1}{2} . \text{fin.} \nu^2 . \text{cof.} (2\varphi - 2\varpi)] \\ + 2 \,\text{cof.} 2\theta . \text{fin.} \nu \,\text{cof.} \nu . \text{cof.} (\varphi - \varpi). \end{array} \right\}$$

$$(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}) . \text{fin.} \theta^2 = lg . (\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi^2}) + lg . (\frac{\partial\partial u}{\partial \varpi \partial \theta}) + lg . \frac{\text{cof.} \theta}{\text{fin.} \theta} . (\frac{\partial u}{\partial \varpi})$$
$$+ \frac{24}{5} \pi \delta l v . \text{fin.} \theta^2$$
$$+ K . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu . \text{fin.} 2\theta . \text{fin.} (\varphi - \varpi)$$
$$+ K . \text{fin.} \nu^2 . \text{fin.} \theta^2 . \text{fin.} (2\varphi - 2\varpi);$$

en intégrant ces équations par la méthode de l'*article VII*, on parviendra aux deux suivantes,

$$o = \left(\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}\right) + \left[6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l\right].x - K\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}.\text{fin. }\nu^2 - \text{cof. }\nu^2 \\ + \frac{1}{2}\text{fin. }\nu^2.\text{cof. }(2\varphi - 2\varpi)\end{array}\right\} \quad (19)$$

$$o = \left(\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}\right) + \left[6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l\right].z - 2K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{cof. }(\varphi - \varpi) \quad (20)$$

équations qui ne diffèrent des équations (16) & (17), qu'en ce que g se change en $g - \frac{4}{5}\pi.\delta$; d'où l'on voit qu'à cette différence près, lorsque le fluide a une densité quelconque, son mouvement se détermine précisément de la même manière que lorsqu'il est infiniment rare.

X.

Pour donner une application des formules précédentes, supposons que l'Astre reste toujours à la même distance du centre C de la Planète, & sur le même parallèle, mais qu'il tourne autour de la Planète avec un mouvement angulaire égal à mt; K & ν seront alors constans, & si pour plus de simplicité, on prend pour premier méridien celui où l'Astre se trouvoit à l'origine du mouvement, ou lorsque $t = o$, on aura $\varphi = mt$; soit de plus, $6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l = a^2$, on aura, en intégrant les équations (19) & (20)

$$x = H.\text{fin. }at + L.\text{cof. }at + \frac{K}{a^2}.\left[\frac{1}{2}\text{fin. }\nu^2 - \text{cof. }\nu^2\right]$$
$$+ \frac{K.\text{fin. }\nu^2}{2a^2 - 8m^2}.\text{cof. }(2mt - 2\varpi),$$

$$z = M.\text{fin. }at + N.\text{cof. }at + \frac{2K.\text{fin. }\nu\,\text{cof. }\nu}{a^2 - m^2}.\text{cof. }(mt - \varpi);$$

H, L, M & N étant des constantes arbitraires qu'il faut déterminer par la supposition de $x = o$, $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right) = o$, $z = o$, & $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = o$, lorsque $t = o$, ce qui donne les quatre équations suivantes,

$$o = L + \frac{K}{a^2}.\left[\frac{1}{2}\text{fin. }\nu^2 - \text{cof. }\nu^2\right] + \frac{K.\text{fin. }\nu^2}{2a^2 - 8m^2}.\text{cof. }2\varpi,$$

$$o = aH + \frac{mK.\text{fin. }\nu^2}{a^2 - 4m^2}.\text{fin. }2\varpi,$$

$$0 = N + \frac{2K.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu}{a^2 - m^2}.\text{cof.}\varpi,$$

$$0 = aM + \frac{2mK.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu}{a^2 - m^2}.\text{fin.}\varpi;$$

on aura ainsi

$$x = \frac{K}{a^2}.\left[\tfrac{1}{2}\text{fin.}\nu^2 - \text{cof.}\nu^2\right].\left[1 - \text{cof.}at\right]$$

$$+ \frac{K.\text{fin.}\nu^2}{2a^2 - 8m^2}.\left\{\begin{array}{l}\text{cof.}(2mt - 2\varpi) - \text{cof.}2\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{2m}{a}.\text{fin.}2\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$z = \frac{2K.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu}{a^2 - m^2}.\left\{\begin{array}{l}\text{cof.}(mt - \varpi) - \text{cof.}\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{m}{a}.\text{fin.}\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

ce qui donne

$$u = \frac{K}{a^2}.\text{fin.}2\theta.\left[\tfrac{1}{2}.\text{fin.}\nu^2 - \text{cof.}\nu^2\right].\left[1 - \text{cof.}at\right]$$

$$+ \frac{K.\text{fin.}\nu^2}{2a^2 - 8m^2}.\text{fin.}2\theta.\left\{\begin{array}{l}\text{cof.}(2mt - 2\varpi) - \text{cof.}2\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{2m}{a}.\text{fin.}2\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$+ \frac{2K.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu}{a^2 - m^2}.\text{cof.}2\theta.\left\{\begin{array}{l}\text{cof.}(mt - \varpi) - \text{cof.}\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{m}{a}.\text{fin.}\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$v = \frac{\text{cof.}\theta}{\text{fin.}\theta}.\frac{2K.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu}{a^2 - m^2}.\left\{\begin{array}{l}\text{fin.}(mt - \varpi) + \text{fin.}\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{m}{a}.\text{cof.}\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$+ \frac{K.\text{fin.}\nu^2}{a^2 - 4m^2}.\left\{\begin{array}{l}\text{fin.}(2mt - 2\varpi) + \text{fin.}2\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{2m}{a}.\text{cof.}2\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$y = \frac{6lK.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu}{a^2 - m^2}.\text{fin.}2\theta.\left\{\begin{array}{l}\text{cof.}(mt - \varpi) - \text{cof.}\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{m}{a}.\text{fin.}\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$+ \frac{3lK.\text{fin.}\nu^2}{a^2 - 4m^2}.\text{fin.}\theta^2.\left\{\begin{array}{l}\text{cof.}(2mt - 2\varpi) - \text{cof.}2\varpi.\text{cof.}at \\ - \frac{2m}{a}.\text{fin.}2\varpi.\text{fin.}at\end{array}\right\}$$

$$- \frac{lK}{a^2}.\left[\tfrac{1}{2}\text{fin.}\nu^2 - \text{cof.}\nu^2\right].\left[1 + 3.\text{cof.}2\theta\right].\left[1 - \text{cof.}at\right];$$

telles feroient les valeurs de u, v & y, fi la Planète n'avoit aucun mouvement de rotation.

Si l'on fuppofe l'Aftre attirant au-deffus du pôle ou à l'origine de l'angle θ, on aura le cas que M. d'Alembert a traité dans fes excellentes Recherches fur la caufe des Vents; dans ce cas $\nu = 0$, partant on a

$$u = \frac{K}{a^2} . \text{fin. } 2\theta . [\text{cof. } at - 1],$$

$$v = 0,$$

$$y = \frac{lK}{a^2} . [1 + 3 \text{ cof. } 2\theta] . [1 - \text{cof. } at].$$

X I.

Le cas que nous venons de confidérer, feroit à-peu-près celui du Soleil & de la Lune par rapport à la Terre, fi cette Planète n'avoit point de mouvement de rotation fur fon axe; on auroit donc alors, par l'*article précédent*, les loix des ofcillations des eaux de la mer, en la fuppofant par-tout de la même profondeur; mais on doit obferver que les termes qui dans ces expreffions font indépendans de la pofition actuelle de l'Aftre attirant, ou, ce qui revient au même, de fon afpect par rapport aux différens points du fluide, doivent s'anéantir à la longue en vertu du frottement & de la ténacité des parties fluides; ces termes font évidemment ceux qui font multipliés par fin. at, & par cof. at; en les négligeant, on aura

$$u = \frac{K}{a^2} . [\tfrac{1}{2} \text{fin. } \nu^2 - \text{cof. } \nu^2] . \text{fin. } 2\theta$$
$$+ \frac{K . \text{fin. } \nu^2}{2a^2 - 8m^2} . \text{fin. } 2\theta . \text{cof. } (2mt - 2\varpi)$$
$$+ \frac{2K . \text{fin. } \nu . \text{cof. } \nu}{a^2 - m^2} . \text{cof. } 2\theta . \text{cof. } (mt - \varpi),$$

$$v = \frac{\text{cof. } \theta}{\text{fin. } \theta} . \frac{2K . \text{fin. } \nu . \text{cof. } \nu}{a^2 - m^2} . \text{fin. } (mt - \varpi)$$
$$+ \frac{K . \text{fin. } \nu^2}{a^2 - 4m^2} . \text{fin. } (2mt - 2\varpi),$$

$$y = \frac{lK}{a^2} \cdot [\text{cof.}\, \nu^2 - \tfrac{1}{2} \text{fin.}\, \nu^2] \cdot [1 + 3 \cdot \text{cof.}\, 2\,\theta]$$
$$+ \frac{6\,lK.\, \text{fin.}\, \nu.\, \text{cof.}\, \nu}{a^2 - m^2} \cdot \text{fin.}\, 2\,\theta \cdot \text{cof.}\, (mt - \varpi)$$
$$+ \frac{3\,lK.\, \text{fin.}\, \nu^2}{a^2 - 4m^2} \cdot \text{fin.}\, \theta^2 \cdot \text{cof.}\, (2\,mt - 2\,\varpi).$$

On peut parvenir à ces mêmes expreſſions, en ſuppoſant que les molécules fluides éprouvent une légère réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe; ſur cela, nous obſerverons que cette ſuppoſition qui ſemble limitée, a cependant toute la généralité poſſible; car toutes les hypothèſes de réſiſtance que l'on peut phyſiquement admettre, devant ramener à la longue le fluide à un même état de mouvement, il eſt indifférent pour déterminer cet état, d'employer telle ou telle hypothèſe de réſiſtance; les réſultats ſeront toujours les mêmes après un long intervalle de temps, & ils ne différeront entre eux, que près de l'origine du mouvement, lorſque le fluide n'eſt pas encore parvenu à ſon état de permanence.

La ſuppoſition d'une légère réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe, introduit dans le ſecond membre de l'équation (12), le terme $- \rho \cdot (\frac{\partial u}{\partial t})$, & dans le ſecond membre de l'équation (13), le terme $- \rho \cdot (\frac{\partial v}{\partial t}) \cdot \text{fin.}\, \theta^2$; ρ étant une très-petite quantité conſtante, dépendante de l'intenſité de la réſiſtance; or en ſuivant le calcul des *articles VII, VIII & IX;* il eſt aiſé de voir qu'il ne réſulte de changement par l'introduction de ces nouveaux termes, qu'en ce que les équations (19) & (20) prennent la forme ſuivante,

$$0 = (\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}) + \rho \cdot (\frac{\partial x}{\partial t}) + a^2 . x - K . [\tfrac{1}{2} \text{fin.}\, \nu^2 - \text{cof.}\, \nu^2 + \tfrac{1}{2} \text{fin.}\, \nu^2 . \text{cof.}\, (2\,mt - 2\,\varpi)],$$
$$0 = (\frac{\partial\partial z}{\partial t^2}) + \rho \cdot (\frac{\partial z}{\partial t}) + a^2 . z - 2\,K . \text{fin.}\, \nu \,.\, \text{cof.}\, \nu \,.\, \text{cof.}\, (mt - \varpi);$$

a^2 étant, comme précédemment, égal à $6\,lg - \frac{24}{5} \pi\, \delta\, l$. Si l'on intègre ces deux équations, & qu'enſuite on néglige dans les intégrales, les quantités périodiques multipliées par ρ,

à cause de la petitesse de cette quantité, on aura

$$x = e^{-\frac{1}{2}pt}.[H.\text{fin.}\, t\sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)} + L.\text{cof.}\, t.\sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)}]$$
$$+ \frac{K}{a^2}.[\frac{1}{2}\text{fin.}\, v^2 - \text{cof.}\, v^2] + \frac{K.\text{fin.}\, v^2}{2a^2 - 8m^2}.\text{cof.}\,(2mt - 2\varpi),$$

$$z = e^{-\frac{1}{2}pt}.[M.\text{fin.}\, t.\sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2)} + N.\text{cof.}\, t\sqrt{(a^2 - \frac{1}{4}p^2]}$$
$$+ \frac{2K.\text{fin.}\, v.\text{cof.}\, v}{a^2 - m^2}.\text{cof.}\,(mt - \varpi);$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, & H, L, M & N étant des constantes arbitraires qui dépendent des valeurs de x, $(\frac{\partial x}{\partial t})$, z & $(\frac{\partial z}{\partial t})$ à l'origine du mouvement; or quelles que soient ces valeurs, il est clair qu'après un temps considérable, $e^{-\frac{1}{2}pt}$ devient extrêmement petit; on pourra donc après ce temps, supposer

$$x = \frac{K}{a^2}.[\frac{1}{2}\text{fin.}\, v^2 - \text{cof.}\, v^2] + \frac{K.\text{fin.}\, v^2}{2a^2 - 8m^2}.\text{cof.}\,(2mt - 2\varpi),$$

$$z = \frac{2K.\text{fin.}\, v.\text{cof.}\, v}{a^2 - m^2}.\text{cof.}\,(mt - \varpi);$$

d'où l'on tire les valeurs précédentes de u, v & y.

Si l'on supposoit le globe recouvert d'un nombre n de fluides de densités différentes, & tels que la somme de leurs profondeurs fût très-petite relativement au rayon du globe, on parviendroit facilement, en ayant égard aux attractions & aux pressions de ces différens fluides, à des équations différentielles dont on détermineroit les intégrales par la méthode que nous venons d'exposer dans les articles précédens: les valeurs de u, v & y auroient pour chaque fluide, une forme analogue à celle que nous avons trouvée, & il n'y auroit de différence qu'en ce que les quantités x & z, relatives à chaque fluide, seroient déterminées par un nombre $2n$ d'équations différentielles du second ordre, dans lesquelles ces variables seroient mêlées les unes avec les autres, les x étant mêlées avec les x, & les z avec les z; mais toutes ces équations sont facilement intégrables par les méthodes connues.

Je ſupprime ici tous les calculs que j'ai faits ſur cette matière; parce qu'ils n'ont plus, d'après ce qui précède, d'autre difficulté que leur longueur; cette diſcuſſion étant d'ailleurs purement mathématique, je préfère d'expoſer avec étendue une nouvelle méthode qui, par ſa ſimplicité, peut mériter l'attention des Géomètres, & qui me ſervira dans la ſuite pour déterminer les oſcillations du fluide, lorſque la Planète a un mouvement de rotation, ce qui eſt le cas de la Nature.

X I I.

CONCEVONS un Aſtre immobile au-deſſus d'une Planète pareillement immobile, & conſidérons comme le pôle de cette Planète, le point au-deſſus duquel l'Aſtre répond; ſi l'on fait abſtraction du frottement & de la ténacité du fluide, il réſulte des formules que nous avons données pour ce cas à la fin de l'*article X,* que ce fluide feroit éternellement des oſcillations, & que chacun de ſes points reviendroit à ſa poſition primitive, toutes les fois que, par l'accroiſſement ſucceſſif de l'angle $a\,t$, coſ. $a\,t$ redeviendroit égal à l'unité, c'eſt-à-dire, lorſqu'on auroit at égal à un multiple de la circonférence; partant la durée de chaque oſcillation feroit égale à $\frac{360^d}{a}$; mais il eſt aiſé de voir que le frottement & la ténacité des parties fluides, doivent altérer ſans ceſſe ces oſcillations, en ſorte qu'elles ceſſeront après un temps conſidérable, & le fluide finira par être en équilibre ſous l'Aſtre qui l'attire. Conſidérons-le dans cet état d'équilibre, & voyons la figure qu'il doit prendre.

On aura dans ce cas, $\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) = 0$; de plus, l'Aſtre étant ſuppoſé au pôle, on a $\nu = 0$; & comme le fluide, par l'action de cet Aſtre, n'a éprouvé aucun déplacement en longitude, on a $v = 0$; les équations (11) & (12) de l'*article VII* donneront ainſi, en ſuppoſant la denſité δ du fluide égale à zéro,

$y =$

$y = -\frac{l}{\text{sin.}\theta} \cdot [\frac{\partial . u \,\text{sin.}\theta}{\partial \theta}]$, & $0 = -g(\frac{\partial y}{\partial \theta}) - K . \text{sin. } 2\theta$;
d'où l'on tire, en intégrant, $y = c + \frac{K}{2g} \cdot \text{cos. } 2\theta$; pour déterminer la constante arbitraire c, on observera que la quantité du fluide restant toujours la même, on a $\int\int y \partial\theta . \partial\varpi . \text{sin.}\theta = 0$, la double intégrale étoit prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $\varpi = 360^d$, & depuis $\theta = 0$, jusqu'à $\theta = 180^d$; de-là on tirera $c = \frac{K}{6g}$; partant,

$$y = \frac{K}{6g} \cdot [1 + 3 \cdot \text{cos. } 2\theta];$$

l'équation $y = -\frac{l}{\text{sin.}\theta} \cdot [\frac{\partial . u \,\text{sin.}\theta}{\partial \theta}]$, donne ensuite en l'intégrant, $u \,\text{sin.}\theta = -\frac{K}{6lg} \cdot [\frac{1}{2} \text{cos. } \theta - \frac{1}{2} \cdot \text{cos. } 3\theta] + A$; pour déterminer la constante A, on observera que l'Astre étant supposé au pôle, on doit avoir $u = 0$, pour tous les points du fluide situés au pôle; partant, $A = 0$, & $u = -\frac{K}{6lg} . \text{sin. } 2\theta$.

Supposons maintenant le fluide d'une densité quelconque, & concevons que dans cette supposition, u soit égal à $e . \text{sin. } 2\theta$; on aura par l'*art. IX*, $\delta B = \frac{24}{5} \pi \delta l e . \text{sin. } 2\theta$, l'équation (12) donnera donc $0 = -g . (\frac{\partial y}{\partial \theta}) - [K - \frac{24}{5} \pi \delta l e] . \text{sin. } 2\theta$; soit $K' = K - \frac{24}{5} \delta \pi l e$, & l'on aura comme précédemment, $y = \frac{K'}{6g} \cdot [1 + 3 \text{cos. } 2\theta]$ & $u = -\frac{K'}{6lg} . \text{sin. } 2\theta$; partant $-\frac{K'}{6lg} = e$, ou $\frac{\frac{24}{5} \pi \delta l e - K}{6lg} = e$; d'où l'on tire $e = -\frac{K}{a^2}$, a^2 étant égal à $6lg - \frac{24}{5} \pi \delta l$; donc $u = -\frac{K}{a^2} . \text{sin. } 2\theta$, & $y = \frac{lK}{a^2} \cdot [1 + 3 . \text{cos. } 2\theta]$.

XIII.

CONSIDÉRONS présentement le cas dans lequel l'Astre se meut uniformément sur le même parallèle, en conservant toujours la même distance au centre C de la Planète, & voyons quel doit être alors l'effet du frottement & de la ténacité du fluide. Par la même raison pour laquelle nous venons de voir que les oscillations du fluide doivent s'anéantir à la longue, lorsque l'Astre est immobile au-dessus du pôle, quels qu'aient été d'ailleurs la figure & le mouvement primitifs du fluide, il est visible que tous les termes qui, dans les expressions de u, v & y, dépendent de la position primitive de l'Astre au-dessus de la Planète, doivent disparoître après un temps considérable, en sorte qu'il sera impossible de reconnoître par l'observation, & la position de l'Astre attirant, à l'origine du mouvement, & l'instant auquel on doit fixer cette origine. Ces expressions seroient donc encore les mêmes, si l'Astre avoit eu une position différente à l'origine du mouvement, ou si cette origine étoit plus reculée, ou même encore si à cette époque, le mouvement & la figure du fluide eussent été entièrement différens. De-là, il est aisé de conclure que u, v & y ne seront plus fonctions que de θ, des sinus & des cosinus de l'angle $mt - \varpi$; car si elles renfermoient encore ϖ, il est clair que les expressions de ces quantités seroient différentes pour les différens points du fluide situés sous le même parallèle: or cette différence ne peut évidemment résulter que de la différence de la position primitive de l'Astre; pareillement, si elles renfermoient encore le temps t écoulé depuis l'origine du mouvement, l'angle θ & les sinus & cosinus de l'angle $mt - \varpi$ & de ses multiples, restant les mêmes, les valeurs de u, v & y seroient différentes, suivant que t seroit un peu plus ou un peu moins grand, c'est-à-dire, suivant que l'on avanceroit ou que l'on reculeroit l'époque de l'origine du mouvement. Il suit de-là que si l'on suppose comme ci-dessus, $\varphi = mt$, on aura

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = - m\left(\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right), \left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) = m^2 . \left(\frac{\partial\partial u}{\partial \varpi^2}\right);$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = - m . \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right), \left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) = m^2 . \left(\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi^2}\right);$$

les équations (11), (12) & (13), donneront conséquemment,

$$\left.\begin{array}{l} y = - l . \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) + u . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right] \\ m^2 . \left(\frac{\partial\partial u}{\partial \varpi^2}\right) = - g\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta B \\ \quad + K . \text{fin.}\, 2\theta . \left[\tfrac{1}{2}\,\text{fin.}\, \nu^2 - \text{cof.}\, \nu^2 + \tfrac{1}{2}\,\text{fin.}\, \nu^2 . \text{cof.}\,(2mt - 2\varpi)\right] \\ \quad + 2K . \text{cof.}\, 2\theta . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \text{cof.}\,(mt - \varpi), \\ m^2 . \left(\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi^2}\right) . \text{fin.}\, \theta^2 = - g\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) + \delta C . \text{fin.}\, \theta \\ \quad + K . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \text{fin.}\, 2\theta . \text{fin.}\,(mt - \varpi) \\ \quad + K . \text{fin.}\, \nu^2 . \text{fin.}\, \theta^2 . \text{fin.}\,(2mt - 2\varpi); \end{array}\right\} (T)$$

en différenciant la première de ces équations deux fois de suite par rapport à ϖ, & en la multipliant par $m^2 . \text{fin.}\,\theta^2$, on aura

$$m^2 . \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}\right) . \text{fin.}\, \theta^2 = - l m^2 . \text{fin.}\, \theta^2 . \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \varpi^3}\right) - l m^2 . \text{fin.}\, \theta . \left[\frac{\partial^3 . (u\, \text{fin.}\, \theta)}{\partial \varpi^2 . \partial \theta}\right] (\sigma);$$

si l'on multiplie la seconde par $\text{fin.}\,\theta$, & qu'on la différencie une fois par rapport à θ, on aura

$$m^2 . \left[\frac{\partial^3 . (u\, \text{fin.}\, \theta)}{\partial \varpi^2 . \partial \theta}\right]$$

$$= - g . \left(\frac{\partial\partial y}{\partial \theta^2}\right) . \text{fin.}\, \theta - g . \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) . \text{cof.}\, \theta + \delta . \left[\frac{\partial . (B\, \text{fin.}\, \theta)}{\partial \theta}\right]$$

$$+ K . \left[\frac{\partial . (\text{fin.}\, \theta . \text{fin.}\, 2\theta)}{\partial \theta}\right] . \left[\tfrac{1}{2}\,\text{fin.}\, \nu^2 - \text{cof.}\, \nu^2 + \tfrac{1}{2}\,\text{fin.}\, \nu^2 . \text{cof.}\,(2mt - 2\varpi)\right]$$

$$+ 2K . \left[\frac{\partial . (\text{fin.}\, \theta . \text{cof.}\, 2\theta)}{\partial \theta}\right] . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \text{cof.}\,(mt - \varpi);$$

enfin si l'on différencie la troisième une fois par rapport à ϖ, on aura

$$m^2 . \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \varpi^3}\right) . \text{fin.}\, \theta^2 = - g\left(\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}\right) + \delta . \text{fin.}\, \theta . \left(\frac{\partial C}{\partial \varpi}\right)$$

$$- K . \text{fin.}\, \nu . \text{cof.}\, \nu . \text{fin.}\, 2\theta . \text{cof.}\,(mt - \varpi)$$

$$- 2K . \text{fin.}\, \nu^2 . \text{fin.}\, \theta^2 . \text{cof.}\,(2mt - 2\varpi);$$

en ſubſtituant les valeurs de $\left(\frac{\partial^3 . (u \sin . \theta)}{\partial \varpi^2 \partial \theta}\right)$, & de $\left(\frac{\partial^3 v}{\partial \varpi^3}\right)$ que donnent ces deux dernières équations, dans l'équation (σ), on aura

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}\right) . [m^2 . \sin . \theta^2 - lg] \\ = lg . \left(\frac{\partial \partial y}{\partial \theta^2}\right) . \sin . \theta^2 + lg . \sin . \theta . \cos . \theta . \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) \\ - \delta l . \sin . \theta . \left[\frac{\partial . B \sin . \theta}{\partial \theta}\right] - \delta l . \sin . \theta . \left(\frac{\partial C}{\partial \varpi}\right) \\ - lK . \sin . \theta . \left[\frac{\partial . (\sin . \theta . \sin . 2\theta)}{\partial \theta}\right] . \left[\frac{1}{2} \sin . \nu^2 - \cos . \nu^2\right] \\ + 12 \, lK . \sin . \nu . \cos . \nu . \sin . \theta^3 . \cos . \theta . \cos . (mt - \varpi) \\ + 3 \, lK . \sin . \nu^2 . \sin . \theta^4 . \cos . (2mt - 2\varpi) \end{array}\right\} (A)$$

Suppoſons d'abord $\delta = 0$, & l'on aura pour déterminer y, une équation aux différences partielles du ſecond ordre, dont l'intégrale complette, ſi elle eſt poſſible, ſe déterminera facilement par la méthode que j'ai donnée pour cet objet dans les Mémoires de l'Académie, pour l'*année 1773;* mais il n'eſt pas néceſſaire ici, comme nous le verrons bientôt, de connoître cette intégrale complette; il ſuffit d'avoir une intégrale particulière. Pour cela, ſoit $y = \varepsilon + \lambda . \cos . (mt - \varpi) + \beta . \cos . (2mt - 2\varpi)$, ε, λ & β étant fonctions de θ ſeul & de conſtantes; en ſubſtituant cette valeur de y, dans l'équation précédente, on aura pour déterminer ces fonctions les trois équations ſuivantes,

$$0 = g . \left[\frac{\partial . [(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}) . \sin . \theta]}{\partial \theta}\right] - K . \left[\frac{1}{2} \sin . \nu^2 - \cos . \nu^2\right] . \left[\frac{\partial . (\sin . \theta . \sin . 2\theta)}{\partial \theta}\right]$$

$$- \lambda . [m^2 . \sin . \theta^2 - lg] = lg . \left(\frac{\partial \partial \lambda}{\partial \theta^2}\right) . \sin . \theta^2 + lg . \sin . \theta . \cos . \theta . \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right) + 12 . lK . \sin . \nu . \cos . \nu . \sin . \theta^3 . \cos . \theta$$

$$- 4\beta . [m^2 . \sin . \theta^2 - lg] = lg . \left(\frac{\partial \partial \beta}{\partial \theta^2}\right) . \sin . \theta^2 + lg . \sin . \theta . \cos . \theta . \left(\frac{\partial \beta}{\partial \theta}\right) + 3 \, lK . \sin . \nu^2 . \sin . \theta^4$$

pour ſatisfaire à ces équations, on fera

$$\varepsilon = a + b \,.\, \text{coſ.}\, 2\,\theta,$$
$$\lambda = c \,.\, \text{ſin.}\, 2\,\theta,$$
$$\zeta = e \,.\, \text{ſin.}\, \theta^2;$$

a, b, c & e, étant des coëfficiens conſtans, & l'on trouvera facilement

$$b = \frac{K}{2g} \,.\, [\text{coſ.}\, \nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\, \nu^2],$$
$$c = \frac{6\,l\,K \,.\, \text{ſin.}\, \nu \,.\, \text{coſ.}\, \nu}{6\,l\,g - m^2},$$
$$e = \frac{3\,l\,K \,.\, \text{ſin.}\, \nu^2}{6\,l\,g - 4\,m^2};$$

partant, on aura

$$y = a + \frac{K}{2g} \,.\, [\text{coſ.}\, \nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\, \nu^2] \,.\, \text{coſ.}\, 2\,\theta$$
$$+ \frac{6\,l\,K \,.\, \text{ſin.}\, \nu \,.\, \text{coſ.}\, \nu}{6\,l\,g - m^2} \,.\, \text{ſin.}\, 2\,\theta \,.\, \text{coſ.}\, (mt - \varpi)$$
$$+ \frac{3\,l\,K \,.\, \text{ſin.}\, \nu^2}{6\,l\,g - 4\,m^2} \,.\, \text{ſin.}\, \theta^2 \,.\, \text{coſ.}\, (2\,mt - 2\,\varpi);$$

pour déterminer la conſtante a, on obſervera que l'on doit avoir, comme on l'a vu dans l'*art. précéd.* $\int\int y \partial\varpi\, \partial\theta \,.\, \text{ſin.}\, \theta = 0$, la double intégrale étant priſe depuis $\varpi = 0$, juſqu'à $\varpi = 360^d$, & depuis $\theta = 0$ juſqu'à $\theta = 180^d$; d'où l'on tire

$$a = -\frac{K}{6g} \,.\, [\text{coſ.}\, \nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\, \nu^2].$$

XIV.

La valeur précédente de y, ſatisfait à la vérité à l'équation (Λ), mais elle n'eſt pas la ſeule, car ſi l'on nomme Y, cette valeur, & que l'on faſſe $y = y^{\text{I}} + Y$, on aura pour déterminer y^{I}, l'équation

$$\left(\frac{\partial^2 y^{\text{I}}}{\partial\varpi^2}\right) \,.\, [m^2 \,.\, \text{ſin.}\, \theta^2 - lg] = lg \,.\, \left(\frac{\partial\partial y^{\text{I}}}{\partial\theta^2}\right) \,.\, \text{ſin.}\, \theta^2 + lg \,.\, \left(\frac{\partial y^{\text{I}}}{\partial\theta}\right) \,.\, \text{ſin.}\, \theta \,.\, \text{coſ.}\, \theta.$$

Soit $y^{\text{I}} = R$ l'intégrale complette de cette équation, R devant être par ce qui précède, fonction de θ, de ſin. $(mt - \varpi)$,

& de cof. $(mt - \varpi)$; on aura $y = R + Y$ pour l'expreſſion complette de y, dans le cas de $\delta = 0$; d'où l'on voit que les oſcillations du fluide peuvent être variées à l'infini, & qu'il peut en avoir une infinité dépendantes des angles θ, & $mt - \varpi$, en ne ſuppoſant aucun Aſtre attirant; mais il ſera facile par cette conſidération même, de les diſtinguer; car les valeurs de u, v & y, que l'on auroit dans ce cas, ſatisferoient aux équations différentielles (Γ) de l'*article précédent*, en ſuppoſant $K = 0$ & $\delta = 0$, dans ces équations; il eſt viſible de plus que tous les termes des expreſſions de u, v & y, qui dans ces mêmes ſuppoſitions ſatisfont à ces équations, ſubſiſteroient encore quand il n'y auroit aucun Aſtre; mais dans ce cas, le frottement & la ténacité du fluide anéantiroient à la longue les oſcillations qui en réſultent, & comme ces oſcillations ſont viſiblement produites par les termes qui renferment le temps t, on doit rejeter de l'expreſſion complette de y, tous les termes qui renfermant le temps t, ſatisfont aux équations (Γ), en ſuppoſant $K = 0$ & $\delta = 0$ dans ces équations, & admettre tous ceux qui renfermant pareillement le temps t, ne peuvent y ſatisfaire. Cela poſé, il eſt clair que tous les termes de la quantité R, qui dépendent du temps, doivent être rejetés, puiſqu'ils auroient encore lieu dans le cas où la maſſe de l'Aſtre attirant ſeroit nulle; la quantité R ſe réduit ainſi à une fonction de θ ſeul, que nous nommerons H, en ſorte que l'on aura $y = H + Y$. Voyons préſentement quels ſont les termes qu'il faut encore rejeter de cette expreſſion de y; pour cela ſuppoſons dans les équations (Γ), $K = 0$, $\delta = 0$,

$$y = H + Y = H + \varepsilon + \lambda . \text{cof.} (mt - \varpi) + \zeta . \text{cof.} (2mt - 1\varpi),$$

ε, λ & ζ, étant des fonctions de θ, que nous avons déterminées dans l'*article précédent*; la ſeconde des équations (Γ) donnera, en l'intégrant deux fois de ſuite par rapport à ϖ,

$$m^2 . u = -\frac{g}{2} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right)\right](mt - \varpi)^2 + H' . (mt - \varpi) + H''$$
$$+ g . \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right) . \text{cof.} (mt - \varpi) + \frac{g}{4} . \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \theta}\right) . \text{cof.} (2mt - 2\varpi),$$

H' & H'' étant deux conſtantes arbitraires qui peuvent être fonctions quelconques de θ; la troiſième des équations (Γ), donnera en l'intégrant une fois par rapport à ϖ,

$$m^2.\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right).\text{ſin.}\,\theta^2 = -g.(H+\varepsilon) + G - g\lambda.\text{coſ.}\,(mt-\varpi) - g\mathfrak{C}.\text{coſ.}\,(2mt-2\varpi),$$

G étant une conſtante arbitraire qui peut être fonction quelconque de θ; ſi l'on ſubſtitue au lieu de y, u & $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right)$ ces valeurs dans l'équation

$$y = -l\left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) + u.\frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}\right]$$

& que l'on compare ſéparément les coëfficiens de $(mt-\varpi)^2$, $(mt-\varpi)$, coſ. $(mt-\varpi)$, & coſ. $(2mt-2\varpi)$, on verra facilement que les valeurs trouvées dans l'*article précédent*, pour λ & $\mathfrak{C}$, ne peuvent ſatisfaire aux équations de condition qui en réſultent; d'où il ſuit que les deux termes $\lambda.\text{coſ.}\,(mt-\varpi)$, & $\mathfrak{C}.\text{coſ.}\,(2mt-2\varpi)$ ſont uniquement dûs à l'action de l'Aſtre, & qu'ils doivent conſéquemment être admis; partant, ſi dans l'expreſſion

$$H + \varepsilon + \lambda.\text{coſ.}\,(mt-\varpi) + \mathfrak{C}.\text{coſ.}\,(2mt-2\varpi)$$

de y, il y a quelques termes à rejeter, ils ne peuvent ſe rencontrer que parmi ceux de la quantité $H+\varepsilon$; pour déterminer ces termes, ſuppoſons $\delta = 0$, & K quelconque dans la ſeconde des deux équations (Γ); ſi au lieu de y on y ſubſtitue $H+\varepsilon+\lambda.\text{coſ.}\,(mt-\varpi)+\mathfrak{C}.\text{coſ.}\,(2mt-2\varpi)$, & que l'on obſerve que la quantité u ne devant renfermer que des quantités périodiques, afin que αu reſte toujours de l'ordre α, comme nous le ſuppoſons ici, $\left(\frac{\partial\partial u}{\partial \varpi^2}\right)$ ne doit renfermer aucun terme qui ſoit fonction de θ ſeul, on aura

$$-g\left(\frac{\partial H}{\partial \theta}\right) - g\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right) + K.\text{ſin.}\,2\theta.\left[\tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2\right] = 0;$$

mais par la nature de ε, on a

$$0 = -g\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right) + K.\text{ſin.}\,2\,\theta.\left[\tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2\right];$$

partant $(\frac{\partial H}{\partial \theta}) = 0$, ce qui réduit H à une conſtante que l'on déterminera au moyen de l'équation $\int\int y \partial \varpi \partial \theta . \text{ſin.} \theta = 0$, d'où l'on tirera facilement $H = 0$; il ſuit de-là que l'on doit conſerver tous les termes de Y, & que cette intégrale particulière de l'équation (A), lorſqu'on y ſuppoſe $\delta = 0$, eſt la plus générale qu'on puiſſe admettre dans la queſtion préſente.

Conſidérons maintenant le fluide comme ayant une denſité quelconque δ, ſi l'on ſuppoſe

$$y = a.[1 + 3 \text{ coſ.} 2\theta] + c . \text{ſin.} 2\theta . \text{coſ.} (mt - \varpi) + e . \text{ſin.} \theta^2 . \text{coſ.} (2mt - 2\varpi),$$

on aura par l'*article IX*,

$$\delta B = -\tfrac{24}{5}\pi . \delta . a \text{ ſin.} 2\theta + \tfrac{8}{5}\pi . \delta . c . \text{coſ.} 2\theta . \text{coſ.} (mt - \varpi) + \tfrac{4}{5} . \pi\delta . e . \text{ſin.} 2\theta . \text{coſ.} (2mt - 2\varpi),$$

$$\delta C = \tfrac{8}{5}\pi\delta . c . \text{coſ.} \theta . \text{ſin.} (mt - \varpi) + \tfrac{8}{5}\pi\delta . e . \text{ſin.} \theta . \text{ſin.} (2mt - 2\varpi);$$

en ſubſtituant ces valeurs dans l'équation (A) de l'*article XIII*, on aura

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial \varpi^2}\right) . [m^2 . \text{ſin.} \theta^2 - lg]$$

$$= lg . \left(\frac{\partial\partial y}{\partial \theta^2}\right) . \text{ſin.} \theta^2 + lg . \text{ſin.} \theta \text{ coſ.} \theta . \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)$$

$$+ [\tfrac{24}{5}\pi\delta . la - lK . (\tfrac{1}{2} \text{ſin.} v^2 - \text{coſ.} v^2)] . \text{ſin.} \theta . \left[\frac{\partial . (\text{ſin.} \theta . \text{ſin.} 2\theta)}{\partial \theta}\right]$$

$$+ [\tfrac{48}{5} . \pi\delta lc + 12 . lK . \text{ſin.} v . \text{coſ.} v] . \text{ſin.} \theta^3 . \text{coſ.} \theta . \text{coſ.} (mt - \varpi)$$

$$+ [3 lK . \text{ſin.} v^2 + \tfrac{24}{5}\pi\delta le] . \text{ſin.} \theta^4 . \text{coſ.} (2mt - 2\varpi);$$

en ſubſtituant dans cette équation, au lieu de y ſa valeur, on trouvera

$$a = \frac{K . [\text{coſ.} v^2 - \frac{1}{2} \text{ſin.} v^2]}{6g - \frac{24}{5}\pi . \delta},$$

$$c = \frac{6 lK . \text{ſin.} v . \text{coſ.} v}{6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l - m^2},$$

$$e = \frac{3 lK . \text{ſin.} v^2}{6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l - 4m^2};$$

ayant

ayant ainſi y, on aura la vîteſſe de chaque molécule du fluide, en obſervant que cette vîteſſe dans le ſens du méridien, eſt $\alpha\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, ou $-\alpha m\left(\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right)$, & que dans le ſens du parallèle, cette vîteſſe eſt $\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\theta$, ou $-\alpha m\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right).\text{ſin.}\theta$. Si l'on intègre préſentement la ſeconde & la troiſième des équations (Γ), en remarquant que u & v ne devant renfermer que des quantités périodiques, $\left(\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right)$ ne doivent renfermer aucun terme qui ſoit fonction de θ ſeul, on aura

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = -\frac{2\,mK.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu}{6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l - m^2}.\text{coſ.}2\theta.\text{ſin.}(mt-\varpi)$$
$$-\frac{mK.\text{ſin.}\,\nu^2}{6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l - 4m^2}.\text{ſin.}2\theta.\text{ſin.}(2mt-2\varpi)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\theta = \frac{2\,mK.\text{ſin.}\,\nu.\text{coſ.}\,\nu}{6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l - m^2}.\text{coſ.}\theta.\text{coſ.}(mt-\varpi)$$
$$+\frac{2\,mK.\text{ſin.}\,\nu^2}{6lg - \frac{24}{5}\pi\delta l - 4m^2}.\text{ſin.}\theta.\text{coſ.}(2mt-2\varpi).$$

Si l'on ſuppoſe maintenant que l'Aſtre, au lieu de ſe mouvoir uniformément ſur le même parallèle & à la même diſtance du centre de la Planète, change lentement de parallèle & de diſtance, & que ſa vîteſſe ſoit un peu variable, ou, ce qui revient au même, ſi l'on ſuppoſe que h, v & m, au lieu d'être conſtans, ſont très-peu variables, de manière que leurs différences diviſées par l'élément du temps ſoient, par exemple, de l'ordre l; il ſuffira de ſubſtituer au lieu de ces quantités, leurs véritables valeurs variables; l'expreſſion de y ſera ainſi exacte aux quantités de l'ordre l^2, & celles de $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ & de $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\theta$, le ſeront aux quantités près de l'ordre l; on peut donc les employer ſans craindre aucune erreur ſenſible; au reſte, ſi l'on vouloit avoir les petites corrections qui réſultent de la variabilité des quantités h, v & m, on pourroit faire uſage de la méthode que nous expoſerons *article XXI*.

Si l'on compare les résultats auxquels nous venons de parvenir, avec ceux que nous avons trouvés *article XI*, on verra qu'ils sont parfaitement d'accord entr'eux; les deux méthodes qui nous y ont conduit, sont conséquemment exactes, & pourroient, si cela étoit nécessaire, se servir de confirmation l'une à l'autre; la première, il est vrai, a sur la seconde l'avantage de s'étendre au cas où l'Astre a un mouvement quelconque dans l'espace, mais celle-ci a de son côté l'avantage de donner directement le véritable mouvement que le fluide doit prendre à la longue, quels qu'aient été d'ailleurs sa figure & son mouvement primitifs, & comme elle est beaucoup plus simple que la première, nous allons l'appliquer au cas de la Nature, dans lequel la Planète a un mouvement de rotation sur son axe.

X V.

REPRENONS les équations (6), (7) & (9) de l'*article VI*, & supposons comme précédemment, $\varphi = m\,t$; si l'on fait $n - m = i$, on prouvera par les mêmes raisonnemens de l'*article XIII*, qu'après un temps considérable u, v & y ne seront plus fonctions que de l'angle θ, & des sinus & cosinus de l'angle $it + \varpi$, & qu'ainsi l'on aura

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = i.\left(\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right), \left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) = i^2.\left(\frac{\partial\partial u}{\partial \varpi^2}\right), \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = i.\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right), \&\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) = i^2.\left(\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi^2}\right);$$

on aura donc

$$\left.\begin{array}{l}
y = -\,l\gamma.\left[\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) + u.\frac{\text{cos}.\,\theta}{\text{sin}.\,\theta}\right] - lu\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right), \\
i^2.\left(\frac{\partial\partial u}{\partial \varpi^2}\right) - 2\,n\,i.\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right).\text{sin}.\,\theta.\text{cos}.\,\theta \\
= -\,g.\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) + \delta.B \\
\quad + K.\left\{\begin{array}{l}\text{sin}.\,2\,\theta.\left[\frac{1}{2}.\text{sin}.\,\nu^2 - \text{cos}.\,\nu^2 + \frac{1}{2}\,\text{sin}.\,\nu^2.\text{cos}.\,(2\,it + 2\,\varpi)\right] \\ + 2\,\text{cos}.\,2\,\theta.\text{sin}.\,\nu.\text{cos}.\,\nu.\text{cos}.\,(it + \varpi),\end{array}\right\} \\
i^2.\left(\frac{\partial\partial v}{\partial \varpi^2}\right).\text{sin}.\,\theta^2 + 2\,n\,i.\left(\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right).\text{sin}.\,\theta.\text{cos}.\,\theta \\
= -\,g.\left(\frac{\partial y}{\partial \varpi}\right) + \delta\,C.\text{sin}.\,\theta - K.\text{sin}.\,\nu.\text{cos}.\,\nu.\text{sin}.\,2\,\theta.\text{sin}.\,(it + \varpi) \\
\qquad - K.\text{sin}.\,\nu^2.\text{sin}.\,\theta^2.\text{sin}.\,(2\,it + 2\,\varpi);
\end{array}\right\}\ (I)$$

si l'on intègre par rapport à ϖ la dernière de ces équations, on aura

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = -\frac{2nu.\text{cof.}\theta}{i.\text{fin.}\theta} - \frac{gy}{i^2\,\text{fin.}\theta^2} + \frac{\delta.\int C\partial\varpi.\text{fin.}\theta}{i^2\,\text{fin.}\theta^2}$$
$$+ \frac{2K}{i^2}.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu.\frac{\text{cof.}\theta}{\text{fin.}\theta}.\text{cof.}(it + \varpi)$$
$$+ \frac{K}{2i^2}.\text{fin.}\nu^2.\text{cof.}(2it + 2\varpi) + H,$$

H étant une fonction de θ ajoutée en intégrant; soit

$$gy - \delta.\int C\partial\varpi.\text{fin.}\theta = gy',$$

& l'on aura

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = -\frac{2nu.\text{cof.}\theta}{i\,\text{fin.}\theta} - \frac{gy'}{i^2\,\text{fin.}\theta^2}$$
$$+ \frac{2K}{i^2}.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu.\frac{\text{cof.}\theta}{\text{fin.}\theta}.\text{cof.}(it + \varpi)$$
$$+ \frac{K}{2i^2}.\text{fin.}\nu^2.\text{cof.}(2it + 2\varpi) + H;$$

or si l'on nomme a & $a^{(1)}$ les parties des expressions de y' & de u, qui sont indépendantes de l'angle $it + \varpi$, & que l'on considère que v ne devant renfermer que des quantités périodiques, (Voyez ci-après l'*article XXI*), $\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right)$ ne peut renfermer de termes qui soient fonctions de θ seul, on aura

$$H = \frac{2na^{(1)}.\text{cof.}\theta}{i\,\text{fin.}\theta} + \frac{ga}{i^2\,\text{fin.}\theta^2};$$

partant,

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) = \frac{2n.\text{cof.}\theta}{i\,\text{fin.}\theta}.[a^{(1)} - u] + \frac{g.(a - y')}{i^2.\text{fin.}\theta^2}\\ + \frac{2K.\text{cof.}\theta}{i2.\text{fin.}\theta}.\text{fin.}\nu.\text{cof.}\nu.\text{cof.}(it + \varpi)\\ + \frac{K.\text{fin.}\nu^2}{2i^2}.\text{cof.}(2it + 2\varpi)\end{aligned}\right\}(l);$$

si l'on observe présentement que l'équation

$$\left(\frac{\partial B}{\partial \varpi}\right) = \left(\frac{\partial.(C.\text{fin.}\theta)}{\partial \theta}\right),$$

trouvée *article V*, donne en l'intégrant, $B = \int [\frac{\partial . C \text{fin.} \theta}{\partial \theta}] . \partial \varpi$, on aura $- g(\frac{\partial y}{\partial \theta}) + \delta . B = - g(\frac{\partial y'}{\partial \theta})$; ſubſtituant donc au lieu de $(\frac{\partial v}{\partial \varpi})$ & de $g(\frac{\partial y}{\partial \theta})$, leurs valeurs dans la première & dans la ſeconde des équations (1), on aura les deux ſuivantes,

$$\left.\begin{aligned} y = & - l\gamma(\frac{\partial u}{\partial \theta}) + \frac{l\gamma . \text{cof.} \theta}{i . \text{fin.} \theta} . [(2n - i) . u - 2 n a^{(1)}] \\ & - lu(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}) + \frac{lg\gamma . (y' - a)}{i^2 . \text{fin.} \theta^2} \\ & - \frac{2K . l\gamma . \text{cof.} \theta}{i^2 . \text{fin.} \theta} . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu . \text{cof.} (it + \varpi) \\ & - \frac{lK\gamma . \text{fin.} \nu^2}{2 i^2} . \text{cof.} (2it + 2\varpi) \end{aligned}\right\} (21);$$

$$\left.\begin{aligned} & i^2 . (\frac{\partial \partial u}{\partial \varpi^2}) + 4n^2 . (u - a^{(1)}) . \text{cof.} \theta^2 \\ = & - g(\frac{\partial y'}{\partial \theta}) + \frac{2ng . \text{cof.} \theta}{i \text{fin.} \theta} . [a - y'] \\ & + \frac{2K}{i} . \text{fin.} \nu \text{cof.} \nu . [(2n + 2i) . \text{cof.} \theta^2 - i] . \text{cof.} (it + \varpi) \\ & + K . \text{fin.} 2\theta . [\tfrac{1}{2} \text{fin.} \nu^2 - \text{cof.} \nu^2] \\ & + K . \text{fin.} \nu^2 . \text{fin.} 2\theta . \frac{n + i}{2i} . \text{cof.} (2it + 2\varpi) \end{aligned}\right\} (22);$$

pour ſatisfaire à ces équations, faiſons d'abord $\delta = 0$, en ſorte que l'on ait $y' = y$, & ſuppoſons

$$y = a + b . \text{cof.} (it + \varpi) + c . \text{cof.} (2it + 2\varpi)$$
$$u = a^{(1)} + b^{(1)} . \text{cof.} (it + \varpi) + c^{(1)} . \text{cof.} (2it + 2\varpi)$$

a, b, c, $a^{(1)}$, $b^{(1)}$ & $c^{(1)}$ étant des fonctions de θ ſeul, qu'il s'agit de déterminer; en ſubſtituant ces valeurs dans les équations (21) & (22), & comparant ſéparément les coëfficiens de cof. $(it + \varpi)$ & de cof. $(2it + 2\varpi)$, on aura les ſix équations ſuivantes,

$$\left.\begin{aligned}
a.\sin.\theta &= -l.\left[\frac{\partial.(\gamma a^{(1)}.\sin.\theta)}{\partial\theta}\right] \\
g\left(\frac{\partial a}{\partial\theta}\right) &= K.\sin.2\theta.\left[\tfrac{1}{2}\sin.\nu^2 - \cos.\nu^2\right] \\
b &= -l\gamma.\left(\frac{\partial b^{(1)}}{\partial\theta}\right) + \frac{2n-i}{i}.l\gamma b^{(1)}.\frac{\cos.\theta}{\sin.\theta} - lb^{(1)}.\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right) \\
&\quad + \frac{lgb\gamma}{i^2\sin.\theta^2} - \frac{2lK\gamma.\cos.\theta}{i^2.\sin.\theta}.\sin.\nu\cos.\nu \\
b^{(1)}.\left[4n^2\cos.\theta^2 - i^2\right] &= -g\left(\frac{\partial b}{\partial\theta}\right) - \frac{2ngb.\cos.\theta}{i.\sin.\theta} \\
&\quad + \frac{2K}{i}.\sin.\nu.\cos.\nu.\left[(2n+2i).\cos.\theta^2 - i\right] \\
c &= -l\gamma\left(\frac{\partial c^{(1)}}{\partial\theta}\right) + \frac{2n-i}{i}l\gamma c^{(1)}.\frac{\cos.\theta}{\sin.\theta} - lc^{(1)}.\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right) \\
&\quad + \frac{lgc\gamma}{i^2\sin.\theta^2} - \frac{lK\gamma.\sin\nu^2}{2i^2} \\
4c^{(1)}.\left[n^2.\cos.\theta^2 - i^2\right] &= -g\left(\frac{\partial c}{\partial\theta}\right) - \frac{2ngc.\cos.\theta}{i\sin.\theta} \\
&\quad + \frac{n+i}{2i}.K.\sin.\nu^2.\sin.2\theta
\end{aligned}\right\} (L);$$

toute la difficulté de la détermination des oſcillations du fluide, ſe trouve ainſi réduite à ſatisfaire à ces équations.

La quantité γ, ou, ce qui revient au même, la loi de la profondeur du fluide étant indéterminée dans ces équations, la ſuppoſition la plus naturelle que l'on puiſſe faire ſur cette profondeur, conſiſte à regarder le ſphéroïde & le fluide comme ayant eu primitivement une figure elliptique; dans ce cas on a, $\gamma = 1 + \frac{q}{l}.\sin.\theta^2$, q étant un coëfficient conſtant; nous adopterons conſéquemment cette valeur de γ dans la ſuite de ces recherches; cela poſé, ſi l'on intègre la ſeconde des équations (L), on aura

$$a = \frac{K}{2g}.\cos.2\theta.\left[\cos.\nu^2 - \tfrac{1}{2}\sin.\nu^2\right] + F;$$

F étant une conſtante que nous déterminerons dans la ſuite; en ſubſtituant cette valeur dans la première de ces équations,

on aura en l'intégrant, $\gamma a^{(1)} . \text{sin.} \theta = -\int a \partial \theta . \text{sin.} \theta$; partant

$$a^{(1)} = - \frac{\int a \partial \theta . \text{sin.} \theta}{(1 + \frac{q}{l} \text{sin.} \theta^2) . \text{sin.} \theta}$$

$$= - \frac{K . [\text{cos.} \nu^2 - \frac{1}{2} \text{sin.} \nu^2] . [3 \text{cos.} \theta - \text{cos.} 3\theta] - 12 g F . \text{cos.} \theta + F'}{12 g . \text{sin.} \theta . [1 + \frac{q}{l} \text{sin.} \theta^2]}$$

F' étant une nouvelle constante ajoutée en intégrant. Pour satisfaire maintenant à la troisième & à la quatrième des équations (L), supposons

$$b = \text{sin.} \theta . \text{cos.} \theta . [f + f^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 + f^{(2)} . \text{sin.} \theta^4 \ldots\ldots + f^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r}],$$

$$b^{(1)} = e + e^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 + e^{(2)} . \text{sin.} \theta^4 \ldots\ldots + e^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r};$$

$f, f^{(1)}, f^{(2)}$, &c, e, $e^{(1)}$, $e^{(2)}$, &c. étant des coëfficiens constans; en substituant ces valeurs de b & de $b^{(1)}$, dans la troisième des équations (L), on aura d'abord en comparant les coëfficiens de $\frac{\text{cos.} \theta}{\text{sin.} \theta}$, l'équation suivante

$$\frac{2n - i}{i} . e + \frac{gf}{i^2} - \frac{2K}{i^2} . \text{sin.} \nu . \text{cos.} \nu = 0; \quad (23)$$

en divisant ensuite tous les autres termes de l'équation par $\text{sin.} \theta . \text{cos.} \theta$, on aura une équation de cette forme,

$$f + f^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 + f^{(2)} . \text{sin.} \theta^4 \ldots\ldots + f^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r}$$
$$= A + A^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 + A^{(2)} . \text{sin.} \theta^4 \ldots\ldots + A^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r},$$

$A, A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots\ldots A^{(r)}$ étant des fonctions de $f, f^{(1)}$, &c. e, $e^{(1)}$, &c. très-faciles à déterminer, & l'on aura

$$A^{(r)} = \frac{qgf^{(r)}}{i^2} - [2r + \frac{3i - 2n}{i}] q . e^{(r)};$$

en comparant séparément les coëfficiens des différentes puissances de $\text{sin.} \theta$, on aura les $r + 1$, équations suivantes; $A = f$, $A^{(1)} = f^{(1)}$, $A^{(2)} = f^{(2)} \ldots\ldots A^{(r)} = f^{(r)}$, & cette dernière équation donne en y substituant au lieu de $A^{(r)}$ sa valeur,

$$(qg - i^2) . f^{(r)} = q . [2rii + 3ii - 2ni] . e^{(r)}; \quad (24)$$

si l'on substitue pareillement les valeurs précédentes de b & de $b^{(1)}$, dans la quatrième des équations (L), on aura une équation de cette forme

$$(4n^2 - i^2)e + [(4n^2 - i^2)e^{(1)} - 4n^2 e] \cdot \text{sin.}\,\theta^2$$
$$+ [(4n^2 - i^2) \cdot e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)}] \cdot \text{sin.}\,\theta^4 \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ [(4n^2 - i^2)e^{(r)} - 4n^2 \cdot e^{(r-1)}] \cdot \text{sin.}\,\theta^{2r} - 4n^2 e^{(r)} \cdot \text{sin.}\,\theta^{2r+2}$$
$$= {}'B + B^{(1)} \cdot \text{sin.}\,\theta^2 + B^{(2)} \cdot \text{sin.}\,\theta^4 \ldots + B^{(r+1)} \cdot \text{sin.}\,\theta^{2r+2};$$

${}'B$, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, &c. étant des coëfficiens faciles à déterminer, & l'on trouvera

$${}'B = -\frac{2n+i}{i} \cdot gf + \frac{2n+i}{i} \cdot 2K \cdot \text{sin.}\,\nu \cdot \text{cos.}\,\nu;$$

& $B^{(r+1)} = gf^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2n}{i}]$; si l'on compare maintenant les coëfficiens des puissances de $\text{sin.}\,\theta$, on aura

$$(4n^2 - i^2) \cdot e = {}'B;$$

ou

$$(4n^2 - i^2) \cdot e = -\frac{2n+i}{i} \cdot gf + \frac{2n+i}{i} \cdot 2K \cdot \text{sin.}\,\nu \cdot \text{cos.}\,\nu;$$

partant

$$\frac{2n-i}{i} \cdot e + \frac{gf}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \text{sin.}\,\nu \cdot \text{cos.}\,\nu = 0;$$

équation qui est la même que l'équation (23); on aura ensuite $(4n^2 - i^2) \cdot e^{(1)} - 4n^2 \cdot e = B^{(1)}$,

$$(4n^2 - i^2) \cdot e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B^{(2)}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$- 4n^2 e^{(r)} = B^{(r+1)},$$

ou $-4n^2 e^{(r)} = gf^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2n}{i}]$; si l'on compare cette équation avec l'équation (24), on en tirera $g = \frac{2n^2}{g \cdot [2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}]}$; on déterminera ensuite les $2r + 2$ quantités $f, f^{(1)}, f^{(2)} \ldots f^{(r)}, e, e^{(1)}, e^{(2)}, \ldots e^{(r)}$, au moyen des équations (23) & (24), & des $2r$ équations,

$$f = A, f^{(1)} = A^{(1)}, \ldots\ldots f^{(r-1)} = A^{(r-1)};$$

$$(4n^2 - i^2)\, e^{(1)} - 4n^2 e = B^{(1)},$$

$$(4n^2 - i^2)\, e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B^{(2)},$$

. . . .

$$(4n^2 - i^2)\, e^{(r)} - 4n^2 e^{(r-1)} = B^{(r)}.$$

Pour satisfaire ensuite à la cinquième & à la sixième des équations (L), supposons

$$c = \text{sin.}\,\theta^2 . [p + p^{(1)} . \text{sin.}\,\theta^2 + p^{(2)} . \text{sin.}\,\theta^4 \ldots + p^{(r)} . \text{sin.}\,\theta^{2r}],$$

$$c^{(1)} = \text{sin.}\,\theta . \text{cos.}\,\theta . [6 + 6^{(1)} . \text{sin.}\,\theta^2 + 6^{(2)} . \text{sin.}\,\theta^4 \ldots + 6^{(r-1)} . \text{sin.}\,\theta^{2r-2}];$$

p, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, &c. 6, $6^{(1)}$, $6^{(2)}$, &c. étant des coëfficiens constans qu'il s'agit de déterminer. Si l'on substitue ces valeurs de c & de $c^{(1)}$ dans la cinquième des équations (L), & que l'on ordonne cette équation par rapport aux puissances de sin. θ, on aura d'abord, en comparant les termes qui ne renferment point sin. θ,

$$0 = \frac{2n - 2i}{i} . 6 + \frac{gp}{i^2} - \frac{K . \text{sin.}\, v^2}{2i^2}; \quad (25)$$

& si l'on divise tous les autres termes de l'équation par sin. θ^2, on aura une équation de cette forme,

$$p + p^{(1)} . \text{sin.}\,\theta^2 + p^{(2)} . \text{sin.}\,\theta^4 \ldots\ldots + p^{(r)} . \text{sin.}\,\theta^{2r}$$
$$= D + D^{(1)} . \text{sin.}\,\theta^2 + D^{(2)} . \text{sin.}\,\theta^4 \ldots\ldots + D^{(r)} . \text{sin.}\,\theta^{2r};$$

D, $D^{(1)}$, $D^{(2)}$, étant des fonctions de p, $p^{(1)}$, &c. & de 6, $6^{(1)}$, &c. très-faciles à déterminer, & l'on trouvera

$$D^{(r)} = q . 6^{(r-1)} . \left[\frac{2ri - 2n + 3i}{i}\right] + \frac{gq . p^{(r)}}{i^2};$$

en comparant les coëfficiens des différentes puissances de sin. θ, on a $p = D$, $p^{(1)} = D^{(1)}$, $p^{(2)} = D^{(2)}$, &c. . . . $p^{(r)} = D^{(r)}$, ou en substituant au lieu de $D^{(r)}$ sa valeur,

$$p^{(r)} = q . 6^{(r-1)} . \left[\frac{2ri - 2n + 3i}{i}\right] + \frac{gq . p^{(r)}}{i^2}; \quad (26)$$

si l'on substitue pareillement au lieu de c & de $c^{(1)}$ leurs valeurs dans la sixième des équations (L), en la divisant par sin. θ . cos. θ, & l'ordonnant ensuite par rapport aux

différentes

différentes puissances de $\sin.\theta$, on aura une équation de cette forme,

$$(4n^2 - 4i^2).\beta + [(4n^2 - 4i^2)\beta^{(1)} - 4n^2\beta].\sin.\theta^2 + \&c. \ldots\ldots - 4n^2\beta^{(r-1)}.\sin.\theta^{2r} = E + E^{(1)}.\sin.\theta^2 + E^{(2)}.\sin.\theta^4 \ldots\ldots + E^{(r)}.\sin.\theta^{2r};$$

E, $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, &c. étant des fonctions de p, faciles à déterminer, & l'on trouvera

$$E = \frac{n+i}{i}.[K.\sin.v^2 - 2gp],$$

$$E^{(r)} = -gp^{(r)}.\left[\frac{2ri + 2i + 2n}{i}\right];$$

si l'on compare maintenant les coëfficiens des différentes puissances de $\sin.\theta$, on aura d'abord

$$[4n^2 - 4i^2].\beta = \frac{n+i}{i}.(K.\sin.v^2 - 2gp),$$

d'où l'on tire

$$\frac{2n - 2i}{i}.\beta + \frac{gp}{i^2} - \frac{K.\sin.v^2}{2i^2} = 0,$$

équation qui est la même que l'équation (25); on aura ensuite $(4n^2 - 4i^2).\beta^{(1)} - 4n^2\beta = E^{(1)}; \ldots\ldots - 4n^2\beta^{(r-1)} = E^{(r)}$, ou, en substituant au lieu de $E^{(r)}$ sa valeur, $2n^2\beta^{(r-1)} = gp^{(r)}.\frac{ri + i + n}{i}$. Si l'on combine cette équation avec l'équation (26), on en tirera

$$q = \frac{2n^2}{g.[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}]};$$

on déterminera ensuite les $2r + 1$ coëfficiens $p, p^{(1)}, p^{(2)} \ldots .p^{(r)}$, $\beta, \beta^{(1)} \ldots .\beta^{(r-1)}$, au moyen des équations (25) & (26), & des $2r - 1$ équations $p = D; p^{(1)} = D^{(1)}; \ldots .p^{(r-1)} = D^{(r-1)}$; $(4n^2 - 4i^2)\beta^{(1)} - 4n^2.\beta = E^{(1)}$; $(4n^2 - 4i^2)\beta^{(2)} - 4n^2\beta^{(1)} = E^{(2)}; \ldots\ldots (4n^2 - 4i^2)\beta^{(r-1)} - 4n^2\beta^{(r-2)} = E^{(r-1)}$.

La valeur de q, que nous venons de trouver, étant la même que celle que nous avons trouvée ci-dessus, lorsqu'il s'agissoit

de satisfaire à la troisième & à la quatrième des équations (L), il en résulte que les valeurs précédentes de b, $b^{(1)}$, c & $c^{(1)}$ ont été bien choisies; si l'on reprend maintenant la valeur précédente de y, & que l'on considère que l'on a $\int\int y \partial \varpi \partial \theta . \text{sin.} \theta = 0$, on trouvera facilement que la constante arbitraire F de l'expression de a, est égale à $\frac{K}{6g} . [\text{cos.} \nu^2 - \frac{1}{2} \text{sin.} \nu^2]$; partant on a

$$y = \frac{K}{6g} . [\text{cos.} \nu^2 - \frac{1}{2} \text{sin.} \nu^2] . [1 + 3 . \text{cos.} 2\theta]$$
$$+ \text{sin.} \theta . \text{cos.} \theta . \text{cos.} (it + \varpi) . \left\{ \begin{array}{l} f + f^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 \ldots\ldots \\ \qquad + f^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r} \end{array} \right\}$$
$$+ \text{sin.} \theta^2 . \text{cos.} (2it + 2\varpi) . \left\{ \begin{array}{l} p + p^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 \ldots\ldots \\ \qquad + p^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r} \end{array} \right\}$$

on aura ensuite la vîtesse horizontale $\alpha \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, du fluide dans le sens du Méridien, en considérant que

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = i . \left(\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right) = -i . \text{sin.} (it + \varpi) . \left\{ \begin{array}{l} e + e^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 + e^{(2)} . \text{sin.} \theta^4 \ldots\ldots \\ \qquad + e^{(r)} . \text{sin.} \theta^{2r} \end{array} \right\}$$
$$- 2i . \text{sin.} (2it + 2\varpi) . \text{sin.} \theta . \text{cos.} \theta . \left\{ \begin{array}{l} \epsilon + \epsilon^{(1)} . \text{sin.} \theta^2 \ldots \\ + \epsilon^{(r-1)} . \text{sin.} \theta^{2r-2} \end{array} \right\}$$

enfin l'équation (l) donnera la vîtesse du fluide dans le sens du parallèle, en observant que cette vîtesse est égale à $\alpha \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) . \text{sin.} \theta = \alpha i . \left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right) . \text{sin.} \theta$.

Si l'on applique maintenant à la valeur précédente de y, la méthode de l'*article XIV*, on s'assurera facilement qu'elle doit être admise en entier, ainsi que les valeurs correspondantes que nous avons trouvées pour $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, & que ces valeurs sont les seules que l'on doive admettre dans la question présente; comme ce calcul ne présente aucune difficulté d'après ce que nous avons dit *article XIV*, nous ne nous y arrêterons pas.

XVI.

CONSIDÉRONS le cas dans lequel le fluide a une densité quelconque δ, & supposons qu'alors, l'expression de y ait la forme suivante,

$$y = \varepsilon.[3\,\text{cos}.\theta^2 - 1]$$
$$+ \text{fin}.\theta.\text{cof}.\theta.\text{cof}.(it + \varpi).\left\{\begin{matrix} f + f^{(1)}.\text{fin}.\theta^2 + f^{(2)}.\text{fin}.\theta^4 \ldots \\ + f^{(r)}.\text{fin}.\theta^{2r}\end{matrix}\right\}$$
$$+ \text{fin}.\theta^2.\text{cof}.(2it + 2\varpi).\left\{\begin{matrix} p + p^{(1)}.\text{fin}.\theta^2 + p^{(2)}.\text{fin}.\theta^4 \ldots \\ + p^{(r)}.\text{fin}.\theta^{2r}\end{matrix}\right\}$$

ε, f, $f^{(1)}$, &c. p, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, &c. étant des coëfficiens constans qu'il s'agit de déterminer; il est facile de s'assurer que cette valeur de y satisfait à l'équation $\int\int y\,\partial\varpi\,\partial\theta.\text{fin}.\theta = 0$, voyons ensuite si elle peut satisfaire aux équations (21) & (22) de l'*art. précédent;* on a par cet article, $y' = y - \frac{\delta}{g}.\int C\partial\varpi.\text{fin}.\theta$; de plus on a par l'*article IX*,

$$\delta C = -\text{fin}.(it + \varpi).\text{cof}.\theta.[\lambda + \lambda^{(1)}.\text{fin}.\theta^2 \ldots\ldots + \lambda^{(r)}.\text{fin}.\theta^{2r}]$$
$$- \text{fin}.(2it + 2\varpi).\text{fin}.\theta.[\mathcal{L} + \mathcal{L}^{(1)}.\text{fin}.\theta^2 \ldots\ldots + \mathcal{L}^{(r)}.\text{fin}.\theta^{2r}];$$

λ, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c. $\mathcal{L}$, $\mathcal{L}^{(1)}$, $\mathcal{L}^{(2)}$, &c. étant des fonctions de f, $f^{(1)}$, $f^{(2)}$, &c. p, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, &c. que l'on déterminera par le même article; on aura donc

$$\int\delta C\partial\varpi.\text{fin}.\theta = G + \text{fin}.\theta\,\text{cof}.\theta.\text{cof}.(it + \varpi).\left\{\begin{matrix} \lambda + \lambda^{(1)}.\text{fin}.\theta^2 \ldots \\ + \lambda^{(r)}.\text{fin}.\theta^{2r}\end{matrix}\right\}$$
$$+ \tfrac{1}{2}.\text{fin}.\theta^2.\text{cof}.(2it + 2\varpi).\left\{\begin{matrix} \mathcal{L} + \mathcal{L}^{(1)}.\text{fin}.\theta^2 \ldots \\ + \mathcal{L}^{(r)}.\text{fin}.\theta^{2r}\end{matrix}\right\}$$

G étant une constante arbitraire qui peut être fonction de θ; pour la déterminer, on observera que nous avons supposé dans l'*article précédent*, $\delta B = \delta.\int\left(\frac{\partial.(C.\text{fin}.\theta)}{\partial\theta}\right).\partial\varpi$; d'où il suit que $\left(\frac{\partial G}{\partial\theta}\right)$ doit être égal à la partie de l'expression

de δB, qui est fonction de θ seul; or nous avons vu, *article LX*, que cette partie est égale à $-\frac{12}{5}\pi\delta\varepsilon.\text{sin}.\,2\theta$; donc $\left(\frac{\partial G}{\partial\theta}\right) = -\frac{12\pi}{5}\delta.\varepsilon.\text{sin}.\,2\theta$; partant,

$$G = \tfrac{6}{5}\pi\delta\varepsilon.\text{cos}.\,2\theta + F,$$

F étant une constante quelconque à laquelle nous sommes libres de donner ici telle valeur que nous voudrons. Nous la supposerons pour plus de simplicité, égale à $\frac{2}{5}\pi\delta.\varepsilon$, ce qui donne $G = \frac{4}{5}\pi\delta\varepsilon.[3.\text{cos}.\theta^2 - 1]$.

Faisons maintenant

$$\varepsilon.\left[1 - \frac{4\delta\pi}{5g}\right] = \varepsilon_1,\ f - \frac{\lambda}{g} = f_1,\ f^{(1)} - \frac{\lambda^{(1)}}{g} = f_1^{(1)},$$

$$f^{(2)} - \frac{\lambda^{(2)}}{g} = f_1^{(2)} \ldots f^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{g} = f_1^{(r)},\ p - \frac{\lambda}{2g} = p_1,$$

$$p^{(1)} - \frac{\lambda^{(1)}}{2g} = p_1^{(2)},\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ p^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{2g} = p_1^{(r)}r$$

& nous aurons

$$y^r = \varepsilon_1.[3\text{cos}.\theta^2 - 1] + \text{sin}.\theta.\text{cos}.\theta.\text{cos}.(it+\varpi).\left\{\begin{matrix} f_1 + f_1^{(1)}.\text{sin}.\theta^2 + f_1^{(2)}\text{sin}.\theta^4 \ldots \\ + f_1^{(r)}.\text{sin}.\theta^{2r} \end{matrix}\right\}$$

$$+ \text{sin}.\theta^2.\text{cos}.(2it + 2\varpi).\left\{\begin{matrix} p_1 + p_1^{(1)}.\text{sin}.\theta^2 + p_1^{(2)}.\text{sin}.\theta^4 \ldots \\ + p_1^{(r)}.\text{sin}.\theta^{2r} \end{matrix}\right\}$$

supposons ensuite, comme précédemment,

$$u = a^{(1)} + \text{cos}.(2it + \varpi).[e + c^{(1)}.\text{sin}.\theta^2 + c^{(2)}.\text{sin}.\theta^4 \ldots + c^{(r)}.\text{sin}.\theta^{2r}]$$
$$+ \text{sin}.\theta.\text{cos}.\theta.\text{cos}.(2it + 2\varpi).[6 + 6^{(1)}.\text{sin}.\theta^2 \ldots + 6^{(r-1)}.\text{sin}.\theta^{2r-2}];$$

si l'on substitue ces valeurs dans les équations (21) & (22), & que l'on y fasse $\gamma = 1 + \frac{g}{l}.\text{sin}.\theta^2$, on aura d'abord, en comparant les termes indépendans de l'angle $it + \varpi$ dans l'équation (21),

$$\varepsilon..\text{sin}.\theta.[3\text{cos}.\theta^2 - 1] = -l.\left[\frac{\partial.[a^{(1)}.\text{sin}.\theta.(1 + \frac{g}{l}.\text{sin}.\theta^2)]}{\partial\theta}\right];$$

l'équation (22) donnera pareillement

$$\varepsilon_1 = \frac{K}{3g} \cdot [\text{cof. } v^2 - \tfrac{1}{2} \cdot \text{fin. } v^2];$$

partant,

$$\varepsilon = \frac{K}{3g \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{5g}]} \cdot [\text{cof. } v^2 - \tfrac{1}{2} \cdot \text{fin. } v^2].$$

La comparaifon des coëfficiens de cof. $(it + \varpi)$, dans l'équation (21) donnera

$$\frac{2n - i}{i} \cdot e + \frac{gf_1}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \text{fin. } v \text{ cof. } v = 0; \quad (27)$$

& cette équation répond à l'équation (23) de l'*article précédent*; on aura enfuite $f = A_1, f^{(1)} = A_1^{(1)}, f^{(2)} = A_1^{(2)}, \ldots$ $f^{(r)} = A_1^{(r)}$; $A_1, A_1^{(1)}, A_1^{(2)}$, &c. étant pareilles fonctions de $f_1, f_1^{(1)}, f_1^{(2)}$, &c. que les quantités que nous avons nommées $A, A^{(1)}, A^{(2)}$, &c. le font de $f, f^{(1)}, f^{(2)}$, &c. on aura donc $A_1^{(r)} = \frac{gq}{i^2} f_1^{(r)} - [2r + \frac{3i - 2n}{i}] q \cdot e^{(r)}$; partant $f^{(r)} = \frac{gq}{i^2} f_1^{(r)} - [2r + \frac{3i - 2n}{i}] q e^{(r)}$; or on a $f_1^{(r)} = f^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{g}$, & par l'*art. IX*, $\lambda^{(r)} = \frac{4\delta\pi . f^{(r)}}{4r + 5}$; donc $f_1^{(r)} = f^{(r)} \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}]$, ce qui donne

$$f^{(r)} \cdot [qg \cdot (1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}) - i^2] = q \cdot [2ri^2 + 3ii - 2ni] \cdot e^{(r)}; (28)$$

& cette équation répond à l'équation (24) de l'*article précédent.*

Si l'on compare les coëfficiens de cof. $(it + \varpi)$, dans l'équation (22), on trouvera d'abord l'équation (27); on trouvera enfuite les équations fuivantes,

$(4n^2 - i^2) e^{(1)} - 4n^2 e = B_1^{(1)}$, $(4n^2 - i^2) e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B_1^{(2)}, \ldots$ $(4n^2 - i^2) . e^{(r)} - 4n^2 . e^{(r-1)} = B_1^{(r)}$, $- 4n^2 e^{(r)} = B_1^{(r+1)}$; $B_1^{(1)}, B_1^{(2)} \ldots B_1^{(r+1)}$, étant pareilles fonctions de $f_1, f_1^{(1)}$,

$f_1^{(2)} \ldots\ldots f_1^{(r)}$, que $B^{(1)}$, $B^{(2)} \ldots\ldots B^{(r+1)}$, le ſont de f, $f^{(1)}$, $f^{(2)} \ldots\ldots f^{(r)}$; on aura donc,

$$B_1^{(r+1)} = g f_1^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2n}{i}],$$

ou $B_1^{(r+1)} = g \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] \cdot f^{(r)} \cdot [2r + 2 + \frac{2n}{i}]$;

partant $-2n^2 e^{(r)} = g f^{(r)} \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] \cdot [r + 1 + \frac{n}{i}]$.

Si l'on compare cette équation avec l'équation (28), on en tirera

$$q = \frac{2n^2}{g \cdot [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5) \cdot g}] \cdot [2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}]};$$

on déterminera enſuite les $2r + 2$ quantités f, $f^{(1)}$, $f^{(2)} \ldots\ldots f^{(r)}$, e, $e^{(1)}$, $e^{(2)} \ldots\ldots e^{(r)}$, au moyen des équations (27) & (28), & des $2r$ équations $f = A_1$, $f^{(1)} = A_1^{(1)}$, $f^{(2)} = A_1^{(2)}, \ldots f^{(r-1)} = A_1^{(r-1)}$, $(4n^2 - i^2) e^{(1)} - 4n^2 e = B_1^{(1)}$, $(4n^2 - i^2) e^{(2)} - 4n^2 e^{(1)} = B_1^{(2)}, \ldots$ $(4n^2 - i^2) e^{(r)} - 4n^2 e^{(r-1)} = B_1^{(r)}$.

Si l'on compare maintenant les coëfficiens de coſ. $(2it + 2\varpi)$ dans l'équation (21), on aura d'abord

$$0 = \frac{2n - 2i}{i} \cdot \mathfrak{C} + \frac{g p_1}{i^2} - \frac{K . \text{ſin.}\, \gamma^2}{2 i^2}; \quad (29)$$

& cette équation répond à l'équation (25) de l'*article précédent*; on aura enſuite $p = D_1$, $p^{(1)} = D_1^{(1)}$, $p^{(2)} = D_1^{(2)}, \ldots p^{(r)} = D_1^{(r)}$, D_1, $D_1^{(1)}$, $D_1^{(2)} \ldots\ldots D_1^{(r)}$, étant pareilles fonctions de p_1, $p_1^{(1)}$, $p_1^{(2)} \ldots\ldots p_1^{(r)}$, que D, $D^{(1)}$, $D^{(2)} \ldots\ldots D^{(r)}$, le ſont de p, $p^{(1)}$, $p^{(2)} \ldots\ldots p^{(r)}$; on aura donc

$$D_1^{(r)} = q \mathfrak{C}^{(r-1)} \cdot [\frac{2ri - 2n + 3i}{i}] + \frac{gp}{i^2} \cdot p_1^{(r)};$$

donc $p_1^{(r)} = q \mathfrak{C}^{(r-1)} \cdot [\frac{2ri + 3i - 2n}{i}] + \frac{gq}{i^2} \cdot p_1^{(r)}$;

or on a $p_1^{(r)} = p^{(r)} - \frac{\lambda^{(r)}}{2g}$, & par l'*art. IX.* $\lambda^{(r)} = \frac{8\delta\pi . p^{(r)}}{4r+5}$;

donc $p_1^{(r)} = p^{(r)} . [1 - \frac{4\pi\delta}{(4r+5)g}]$; partant

$$[i^2 - qg(1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g})] . p^{(r)} = q . \beta^{(r-1)} . (\frac{2ri^2 - 2ni + 3i^2}{i}); \quad (30)$$

cette équation répond à l'équation (26).

Si l'on compare ensuite les coëfficiens de cos. $(2it + 2\varpi)$ dans l'équation (22), on aura d'abord l'équation (29); ensuite on aura $(4n^2 - 4i^2) . \beta^{(1)} - 4n^2\beta = E_1^{(2)}$, $(4n^2 - 4i^2)\beta^{(2)} - 4n^2\beta^{(1)} = E_1^{(2)}, \ldots - 4n^2\beta^{(r-1)} = E_1^{(r)}$, $E_1, E_1^{(1)}, E_1^{(2)} \ldots \ldots E_1^{(r)}$, étant pareilles fonctions de $p_1, p_1^{(1)}, p_1^{(2)} \ldots \ldots p_1^{(r)}$, que $E^{(1)}, E^{(2)} \ldots \ldots E^{(r)}$, le sont de $p, p^{(1)}, p^{(2)} \ldots \ldots p^{(r)}$; on aura donc

$$E_1^{(r)} = -gp_1^{(r)} . [\frac{2ri + 2i + 2n}{i}] = -gp^{(r)} . [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] . [\frac{2ri + 2i + 2n}{i}];$$

partant $2n^2\beta^{(r-1)} = gp^{(r)} . [1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] . [\frac{ri + i + n}{i}]$, en combinant cette équation avec l'équation (30), on en tirera

$$q = \frac{2n^2}{g[1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}] . [2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}]};$$

on déterminera ensuite les $2r + 1$ coëfficiens $p, p^{(1)}, p^{(2)} \ldots \ldots p^{(r)}, \beta, \beta^{(1)} \ldots \ldots \beta^{(r-1)}$, au moyen des équations (29) & (30), & des $2r - 1$ équations $p = D_1, p^{(1)} = D_1^{(1)}, p^{(2)} = D_1^{(2)}, \ldots \ldots p^{(r-1)} = D_1^{(r-1)}$,

$$(4n^2 - 4i^2)\beta^{(1)} - 4n^2\beta = E_1^{(1)},$$
$$(4n^2 - 4i^2)\beta^{(2)} - 4n^2\beta^{(1)} = E_1^{(2)},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(4n^2 - 4i^2)\beta^{(r-1)} - 4n^2\beta^{(r-2)} = E_1^{(r-1)}.$$

Les deux valeurs de q, que nous venons de trouver dans cet article, étant entièrement les mêmes, il en résulte que les valeurs précédentes de u & de y, ont été bien choisies; nous pouvons conséquemment déterminer par la méthode précédente, les oscillations du fluide, toutes les fois que sa profondeur sera égale à

$$l + \frac{2n^2 . \text{sin}. \theta^2}{g\left[1 - \frac{4\delta\pi}{(4r+5)g}\right].\left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}\right]};$$

l étant une constante quelconque très-petite relativement au demi-axe du sphéroïde, & r étant au nombre entier quelconque, ce qui donne une infinité de cas dans lesquels la détermination rigoureuse du flux & du reflux de la Mer, est possible.

Si l'on nomme $\delta^{(1)}$, la densité moyenne du sphéroïde, on aura à très-peu près $g = \frac{4}{3}\pi\delta^{(1)}$; la quantité précédente peut donc être mise sous la forme suivante,

$$l + \frac{2n^2 . \text{sin}. \theta^2}{g\left[1 - \frac{3\delta}{(4r+5)\delta^{(1)}}\right].\left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}\right]}.$$

Si $n = 0$, cette quantité se réduit à la constante l, & nous aurons le cas que nous avons discuté ci-dessus avec étendue.

XVII.

$\frac{n^2}{g}$ exprime, comme l'on sait, le rapport de la force centrifuge à l'Équateur, à la pesanteur; ce rapport est pour la Terre, égal à $\frac{1}{289}$; la quantité précédente devient ainsi

$$l + \frac{2 \text{ sin}. \theta^2}{289.\left[1 - \frac{3\delta}{(4r+5)\delta^{(1)}}\right].\left[2r^2 + 5r + 3 + \frac{n}{i}\right]};$$

on supposera donc la loi de la profondeur de la Mer, représentée par cette quantité, & l'on déterminera dans cette supposition, les valeurs de y, $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, & $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, résultantes de l'action de la Lune. Les quantités h, v & m, au lieu d'être constantes comme nous l'avons supposé, sont un peu variables; mais on pourra substituer au lieu de m, sa valeur moyenne dans la formule qui exprime la loi de la profondeur de la Mer, & dans toutes les autres quantités, on pourra, conformément

conformément à la remarque de l'*article XIV*, ſubſtituer au lieu de v, h & m, leurs véritables valeurs variables ; nous verrons dans la ſuite juſqu'à quel point cette ſuppoſition eſt exacte.

Lorſqu'on aura calculé l'effet de la Lune ſur la Mer, il ſuffira de changer dans les réſultats les quantités relatives à la Lune, dans celles qui ſont relatives au Soleil, & en ajoutant la ſomme de ces effets, on aura l'effet total réſultant de l'action du Soleil & de la Lune ſur la Mer.

Il y a cependant une obſervation eſſentielle à faire, & qui peut donner lieu à une difficulté qu'il eſt à propos de réſoudre. La loi de la profondeur du fluide dépend de la valeur de i, & cette quantité dépend elle-même du mouvement de l'Aſtre attirant dans l'eſpace ; il réſulte de-là que dans les mêmes hypothèſes ſur la profondeur de la Mer, dans leſquelles on peut déterminer l'effet de la Lune, il eſt impoſſible, par la méthode précédente, de déterminer celui du Soleil. Pour répondre à cette difficulté, nous obſerverons que le mouvement angulaire du Soleil & de la Lune autour de la Terre, réſultant de leur mouvement réel dans l'eſpace, eſt très-petit relativement au mouvement de rotation de la Terre, puiſque pour la Lune, il n'en eſt que $\frac{1}{27}$ environ, & que pour le Soleil, il en eſt à peu-près $\frac{1}{365}$; on peut donc ſuppoſer ſans erreur ſenſible pour ces deux Aſtres, i, ou $n - m = n$, en négligeant m par rapport à n, & alors la loi de la profondeur de la Mer eſt entièrement indépendante des mouvemens du Soleil & de la Lune. Pour avoir l'erreur qui réſulte de la ſuppoſition de $i = n$, conſidérons le cas le plus défavorable dans lequel m eſt à peu-près égal à $\frac{n}{27}$, on aura $i = \frac{26}{27}\, n$; la loi de la profondeur de la Mer devient ainſi,

$$l + \frac{2 \sin. \theta^2}{289 . \left[1 - \frac{3\delta}{(4r+5)\delta^{(1)}}\right] . \left[2r^2 + 5r + 4 + \frac{1}{26}\right]},$$

ou à peu-près,

$$l + \frac{2\,\text{fin.}\,\theta^2}{289.\left[1 - \frac{3\,\delta}{(4r + 5\,\delta)^{(1)}}\right].[2r^2 + 5r + 4]}.\left[1 - \frac{1}{26.[2r^2 + 5r + 4]}\right];$$

en ſorte que ce que l'on néglige dans la ſuppoſition de $n = i$, eſt

$$\frac{\text{fin.}\,\theta^2}{13.289.\left[1 - \frac{3\,\delta}{(4r + 5)\,\delta^{(1)}}\right].[2r^2 + 5r + 4]^2},$$

quantité abſolument inſenſible, & qui ne va pas à $\frac{1}{200}$ de lieue, dans le cas même où l'on ſuppoſe $\delta = \delta^{(1)}$, $r = 1$, & ſin. $\theta = 1$.

Examinons préſentement comment on peut concilier la loi précédente de la profondeur de la Mer avec la figure de la Terre qui réſulte des obſervations; pour cela, ſuppoſons que le ſphéroïde que la Mer recouvre ſoit un ellipſoïde tel que les denſités & les elliplicités de ſes différentes couches varient du centre à la ſurface. Soit δR la denſité d'une couche dont le demi-axe eſt s; ſoit ρ l'elliplicité de cette couche, & que l'on faſſe $A = \int R s^2 \partial s$, $D = \int R . \partial (s^5 . \rho)$, les intégrales étant priſes depuis $s = 0$, juſqu'à $s = 1$; ſoit encore a l'elliplicité de la ſurface du ſphéroïde, & h l'elliplicité que les obſervations donnent à la Terre, on aura $a + q = h$, & l'on trouvera, par les formules que M. Clairaut donne dans ſa théorie de la figure de la Terre, en obſervant qu'ici la profondeur de la Mer eſt ſuppoſée très-petite,

$$a + q = h = \frac{6D - 6a + 15A.\frac{n^2}{g}}{30A - 6}.$$

Si l'on nomme maintenant f le rapport de la denſité moyenne de la Terre à celle de l'eau, qui paroît réſulter des obſervations faites nouvellement dans les montagnes d'Écoſſe, il eſt aiſé de voir que l'on aura $f = \frac{\int \delta . R s^2 \partial s}{\int \delta s^2 \partial s} = 3A$;

nous devons donc satisfaire aux trois équations suivantes,

$$a + q = h, f = 3A;$$

$$h = \frac{6D - 6a + 15A \cdot \frac{n^2}{g}}{30A - 6};$$

de ces trois équations, on tirera $a = h - q$, $A = \frac{1}{3}f$,

$$D = \frac{10fh - 6q + 5f \cdot \frac{n^2}{g}}{6};$$

la première de ces équations donne l'ellipticité du sphéroïde; quant aux deux autres, on peut y satisfaire d'une infinité de manières. Pour le faire voir, supposons $R = \mu . \varphi(s)$, $\varphi(s)$ étant une fonction quelconque de s, & μ étant un coëfficient constant quelconque; on satisfera à l'équation $A = \frac{1}{3}f$, en prenant $\mu = \frac{f}{3\int s^2 \varphi(s) \partial s}$, & comme la fonction $\varphi(s)$ est indéterminée, il en résulte qu'il y a une infinité de manières de satisfaire à cette équation.

On peut satisfaire pareïllement d'une infinité de manières à l'équation, $D = \frac{10fh - 6q + 5f \cdot \frac{n^2}{g}}{6}$; car soit $\psi(s)$ une fonction quelconque de s; on peut supposer $\int R \partial (r^5 \rho)$, ou $\mu \int \varphi(s) \partial (s^5 \rho) = \psi(s)$; il suffit pour cela de prendre $\rho = \frac{1}{s^5} \int \frac{\partial . \psi(s)}{\mu \varphi(s)} + C$, & de déterminer la constante arbitraire C, de manière que l'on ait $\rho = a$, lorsque $s = 1$; or la fonction $\psi(s)$ étant indéterminée, on peut faire ensorte, & cela d'une infinité de manières, qu'elle soit égale à $\frac{10fh - 6q + 5f \cdot \frac{n^2}{g}}{6}$, lorsque $s = 1$.

XVIII.

En considérant l'expression trouvée ci-dessus pour la profondeur de la Mer, dans le cas où par la méthode

précédente, nous pouvons en déterminer les oscillations, il est aisé de voir que si l'on suppose r un peu considérable, on aura à très-peu-près le cas où la Mer a par-tout la même profondeur; supposons par exemple, $r = 10$, & l'on aura pour l'expression de la profondeur de la Mer,

$$l + \frac{2 \sin.\theta^2}{289 \cdot 254 \cdot [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}]};$$

quantité qui se réduit à très-peu-près à l, car le terme $\frac{2 \sin.\theta^2}{289 \cdot 254 \cdot [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}]}$ n'excède pas $\frac{1}{20}$ de lieue, dans le cas même où l'on suppose $\sin.\theta = 1$, & $\delta = \delta^{(1)}$.

Pour éclaircir maintenant par un exemple, la méthode des *articles XV & XVI*, nous allons considérer ici le cas de $r = 1$, & déterminer les valeurs de y, $(\frac{\partial u}{\partial t})$ & $(\frac{\partial v}{\partial t}) \cdot \sin.\theta$.

Pour cela, nous observerons que dans ce cas on a,

$$y = \varepsilon \cdot [3 \cos.\theta^2 - 1] + \sin.\theta \cdot \cos.\theta \cdot [f + f^{(1)} \cdot \sin.\theta^2] \cdot \cos.(it + \varpi) + \sin.\theta^2 \cdot [p + p^{(1)} \cdot \sin.\theta^2] \cdot \cos.(2it + 2\varpi),$$

$$(\frac{\partial u}{\partial t}) = i\,(\frac{\partial u}{\partial \varpi}) = - i \cdot [c + c^{(1)} \cdot \sin.\theta^2] \cdot \sin.(it + \varpi) - 2i\,\mathcal{C} \cdot \sin.\theta \cdot \cos.\theta \cdot \sin.(2it + 2\varpi);$$

& l'équation (l) de l'*article XV* nous donnera,

$$\sin.\theta \cdot (\frac{\partial v}{\partial t}) = i \cdot \sin.\theta \cdot (\frac{\partial v}{\partial \varpi})$$

$$= \cos.\theta \cdot \cos.(it + \varpi) \cdot \left\{ \frac{2K}{i^2} \cdot \sin.\gamma \cdot \cos.\gamma - \frac{2ne}{i} - \frac{gf_1}{i^2} - \sin.\theta^2 \cdot [\frac{2ne^{(1)}}{i} + \frac{gf_1^{(1)}}{i^2}] \right\}$$

$$+ \sin.\theta \cdot \cos.(2it + 2\varpi) \cdot \left\{ \frac{K}{2i^2} \cdot \sin.\gamma^2 - \frac{2n}{i} \cdot \mathcal{C} - \frac{gp_1}{i^2} + \sin.\theta^2 \cdot [\frac{2n\mathcal{C}^{(1)}}{i} - \frac{gp_1^{(1)}}{i^2}] \right\}$$

tout se réduit donc à déterminer ϵ, f, f_1, $f^{(1)}$, $f_1^{(1)}$, p, p_1, $p^{(1)}$, $p_1^{(1)}$, e, $e^{(1)}$, & β.

On aura d'abord par l'*article XVI*,

$$\epsilon = \frac{K}{3g\left(1 - \frac{4\delta\pi}{5g}\right)} \cdot [\text{cos}. \nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{sin}. \nu^2];$$

& si l'on nomme $\delta^{(1)}$ la densité moyenne de la Planète, on aura à cause de $g = \frac{4}{3}\pi\delta^{(1)}$,

$$\epsilon = \frac{K}{3g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot [\text{cos}. \nu^2 - \tfrac{1}{2}\,\text{sin}. \nu^2];$$

on aura ensuite par le même article, les équations

$$\frac{2n - i}{i} \cdot e + \frac{gf_1}{i^2} - \frac{2K}{i^2} \cdot \text{sin}. \nu \cdot \text{cos}. \nu = 0;$$

$$f = A_1,$$

$$(4n^2 - i^2)\,e^{(1)} - 4n^2 e = B_1^{(1)}$$

$$-\ 2n^2 e^{(1)} = \frac{n + 2i}{i} \cdot gf^{(1)} \cdot \left[1 - \frac{4\pi\delta}{9g}\right];$$

on trouvera par l'*article XV*,

$$A = \frac{2n - 3i}{i} \cdot [le^{(1)} + qe] + \frac{g}{i^2}\,[qf + lf^{(1)}] - \frac{2q}{i^2}\,K \cdot \text{sin}. \nu\, \text{cos}. \nu,$$

$$B^{(1)} = \frac{n + i}{i} \cdot 2gf - \left(\frac{2n + 3i}{i}\right) \cdot gf^{(1)} - 4 \cdot \frac{n + i}{i} \cdot K \cdot \text{sin}. \nu \cdot \text{cos}. \nu;$$

donc A_1, & $B_1^{(1)}$ étant pareilles fonctions de f_1 & de $f_1^{(1)}$, que A & $B^{(1)}$ le sont de f & de $f^{(1)}$, on aura

$$A_1 = \frac{2n - 3i}{i} \cdot [le^{(1)} + qe] + \frac{g}{i^2}\,[qf_1 + lf_1^{(1)}] - \frac{2q}{i^2}\,K \cdot \text{sin}. \nu \cdot \text{cos}. \nu,$$

$$B_1^{(1)} = \frac{n + i}{i} \cdot 2gf_1 - \left(\frac{2n + 3i}{i}\right) \cdot gf_1^{(1)} - 4 \cdot \frac{n + i}{i}\,K \cdot \text{sin}. \nu \cdot \text{cos}. \nu;$$

de plus, on a par l'*article XVI*, $f_1 = f - \frac{\lambda}{g}$, & $f_1^{(1)} = f^{(1)} - \frac{\lambda^{(1)}}{g}$, & l'on trouvera facilement par l'*article IX*,

$$\frac{\lambda}{g} = \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} f + \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} f^{(1)},$$

$$\frac{\lambda^{(1)}}{g} = \frac{\delta}{3\delta^{(1)}} . f^{(1)};$$

ce qui donne

$$f_1 = f . [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] - \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} . f^{(1)},$$

$$f_1^{(1)} = f^{(1)} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}];$$

partant, on aura les quatre équations

$$0 = \frac{2n-i}{i} . e + \frac{gf}{i^2} . [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] - \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}} . \frac{gf^{(1)}}{i^2} - \frac{2K}{i^2} . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu;$$

$$f = \frac{2n-3i}{i} . [le^{(1)} + qe] + \frac{gq}{i^2} f . [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] - \frac{gq}{i^2} . \frac{16\delta}{105 . \delta^{(1)}} . f^{(1)}$$

$$+ \frac{lg}{i^2} . f^{(1)} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}] - \frac{2qK}{i^2} . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu;$$

$$(4n^2 - i^2) e^{(1)} - 4n^2 e$$

$$= 2g . \frac{n+i}{i} f . [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] - 2g . \frac{n+i}{i} . \frac{16\delta}{105 . \delta^{(1)}} . f^{(1)}$$

$$- (\frac{2n+3i}{i}) gf^{(1)} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}] - 4K . \frac{n+i}{i} . \text{fin.} \nu . \text{cof.} \nu;$$

$$- 2n^2 e^{(1)} = \frac{n+2i}{i} . gf^{(1)} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}];$$

on tirera facilement de ces équations les valeurs de e, $e^{(1)}$, f & $f^{(1)}$; & si, pour abréger, l'on fait $\frac{n^2}{g} = \mu$,

$$P = (2n-i) . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}] . [2n^2 . (2n+3i) - (n+2i) . (4n^2 - i^2)]$$

$$+ \frac{64\delta . n^2}{105 . \delta^{(1)}} . [(n+i) . (2n-i) - 2n^2],$$

$$Q = 4n^2 . [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] . [(n+i)(2n-i) - 2n^2],$$

$$R = [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}] \cdot \left\{ \begin{array}{l} (2n - 3i)q \cdot [2n^2 \cdot (2n + 3i) - (n + 2i) \cdot (4n^2 - i^2)] \\ + 4n^2 l \cdot [2n^2 - (2n - 3i) \cdot (n + 2i)] \end{array} \right\}$$

$$+ 4n^2 q \cdot [2n - 3i) \cdot (n + i) - 2n^2] \cdot \frac{16\delta}{105 \cdot \delta^{(1)}},$$

$$S = 8n^2 i^2 \mu + 4n^2 q \cdot [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] \cdot [(2n - 3i) \cdot (n + i) - 2n^2];$$

on aura

$$f = \frac{8K}{g} \cdot n^2 \text{ fin.} v \cdot \text{cof.} v \cdot \frac{[(2n-i) \cdot (n+i) \cdot R - 2n^2 R + 2n^2 q P - (2n - 3i) \cdot (n+i) q P]}{RQ - PS},$$

$$f^{(1)} = \frac{8K}{g} \cdot n^2 \cdot \text{fin.} v \cdot \text{cof.} v \cdot \frac{[(2n-i) \cdot (n+i) \cdot S - 2n^2 S + 2n^2 q Q - (2n - 3i) \cdot (n+i) q Q)]}{RQ - PS};$$

on déterminera enſuite c, & $e^{(1)}$, au moyen des équations

$$e = \frac{2K \cdot \text{fin.} v \cdot \text{cof.} v - gf \cdot [1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}] + gf^{(1)} \cdot \frac{16\delta}{105\delta^{(1)}}}{2ni - i^2}$$

$$e^{(1)} = -\frac{n + 2i}{2i} \cdot \frac{f^{(1)}}{\mu} \cdot [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}].$$

Si l'on ſuppoſe n infiniment petit, on aura $i = -m$; d'ailleurs, q ſera infiniment petit de l'ordre n^2, en ſorte que la profondeur de la Mer ſera par-tout égale à la conſtante l; nous devons donc retrouver ici les mêmes réſultats que nous avons trouvés pour ce cas, *article XI;* or on a, en faiſant n infiniment petit,

$$P = -2m^4 (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}); \; Q = -4m^2 n^2 \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}});$$

$$R = (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}) \cdot [24 n^2 m^2 l - 6 m^4 q];$$

$$S = \frac{8n^4 m^2}{g} - 12 n^2 m^2 q \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}});$$

D'où l'on tirera

$$f = \frac{12 lK \cdot \text{fin.} v \cdot \text{cof.} v}{6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - m^2},$$

$$f^{(1)} = \frac{4 K. \frac{n^2}{g}. \text{fin.} \, \nu . \text{cof.} \, \nu}{[6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - m^2].(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}})},$$

$$e = \frac{2 K. \text{fin.} \, \nu . \text{cof.} \, \nu}{6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - m^2},$$

$$e^{(1)} = - \frac{4 K. \text{fin.} \, \nu . \text{cof.} \, \nu}{6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - m^2};$$

ce qui est conforme à ce que nous avons trouvé *article XI.* Si l'on fait $i = n$, ce qui a lieu à peu-près pour la Terre, on aura, en observant que $q = \frac{2n^2}{11g(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}})}$,

$$f = - \frac{\frac{8K}{g}. \text{fin.} \, \nu . \text{cof.} \, \nu}{7 - \frac{19\delta}{15\delta^{(1)}}}; \; f^{(1)} = 0,$$

$$e = \frac{\frac{22K}{g}. \frac{g}{n^2}. \text{fin.} \, \nu . \text{cof.} \, \nu . (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}})}{7 - \frac{19\delta}{15\delta^{(1)}}}; \; e^{(1)} = 0.$$

Cherchons présentement les valeurs de $p, p_1, p^{(1)}, p_1^{(1)}$ & $\mathsf{6}$, on aura par l'*article XVI*, les trois équations,

$$\frac{2n - 2i}{i}. \mathsf{6} + \frac{gp_1}{i^2} = \frac{K}{2i^2}. \text{fin.} \, \nu^2,$$

$$p = D_1,$$

$$2n^2 \mathsf{6} = gp^{(1)}.(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}});$$

on trouvera facilement

$$D_1 = \frac{3i - 2n}{i}. \mathsf{6}l + \frac{2n - 4i}{i} \mathsf{6}q + \frac{g}{i^2}.(p_1 q + p_1^{(1)} l) - \frac{qK}{2i^2}. \text{fin.} \, \nu^2;$$

on a

on a enſuite $p_1 = p - \frac{\iota}{2g}$; $p_1^{(1)} = p^{(1)} - \frac{\iota^{(1)}}{2g}$; & par l'*article IX,* on aura $\frac{\iota}{2g} = \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}} \cdot p + \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} \cdot p^{(1)}$; $\frac{\iota^{(1)}}{2g} = \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}$; partant $p_1 = p \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} \cdot p^{(1)}$; & $p_1^{(1)} = p^{(1)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}})$; les trois équations précédentes donneront ainſi les deux ſuivantes,

$$\frac{n-i}{i} \cdot \frac{g}{n^2} \cdot p^{(1)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}) + \frac{g}{i^2} \cdot p(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{g}{i^2} \cdot \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} \cdot p^{(1)} = \frac{K}{2i^2} \cdot \text{ſin.}\, v^2,$$

$$p = \frac{g}{2n^2} \cdot p^{(1)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}) \cdot (\frac{3i-2n}{i} \cdot l + \frac{2n-4i}{i} q) + \frac{gl}{i^2} \cdot p^{(1)} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}) + \frac{gq}{i^2} p \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} \cdot \frac{qg}{i^2} \cdot p^{(1)} - \frac{qK}{2i^2} \cdot \text{ſin.}\, v^2;$$

& ſi, pour abréger, l'on fait

$$P^1 = \frac{i^2 - ni}{n^2} \cdot (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}) + \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}},$$

$$Q^1 = (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}) \cdot [\frac{3i^2 - 2ni + 2n^2}{2n^2} \cdot l + \frac{ni - 2i^2}{n^2} \cdot q] - \frac{8\delta q}{35\delta^{(1)}};$$

on aura

$$p = \frac{\frac{K}{2g} \cdot \text{ſin.}\, v^2 \cdot (Q^1 + q P^1)}{Q^1 \cdot (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - P^1 \cdot [\frac{i^2}{g} - q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}})]},$$

$$p^{(1)} = \frac{\frac{K}{2g} \cdot \frac{i^2}{g} \cdot \text{ſin.}\, v^2}{Q^1 (1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - P^1 \cdot [\frac{i^2}{g} - q(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}})]};$$

on déterminera ε, au moyen de l'équation

$$\varepsilon = \frac{g}{2n^2} p^{(1)} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}].$$

Si l'on ſuppoſe n infiniment petit, on aura

$$P' = \frac{m^2}{n^2} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}],$$

$$Q' = \frac{3m^2 l}{2n^2} . [1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}];$$

d'où l'on tirera

$$p = \frac{3lK . \text{ſin. } v^2}{6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - 4m^2},$$

$$p^{(1)} = \frac{2K . \frac{n^2}{g} . \text{ſin. } v^2}{(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}).[6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - 4m^2]};$$

partant

$$\varepsilon = \frac{K . \text{ſin. } v^2}{6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - 4m^2},$$

ce qui eſt conforme à ce que nous avons trouvé *article XI.* Si l'on fait $i = n$, on aura

$$P' = \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}},$$

$$Q' = (1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}).[\tfrac{3}{2}l - q] - \frac{8\delta q}{35\delta^{(1)}};$$

d'où l'on tirera

$$p = \frac{(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}).[\tfrac{3}{2}l - q] . \frac{K}{2g} . \text{ſin. } v^2}{(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}).(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}).(\tfrac{3}{2}l - q) - \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} . \frac{n^2}{g}}$$

$$p^{(1)} = \frac{\frac{K}{2g} . \text{ſin. } v^2 . \frac{n^2}{g}}{(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}).(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}).(\tfrac{3}{2}l - q) - \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} . \frac{n^2}{g}};$$

la valeur de y sera donc dans le cas où $i = n$ & $r = 1$,

$$y = \frac{K}{6g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot [\text{cof.}\, v^2 - \tfrac{1}{2} \cdot \text{fin.}\, v^2] \cdot [1 + 3\,\text{cof.}\, 2\theta]$$

$$- \frac{\frac{8K}{g} \cdot \text{fin.}\, v \cdot \text{cof.}\, v \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \text{cof.}\, \theta}{7 - \frac{19\delta}{15\delta^{(1)}}} \cdot \text{cof.}\, (it + \varpi)$$

$$+ \frac{K}{2g} \cdot \text{fin.}\, v^2 \cdot \frac{\left(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}l - q\right) + \frac{n^2}{g} \cdot \text{fin.}\, \theta^2}{\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{3\delta^{(1)}}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}l - q\right) - \frac{8\delta}{35\delta^{(1)}} \cdot \frac{n^2}{g}} \cdot \text{fin.}\, \theta^2 \cdot \text{cof.}\, (2it + 2\varpi).$$

XIX.

Il est aisé de voir par les *articles XV & XVI*, que l'on aura généralement, quelle que soit la loi de la profondeur de la Mer,

$$y = H + M \cdot \text{fin.}\, v \cdot \text{cof.}\, v \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \text{cof.}\, \theta \cdot \text{cof.}\, (it + \varpi)$$
$$+ N \cdot \text{fin.}\, v^2 \cdot \text{fin.}\, \theta^2 \cdot \text{cof.}\, (2it + 2\varpi),$$

H, M & N étant fonctions de θ; pour avoir la plus grande élévation & le plus grand abaissement des eaux, il faut faire $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = 0$, ce qui donne

$$0 = M \cdot \text{cof.}\, v \cdot \text{cof.}\, \theta \cdot \text{fin.}\, (it + \varpi) + 2N \cdot \text{fin.}\, v \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \text{fin.}\, (2it + 2\varpi);$$

or on a, $\text{fin.}\, (2it + 2\varpi) = 2 \cdot \text{fin.}\, (it + \varpi) \cdot \text{cof.}\, (it + \varpi)$;

l'équation précédente se partage ainsi dans les deux suivantes,

$$0 = \text{fin.}\, (it + \varpi),$$

$$0 = M \cdot \text{cof.}\, v \cdot \text{cof.}\, \theta + 4N \cdot \text{fin.}\, v \cdot \text{fin.}\, \theta \cdot \text{cof.}\, (it + \varpi);$$

la première de ces équations se rapporte à la plus grande élévation qui a lieu par conséquent lorsque $it + \varpi$ est égal à zéro ou à 180^d, c'est-à-dire, lorsque l'Astre passe au méridien; la seconde équation est relative aux plus grands abaissemens & donne

$$\text{cof.}\, (it + \varpi) = -\frac{M \cdot \text{cof.}\, v \cdot \text{cof.}\, \theta}{4N \cdot \text{fin.}\, v \cdot \text{fin.}\, \theta}.$$

Il ſuit de-là que la valeur de y, dans la marée de deſſus eſt

$$y = H + M . \text{ſin.} \nu . \text{coſ.} \nu . \text{ſin.} \theta . \text{coſ.} \theta + N . \text{ſin.} \nu^2 . \text{ſin.} \theta^2,$$

& que cette valeur dans le plus grand abaiſſement des eaux eſt

$$y = H - \frac{M^2}{8N} . \text{coſ.} \nu^2 . \text{coſ.} \theta^2 - N . \text{ſin.} \nu^2 . \text{ſin.} \theta^2;$$

la différence de ces deux valeurs eſt la différence de la haute à la baſſe Mer, que l'obſervation donne immédiatement ; on aura donc pour cette différence,

$$\frac{2}{N} . [N . \text{ſin.} \nu . \text{ſin.} \theta + \frac{M}{4} . \text{coſ.} \nu . \text{coſ.} \theta]^2;$$

la valeur de y, dans la marée de deſſous eſt

$$y = H - M . \text{ſin.} \nu . \text{coſ.} \nu . \text{ſin.} \theta . \text{coſ.} \theta + N . \text{ſin.} \nu^2 . \text{ſin.} \theta^2;$$

la différence des deux marées de deſſus & de deſſous eſt conſéquemment $2 M . \text{ſin.} \nu . \text{coſ.} \nu . \text{ſin.} \theta . \text{coſ.} \theta$, & le rapport de cette différence à la différence de la haute à la baſſe Mer eſt

$$\frac{NM . \text{ſin.} \nu . \text{coſ.} \nu . \text{ſin.} \theta . \text{coſ.} \theta}{(N . \text{ſin.} \nu . \text{ſin.} \theta + \frac{M}{4} . \text{coſ.} \nu . \text{coſ.} \theta)^2};$$

cette quantité que nous nommerons *(A)*, eſt nulle lorſque l'Aſtre ou lorſque le lieu de l'obſervation ſont dans l'Équateur ; mais ſi le rapport de M à N étoit un peu grand, la quantité *(A)* ſeroit conſidérable dans nos Ports, lorſque le Soleil & la Lune ſeroient dans leurs plus grandes déclinaiſons auſtrales. Cherchons ce rapport dans la théorie ordinaire : cette théorie revient à ſuppoſer m infiniment petit dans la valeur de y de l'*article XI*, & à changer m en $-i$, dans les angles $mt - \varpi$ & $2mt - 2\varpi$; on aura donc, en obſervant que $a^2 = 6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}})$, dans cette valeur

$$y = \frac{K}{6g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot [\text{cos. } v^2 - \tfrac{1}{2}\text{ sin. } v^2] \cdot [1 + 3 \text{ cos. } 2\theta]$$
$$+ \frac{2K}{g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot \text{sin. } v \cdot \text{cos. } v \cdot \text{sin. } \theta \cdot \text{cos. } \theta \cdot \text{cos. } (it + \varpi)$$
$$+ \frac{K}{2g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)} \cdot \text{sin. } v^2 \cdot \text{sin. } \theta^2 \cdot \text{cos. } (2it + 2\varpi);$$

ce qui donne $M = 4N$, partant

$$(A) = \frac{4 \text{ sin. } v \cdot \text{cos. } v \cdot \text{sin. } \theta \cdot \text{cos. } \theta}{[\text{sin. } v \cdot \text{sin. } \theta + \text{cos. } v \cdot \text{cos. } \theta]^2} = \frac{\text{sin. } 2v \cdot \text{sin. } 2\theta}{\text{cos. } (\theta - v)^2};$$

dans nos Ports & dans les grandes déclinaiſons auſtrales du Soleil & de la Lune, (A) ſeroit négatif & plus grand que -2; or cette valeur de (A) eſt très-conſidérable & beaucoup plus grande que ſuivant toutes les obſervations qui donnent pour (A) une quantité preſque inſenſible.

Dans le cas où en ſuppoſant la Terre immobile, on tranſporteroit en ſens contraire à l'Aſtre attirant, ſon mouvement angulaire de rotation, on trouveroit par l'*article XI*,

$$\frac{M}{N} = \frac{24\,lg\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - 16\,i^2}{6\,lg\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - i^2};$$ ce rapport ſeroit très-petit, ſi la profondeur l de la Mer différoit très-peu de $\frac{4i^2}{6g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)}$, & l'on pourroit expliquer ainſi pourquoi la différence des deux marées d'un même jour eſt auſſi peu conſidérable; mais d'un autre côté, N étant égal à

$\frac{3.Kl}{6lg(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}) - 4i^2}$, la hauteur des marées feroit alors extrêmement grande, ce qui paroît contraire aux obſervations faites nouvellement dans la Mer du Sud, ſuivant leſquelles le plus grand effet de l'action du Soleil & de la Lune pour élever les eaux de la Mer, n'excède pas 2 pieds.

Voyons maintenant, ſi en ayant égard au mouvement de rotation de la Terre, il ne feroit pas poſſible de ſatisfaire aux obſervations, & pour cela cherchons directement la loi de la profondeur de la Mer, dans laquelle on auroit $M = 0$.

Reprenons les équations (21) & (22) de l'*article XV*; ſoit $b^{(1)}$ le coëfficient de cof. $(it + \varpi)$ dans l'expreſſion de u; puiſque par l'hypothèſe, le coëfficient de ce coſinus eſt nul dans l'expreſſion de y, il eſt clair qu'il ſera pareillement nul dans l'expreſſion de y'. Cela poſé, ſi dans les équations (21) & (22), on ſuppoſe $i = n$, ce qui eſt à peu-près vrai pour la Terre, & que l'on n'y conſidère que les coëfficiens de cof. $(it + \varpi)$, on aura par la comparaiſon de ces coëfficiens, les deux équations ſuivantes,

$$0 = -\gamma\left(\frac{\partial b^{(1)}}{\partial\theta}\right) + \gamma b^{(1)} \cdot \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta} - b^{(1)}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right) - \frac{2K}{n^2} \cdot \gamma\,\text{fin.}\,\nu \cdot \text{cof.}\,\nu \cdot \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta},$$

$$n^2 b^{(1)} \cdot [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1] = 2K \cdot \text{fin.}\,\nu \cdot \text{cof.}\,\nu \cdot [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1];$$

cette ſeconde équation donne $b^{(1)} = \frac{2K}{n^2} \cdot \text{fin.}\,\nu \cdot \text{cof.}\,\nu$; en ſubſtituant cette valeur de $b^{(1)}$ dans la première, on en tirera $\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}\right) = 0$; partant $l\gamma$ eſt égal à une conſtante que l'on peut repréſenter par l.

Il ſuit du calcul précédent, non-ſeulement que dans la ſuppoſition de $M = 0$, la profondeur de la Mer eſt conſtante, mais encore que cette profondeur étant conſtante on a $M = 0$, car en ſuppoſant $M = 0$, $b^{(1)} = \frac{2K}{n^2} \cdot \text{fin.}\,\nu \cdot \text{cof.}\,\nu$, & $l\gamma = l$, on ſatisfait aux équations (21) & (22), & l'on

prouvera par les raiſonnemens de l'*article XIV*, que dans la queſtion préſente, il n'y a que ce ſeul moyen d'y ſatisfaire dont on doive faire uſage. Il eſt d'autant plus remarquable que l'on ait toujours $M = 0$, lorſque la profondeur de la Mer eſt conſtante, que ſi l'on ſuppoſe la Terre immobile, en tranſportant en ſens contraire à l'Aſtre ſon mouvement angulaire de rotation, la valeur que l'on trouve pour M peut être très-conſidérable, & qu'elle ne devient nulle que dans le ſeul cas où l'on a $l = \frac{4i^2}{6g\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right)}$, ce qui fait voir d'une manière très-ſenſible combien il eſt différent de ſuppoſer la Terre immobile, ou d'avoir égard à ſon mouvement de rotation.

En comparant les coëfficiens de cof. $(2it + 2\varpi)$ dans les équations (21) & (22), & ſuppoſant toujours $l\gamma = l$, on trouvera facilement que la ſuppoſition de $N = 0$, ne peut y ſatisfaire, & qu'ainſi non-ſeulement $(A) = 0$, lorſque la profondeur de la Mer eſt conſtante, mais que cette équation indique néceſſairement une profondeur conſtante, & comme dans la Nature, cette équation a lieu à très-peu-près, il paroît naturel d'en conclure que ſi l'on en excepte le voiſinage des côtes, la Mer a par-tout à peu-près la même profondeur. On peut même déterminer par la théorie précédente, la loi des petites variations de la profondeur de la Mer, en ſuppoſant toutefois les obſervations exactes. Cette détermination eſt fondée ſur une remarque qui nous ſera très-utile dans la ſuite, & qui conſiſte en ce que l'on peut toujours avoir la valeur de M, dans le cas où le ſphéroïde que recouvre la Mer eſt un ellipſoïde de révolution. Pour cela, ſuppoſons d'abord la denſité du fluide nulle, & conſidérons la troiſième & la quatrième des équations (L) de l'*article XV*; ſi l'on y fait $i = n$, ce qui a lieu à peu-près pour la Terre, elles ſe changeront dans les deux ſuivantes,

$$b = - l\gamma . \left(\frac{\partial b^{(1)}}{\partial \theta}\right) + l\gamma . b^{(1)} . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta} - l b^{(1)} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right)$$
$$+ \frac{lg . b\gamma}{n^2\,\text{fin.}\,\theta^2} - \frac{2\,lK\gamma}{n^2} . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta} . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu,$$

$$n^2 b^{(1)} . [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1] = - g\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) - 2 g b . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}$$
$$+ 2K . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu . [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1];$$

pour ſatisfaire à ces équations, ſoit $b = f . \text{fin.}\,\theta . \text{cof.}\,\theta$; la ſeconde équation donnera

$$n^2 b^{(1)} . [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1] = - gf . [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1]$$
$$+ 2K . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu . [4\,\text{cof.}\,\theta^2 - 1];$$

partant $b^{(1)} = \frac{-gf + 2K . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu}{n^2}$.

Obſervons préſentement que dans le cas où le ſphéroïde recouvert par la Mer eſt un ellipſoïde de révolution, on a $\gamma = 1 + \frac{q}{l} . \text{fin.}\,\theta^2$, q étant une quantité quelconque poſitive ou négative; ſi l'on ſubſtitue ces valeurs de γ, b & $b^{(1)}$, dans la première des deux équations précédentes, on trouvera $f = \frac{2q}{n^2} . (gf - 2K . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu)$; partant, $f = \frac{4Kq . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu}{2qg - n^2}$. On prouvera facilement, par la méthode de l'*article XIV*, que ces deux valeurs de b & de $b^{(1)}$, ſont les ſeules que l'on doive admettre dans la queſtion préſente.

Si l'on a égard à la denſité δ du fluide, on trouvera par l'*article XVI*,

$$b^{(1)} = \frac{-gf . \left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) + 2K . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu}{n^2},$$

$$f = \frac{4Kq . \text{fin.}\,\nu . \text{cof.}\,\nu}{2qg\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - n^2};$$

on

on obſervera ici que M eſt égal à $\frac{f}{\text{ſin.}\, v \,.\, \text{coſ.}\, v}$, & qu'ainſi l'on a, quel que ſoit q,

$$M = \frac{4Kq}{2qg\left(1 - \frac{3\delta}{5\delta^{(1)}}\right) - n^2};$$

cette valeur de M eſt d'autant plus remarquable, que d'elle ſeule dépend, comme nous le verrons dans la ſuite, l'effet de l'attraction & de la preſſion des eaux de la Mer, ſur la préceſſion des équinoxes & la nutation de l'axe terreſtre, & qu'elle nous met ainſi en état de déterminer généralement cet effet, dans le cas où la Terre eſt un ellipſoïde quelconque de révolution recouvert par la Mer.

Nous venons de voir que pour ſatisfaire aux obſervations, q doit être très-petit, & dans ce cas le dénominateur de l'expreſſion de M eſt une quantité négative; or ſi l'on s'en rapporte aux obſervations dont M. Caſſini fait mention dans les Mémoires de l'Académie pour l'*année 1714, page 256*, la marée du ſoir à Breſt eſt un peu plus grande que celle du matin dans les ſyzygies d'été, & un peu moindre dans les ſyzygies d'hiver, ce qui ſuppoſe que M eſt une très-petite quantité poſitive, & qu'ainſi q eſt une très-petite quantité négative; d'où il ſuit que la profondeur de la Mer eſt un peu plus grande aux Pôles qu'à l'Equateur; mais cette conſéquence étant fondée ſur des obſervations fort délicates, puiſque la différence des deux marées d'un même jour eſt toujours fort petite, on ne peut la regarder comme certaine, que lorſqu'on aura un plus grand nombre d'obſervations faites en différens endroits.

La variation de la profondeur de la Mer étant fort petite, on peut ſans erreur ſenſible, calculer la valeur de N, comme ſi l'on avoit $r = \infty$, ou ce qui revient à très-peu-près au même, comme ſi r étoit égal à un nombre un peu conſidérable, tel que 10, 11 ou 12, & l'on aura ainſi la loi des hauteurs des marées ſuivant les différentes latitudes; mais comme il eſt impoſſible de comparer ſur ce point la théorie

avec les obſervations, parce que les cauſes locales, telles que la ſituation des côtes, la pente des rivages, &c. produiſent dans la hauteur des marées des différences prodigieuſes à latitudes égales, il eſt entièrement inutile de calculer cette valeur de N; il nous ſuffit d'avoir montré comment il eſt poſſible de concilier la théorie avec l'obſervation, ſur le peu de différence qui exiſte entre les deux marées d'un même jour. L'explication de ce phénomène nous conduit à déterminer le temps des plus grandes marées dans nos Ports; il eſt difficile de ſe refuſer au grand nombre d'obſervations qui établiſſent directement que les plus grandes marées arrivent dans les équinoxes, & cela paroît être une ſuite du peu de différence qui exiſte entre les deux marées d'un même jour; car ſi cette différence étoit exactement nulle, on auroit

$$y = H + N . \text{ſin.} \nu^2 . \text{ſin.} \theta^2 . \text{coſ.} (2it + 2\varpi),$$

la différence de la haute à la baſſe Mer ſeroit $2N . \text{ſin.} \theta^2 . \text{ſin.} \nu^2$, laquelle eſt à ſon *maximum* lorſque $\text{ſin.} \nu = 1$, ou lorſque l'Aſtre eſt dans l'Équateur; or on a obſervé que dans nos Ports, plus cette différence eſt grande, plus la hauteur abſolue de la Mer eſt conſidérable (*Mémoires de l'Académie, année 1712, page 94*); d'où il ſuit que les plus grandes marées arrivent dans les équinoxes. Pour ce qui regarde les autres phénomènes des marées, comme leur explication eſt ici la même que dans la théorie ordinaire, nous renvoyons à cet égard, à l'excellente pièce de M. Daniel Bernoulli, ſur le flux & le reflux de la Mer.

X X.

La conſidération des équations (4) & (5) de l'*article VI*, nous donne facilement la vîteſſe d'un point quelconque pris dans l'intérieur du fluide; car elles nous montrent que cette vîteſſe eſt fonction de θ, ϖ, t & s, & qu'ainſi la profondeur du fluide étant ſuppoſée très-petite, la vîteſſe eſt la même pour tous les points pour leſquels θ & ϖ ſont les mêmes; connoiſſant donc par ce qui précède, cette vîteſſe à un point

quelconque de la ſurface extérieure, on aura celle de tous les points du fluide, ſitués ſur le même rayon.

Suppoſons maintenant que l'on veuille déterminer la preſſion du fluide ſur le ſphéroïde qu'il recouvre; nommons (p) la preſſion du fluide dans le cas de l'équilibre, ſur le point n de la ſurface du ſphéroïde, pour lequel l'angle $nCA = \theta + \alpha u$; Fig. 3.
ſoit dans cette même ſuppoſition, Q l'attraction du fluide & du ſphéroïde ſur ce point, & $d\sigma$ l'élément de la direction ſuivant laquelle elle agit; l'équation (3) de l'*article IV* nous donnera

$$-\frac{n^2}{2}d.[(s+\alpha r).\text{ſin.}(\theta+\alpha u)]^2 = -Q\,d\sigma - \frac{d(p)}{\delta};$$

ſoit préſentement la preſſion $p = (p) + \alpha p^{\prime}$; il eſt aiſé de voir que l'action de l'Aſtre attirant, & l'attraction de la différence d'une ſphère dont le rayon eſt 1 & dont la denſité eſt la même que celle du fluide, & d'un ſphéroïde de même denſité & dont le rayon eſt $1+\alpha y$, il eſt aiſé de voir, dis-je, que ces attractions multipliées par les élémens de leurs directions, donnent ſenſiblement les mêmes produits pour le point n placé à la ſurface du ſphéroïde, que pour le point N placé à la ſurface du fluide; l'équation (3) ſe changera conſéquemment dans la ſuivante, en obſervant qu'à la ſurface du ſphéroïde, ds eſt de l'ordre $q\partial\theta$, & en négligeant ce qu'il eſt permis de négliger.

$$\alpha\,\partial\theta.\left[\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta\right]$$
$$+\alpha\,\partial\varpi.\left[\text{ſin.}\,\theta^2.\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right) + 2n\,\text{ſin.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\right]$$
$$= -\alpha y A.\left[\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\theta}\right).\partial\theta + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varpi}\right)\partial\varpi\right]$$
$$+S.\left[d.\frac{1}{f} - \left(d.\frac{1}{f}\right)\right] - \alpha\frac{dp^{\prime}}{\delta};$$

mais les quantités $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, étant les mêmes, comme nous venons de le voir, au point n qu'au point N, l'équation (γ) de l'*article V*, donne

$$\alpha\partial\theta.[(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}) - 2n(\frac{\partial v}{\partial t}).\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta]$$

$$+ \alpha\partial\varpi.[\text{fin.}\theta^2.(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}) + 2n.\text{fin.}\theta.\text{cof.}\theta.(\frac{\partial u}{\partial t})]$$

$$= - \alpha y A.[(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\theta})\partial\theta + (\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varpi})\partial\varpi]$$

$$+ S.[d.\frac{1}{f} - (d.\frac{1}{f'})] - \alpha g dy;$$

on aura donc $\frac{d.p'}{\delta} = gdy$, & en intégrant, $p' = \delta gy + G$, G étant une conftante arbitraire qui peut être fonction de t, fans θ, ni ϖ; fi l'on obferve cependant que par les mêmes raifons pour lefquelles nous avons vu précédemment que y, u & v, doivent être fonctions de θ, & de l'angle $it + \varpi$, p' ne peut être pareillement que fonction de ces deux quantités, on en conclura que G ne renfermant point ϖ, ne peut renfermer le temps t, & qu'ainfi cette quantité doit être indépendante de t, θ & ϖ.

Au moyen de cette valeur de p' & de celle que nous avons trouvée précédemment pour y, on pourra déterminer la préceffion des Équinoxes & la nutation de l'axe de la Terre qui réfultent de l'action du Soleil & de la Lune fur la Mer; nous allons nous occuper de cette recherche intéreffante, mais il ne fera pas inutile de faire auparavant quelques réflexions fur le degré de précifion de la théorie précédente.

XXI.

NOUS avons fuppofé dans cette théorie, h, i & ν conftans; fuppofons maintenant que l'on veuille avoir égard à la variabilité de ces quantités; on reprendra les équations (6), (7) & (9) de l'*article VI.*

$$y = - l\gamma.[(\frac{\partial u}{\partial\theta}) + (\frac{\partial v}{\partial\varpi}) + u.\frac{\text{cof.}\theta}{\text{fin.}\theta})] - lu.(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}) \quad (6);$$

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\sin.\theta.\cos.\theta \\ = - g\left(\frac{\partial y}{\partial\theta}\right) + \delta B \\ \quad + K.\sin.2\theta\left[\frac{1}{2}\sin.\nu^2 - \cos.\nu^2 + \frac{1}{2}\sin.\nu^2.\cos.(2\varphi - 2nt - 2\varpi)\right] \\ \quad + 2K.\cos.2\theta.\sin.\nu\cos.\nu.\cos.(\varphi - nt - \varpi)\end{array}\right\}(7);$$

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).\sin.\theta^2 + 2n.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sin.\theta.\cos.\theta \\ = - g\left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right) + \delta C.\sin.\theta + K.\sin.\nu.\cos.\nu.\sin.2\theta.\sin.(\varphi - nt - \varpi) \\ \quad + K.\sin.\nu^2.\sin.\theta^2.\sin.(2\varphi - 2nt - 2\varpi)\end{array}\right\}(9).$$

Prenons pour premier Méridien celui qui eſt perpendiculaire au plan de l'Écliptique ; ſoit s la latitude de l'Aſtre au-deſſus du plan de l'Écliptique, s étant toujours une très-petite quantité dont nous négligerons le carré & les puiſſances ſupérieures; ſoit encore $90^d - \varepsilon$, l'angle que forme le plan de l'Écliptique avec celui de l'Équateur, & nommons z le mouvement vrai de l'Aſtre rapporté à l'Écliptique, en prenant pour origine l'équinoxe du Printemps; φ exprimera la diſtance de l'Aſtre au premier Méridien comptée ſur l'Équateur, & ſi l'on fait paſſer un plan par le centre de la Terre, par celui de l'Aſtre, & par le point de l'Équinoxe, l'angle que formera ce plan avec l'Équateur ſera $90^d - \varepsilon + \frac{s}{\sin. z}$; or, en conſidérant le triangle ſphérique formé par ce plan, par l'Équateur & par le Méridien de l'Aſtre, on trouvera par la Trigonométrie ſphérique,

$$\cos.\left(\varepsilon - \frac{s}{\sin. z}\right) : \cos.\nu :: 1 : \sin. z;$$

partant, on aura $\cos.\nu = \cos.\varepsilon.\sin. z + s.\sin.\varepsilon$;
d'où l'on tire

$$\sin.\nu = \sqrt{[\cos. z^2 + \sin.\varepsilon^2.\sin. z^2 - 2s.\sin.\varepsilon.\cos.\varepsilon.\sin. z]};$$

on aura enſuite $1 : \sin.\left(\varepsilon - \frac{s}{\sin. z}\right) :: \frac{\sin. z}{\cos. z} : \frac{\cos.\varphi}{\sin.\varphi}$;

d'où l'on tire

$$\text{cof. }\varphi = \frac{\text{fin. }\varepsilon.\text{fin. }z - s.\text{cof. }\varepsilon}{\sqrt{(\text{cof. }z^2 + \text{fin. }\varepsilon^2.\text{fin. }z^2 - 2s\,\text{fin. }\varepsilon.\text{cof. }\varepsilon.\text{fin. }z)}},$$

$$\text{fin. }\varphi = \frac{-\text{cof. }z}{\sqrt{(\text{cof. }z^2 + \text{fin. }\varepsilon^2.\text{fin. }z^2 - 2s.\text{fin. }\varepsilon.\text{cof. }\varepsilon.\text{fin. }z)}};$$

partant,

$$\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{fin. }\varphi = -[\text{cof. }\varepsilon.\text{fin. }z + s.\text{fin. }\varepsilon].\text{cof. }z,$$

$$\&\ \text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{cof. }\varphi = [\text{fin. }\varepsilon.\text{fin. }z - s\,\text{cof. }\varepsilon].[\text{cof. }\varepsilon.\text{fin. }z + s.\text{fin. }\varepsilon];$$

on a préfentement $K = \frac{3S}{2h^3}$, &

$$\text{cof. }(\varphi - nt - \varpi) = \text{fin. }\varphi.\text{fin. }(nt + \varpi) + \text{cof. }\varphi.\text{cof. }(nt + \varpi);$$

fubftituant donc au lieu de h, s & z, leurs valeurs en temps moyen dans la quantité $K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{cof. }(\varphi - nt - \varpi)$, on aura une fuite de termes de cette forme,

$$K^1.\text{cof. }(nt + mt + \varpi + A).$$

On fubftituera la fomme de tous ces termes au lieu de

$$K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{cof. }(\varphi - nt - \varpi),$$

dans l'équation (7), & comme la quantité

$$K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{fin. }(\varphi - nt - \varpi)$$

de l'équation (9) réfulte de la différentiation de la quantité $K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{cof. }(\varphi - nt - \varpi)$, par rapport à ϖ, il eft clair que chaque terme tel que $K^1.\text{cof. }(nt + mt + \varpi + A)$ de l'expreffion de $K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{cof. }(\varphi - nt - \varpi)$, donnera le terme $-K^1.\text{fin. }(nt + mt + \varpi + A)$, dans l'expreffion de $K.\text{fin. }\nu.\text{cof. }\nu.\text{fin. }(\varphi - nt - \varpi)$, & ce fera la fomme de tous ces termes qu'il faudra fubftituer au lieu de cette quantité dans l'équation (9).

On a pareillement,

$$\text{cof. }(2\varphi - 2nt - 2\varpi) = \text{fin. }2\varphi.\text{fin. }(2nt + 2\varpi) + \text{cof. }2\varphi.\text{cof. }(2nt + 2\varpi);$$

de plus, on a par ce qui précède,

$$\text{fin. }\nu^2.\text{fin. }2\varphi = -2\,\text{cof. }z.[\text{fin. }\varepsilon.\text{fin. }z - s.\text{cof. }\varepsilon]$$

$$\text{fin. }\nu^2.\text{cof. }2\varphi = \text{fin. }\varepsilon^2.\text{fin. }z^2 - \text{cof. }z^2 - 2s.\text{fin. }\varepsilon.\text{cof. }\varepsilon.\text{fin. }z;$$

on aura donc au lieu de $K \text{fin.} v^2 . \text{cof.} (2\varphi - 2nt - 2\varpi)$, une suite de termes de cette forme,

$$K' . \text{cof.} (2nt + 2mt + 2\varpi + 2A),$$

& comme on a

$$K . \text{fin.} v^2 . \text{fin.} (2\varphi - 2nt - 2\varpi) = \tfrac{1}{2} \left[\frac{\partial . [K . \text{fin.} v^2 . \text{cof.} (2\varphi - 2nt - 2\varpi)]}{\partial \varpi} \right];$$

le terme $K' . \text{cof.} (2nt + 2mt + 2\varpi + 2A)$, donnera le terme $- K' . \text{fin.} (2nt + 2mt + 2\varpi + 2A)$, dans la quantité $K . \text{fin.} v^2 . \text{fin.} (2\varphi - 2nt - 2\varpi)$ de l'équation (9).

Enfin la quantité $\frac{1}{2} K . [\text{fin.} v^2 - 2 \,\text{cof.} v^2]$, ou $\frac{1}{2} K [1 - 3 \,\text{cof.} v^2]$, donnera une suite de termes de la forme $K' . \text{cof.} (mt + A)$.

Considérons maintenant un terme quelconque de l'équation (7), tel que $2K' . \text{cof.} 2\theta . \text{cof.} (nt + mt + \varpi + A)$, & supposons pour plus de simplicité, la densité du fluide nulle; on pourra facilement y avoir égard ensuite, comme nous l'avons fait précédemment. Le correspondant du terme $2K' . \text{cof.} 2\theta . \text{cof.} (nt + mt + \varpi + A)$, sera dans l'équation (9) $- K' \text{fin.} 2\theta . \text{fin.} (nt + mt + \varpi + A)$; en n'ayant égard qu'à ces termes, on supposera conformément à la méthode précédente,

$$y = a . \text{cof.} (nt + mt + \varpi + A),$$
$$u = b . \text{cof.} (nt + mt + \varpi + A),$$
$$\& \; v = c . \text{fin.} (nt + mt + \varpi + A),$$

a, b & c étant fonctions de θ seul; en substituant ces valeurs de y, u & v, dans les équations (6), (7) & (9), on aura les trois suivantes,

$$a = - l\gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) + c + b . \frac{\text{cof.} \theta}{\text{fin.} \theta} \right] - lb . \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right)$$

$$- (n+m)^2 b - 2n(n+m) . c \,\text{fin.} \theta . \text{cof.} \theta = - g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + 2K' . \text{cof.} 2\theta$$

$$- (n+m)^2 c . \text{fin.} \theta^2 - 2n(n+m)\, b . \text{fin.} \theta . \text{cof.} \theta = ga - K' . \text{fin.} 2\theta;$$

lorsque m est très-petit par rapport à n, on peut sans craindre

aucune erreur ſenſible, déterminer a, b & c, comme ſi l'on avoit $m = 0$; d'où il ſuit qu'alors les parties des expreſſions de y, u & v, qui dépendent des quantités

$$2K \,.\, \text{coſ.}\, 2\,\theta \,.\, \text{ſin.}\, \nu \,.\, \text{coſ.}\, \nu \,.\, \text{coſ.}\, (\varphi - nt - \varpi),$$
$$\&\quad K \,.\, \text{ſin.}\, \nu \,.\, \text{coſ.}\, \nu \,.\, \text{ſin.}\, 2\,\theta \,.\, \text{ſin.}\, (\varphi - nt - \varpi),$$

ſeront à très-peu-près les mêmes que celles que l'on auroit en regardant φ, ν & K, comme conſtans dans l'intégration, & en ſubſtituant enſuite au lieu de ces quantités, leurs véritables valeurs variables, ainſi que nous l'avons preſcrit dans l'*article XVII.*

Conſidérons un autre terme quelconque de l'équation (7), tel que $\frac{1}{2} K^{\text{II}} \,.\, \text{ſin.}\, 2\,\theta \,.\, \text{coſ.}\, (2nt + 2m^{\text{I}}t + 2\varpi + 2A^{\text{I}})$, dont le correſpondant dans l'équation (9) eſt
$- K^{\text{II}} \,.\, \text{ſin.}\, \theta^2 \,.\, \text{ſin.}\, (2nt + 2m^{\text{I}}t + 2\varpi + 2A^{\text{I}})$; on ſuppoſera, en n'ayant égard qu'à ce terme,

$$y = a^{\text{I}} \,.\, \text{coſ.}\, (2nt + 2m^{\text{I}}t + 2\varpi + 2A^{\text{I}}),$$
$$u = b^{\text{I}} \,.\, \text{coſ.}\, (2nt + 2m^{\text{I}}t + 2\varpi + 2A^{\text{I}}),$$
$$v = c^{\text{I}} \,.\, \text{ſin.}\, (2nt + 2m^{\text{I}}t + 2\varpi + 2A^{\text{I}}),$$

& l'on aura pour déterminer a^{I}, b^{I} & c^{I}, les trois équations

$$a^{\text{I}} = - l\gamma \,.\, \left[\left(\frac{\partial b^{\text{I}}}{\partial \theta}\right) + 2c^{\text{I}} + b^{\text{I}} \,.\, \frac{\text{coſ.}\,\theta}{\text{ſin.}\,\theta}\right] - l b^{(1)} \,.\, \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right).$$
$$-4(n + m^{\text{I}})^2 \,.\, b^{\text{I}} - 4n(n + m^{\text{I}}) \,.\, c^{\text{I}} \,.\, \text{ſin.}\,\theta \,.\, \text{coſ.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial a^{\text{I}}}{\partial \theta}\right) + \tfrac{1}{2} K^{\text{II}} \,.\, \text{ſin.}\, 2\,\theta$$
$$-4(n + m^{\text{I}})^2 c^{\text{I}} \,.\, \text{ſin.}\,\theta^2 - 4n(n + m^{\text{I}}) b^{\text{I}} \,.\, \text{ſin.}\,\theta \,.\, \text{coſ.}\,\theta = 2ga^{\text{I}} - K^{\text{II}} \,.\, \text{ſin.}\,\theta^2;$$

on voit facilement encore que ſi m^{I} eſt très-petit par rapport à n, les parties des expreſſions de y, u & v qui dépendent des quantités $\frac{1}{2} K \,.\, \text{ſin.}\, 2\,\theta \,.\, \text{ſin.}\, \nu^2 \,.\, \text{coſ.}\, (2\varphi - 2nt - 2\varpi)$, & $K \,.\, \text{ſin.}\, \nu^2 \,.\, \text{ſin.}\, \theta^2 \,.\, \text{ſin.}\, (2\varphi - 2nt - 2\varpi)$ ſont à très-peu-près les mêmes que celles que l'on auroit en regardant φ, ν & K comme conſtans durant l'intégration, & en ſubſtituant enſuite au lieu de ces quantités, leurs valeurs variables.

Relativement

Relativement au Soleil, les quantités m, m', &c. sont très-petites par rapport à n, parce que le mouvement moyen du Soleil dans son orbite, n'est que la 365.me partie environ du mouvement de rotation de la Terre, ainsi les parties des expressions de y, u & v, qui dépendent des quantités

$$\frac{1}{2}K.\text{sin.}\,2\,\theta.\text{sin.}\,\nu^2.\text{cos.}\,(2\,\varphi - 2\,nt - 2\,\varpi),$$
$$K.\text{sin.}\,\nu^2.\text{sin.}\,\theta^2.\text{sin.}\,(2\,\varphi - 2\,nt - 2\,\varpi),$$
$$2\,K.\text{cos.}\,2\,\theta.\text{sin.}\,\nu.\text{cos.}\,\nu.\text{cos.}\,(\varphi - nt - \varpi),$$
$$K.\text{sin.}\,\nu.\text{cos.}\,\nu.\text{sin.}\,2\,\theta.\text{sin.}\,(\varphi - nt - \varpi),$$

qui se trouvent dans les équations (7) & (9), sont à très-peu-près les mêmes pour le Soleil, que celles que nous avons déterminées par la théorie précédente; l'approximation est un peu moins exacte pour la Lune, parce que son mouvement est plus rapide; mais comme il n'est encore qu'un 27.me de celui de rotation de la Terre, on peut la regarder comme suffisamment exacte.

Il nous reste présentement à considérer les termes de la forme $K'.\text{sin.}\,2\,\theta.\text{cos.}\,(mt + A)$ que donne le développement de la quantité $K.\text{sin.}\,2\,\theta.[\frac{1}{2}\text{sin.}\,\nu^2 - \text{cos.}\,\nu^2]$. On supposera comme précédemment,

$$y = a.\text{cos.}\,(mt + A),$$
$$u = b.\text{cos.}\,(mt + A),$$
$$\& \quad v = c.\text{cos.}\,(mt + A),$$

& l'on aura pour déterminer a, b, c, les équations

$$a = -l\gamma\left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) + b.\frac{\text{cos.}\,\theta}{\text{sin.}\,\theta}\right] - lb.\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right)$$

$$- m^2 b - 2\,nmc.\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta = -g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + K'.\text{sin.}\,2\,\theta$$

$$- m^2 c.\text{sin.}\,\theta^2 - 2\,nmb.\text{sin.}\,\theta.\text{cos.}\,\theta = 0;$$

si l'on supposoit la Terre immobile en transportant en sens contraire à l'Astre son mouvement angulaire de rotation, il faudroit faire $n = 0$ dans les équations précédentes; on auroit alors $c = 0$, & en négligeant les quantités de l'ordre

m^2, ce qui est permis à cause de la lenteur du mouvement de l'Astre dans son orbite, on auroit les deux équations

$$a = - l\gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) + b . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right] - lb . \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right),$$

$$0 = - g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + K' . \text{fin. } 2\,\theta;$$

d'où il résulte que les parties des expressions de y, u & v qui dépendent de la quantité $K . \text{fin. } 2\,\theta . \left[\frac{1}{2}\,\text{fin.}\, v^2 - \text{cof.}\, v^2\right]$, seroient alors à très-peu-près les mêmes que celles que l'on auroit en regardant v & K comme constans; mais il n'en est pas ainsi, lorsqu'on a égard au mouvement de rotation de la Terre; dans ce cas on a $c = - \frac{2n}{m} b . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}$, & l'on déterminera a & b, au moyen des deux équations,

$$a = - l\gamma . \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) + b . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right] - lb . \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right),$$

$$b . [4\,n^2 \text{cof.}\,\theta^2 - m^2] = - g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + K' . \text{fin. } 2\,\theta;$$

en sorte que a & b ne sont plus ici les mêmes que dans la supposition de $n = 0$; la valeur de c & par conséquent celle de v sera fort grande, si m est très-petit par rapport à n, ce qui a lieu pour le Soleil, car on verra facilement par ce qui précède, que $m\,t$ est égal au double du moyen mouvement du Soleil qui est très-petit par rapport à $2\,n\,t$, en sorte que $\frac{2n}{m}$ est fort grand, & à peu-près égal à 365; mais le terme le plus considérable de v, est celui qui dépend de l'inclinaison de l'orbite lunaire, car il est facile de s'assurer que la quantité $K\left[\frac{1}{2}\,\text{fin.}\, v^2 - \text{cof.}\, v^2\right]$ produira un terme de cette forme, $K' . p . \text{fin. } 2\,\theta . \text{cof.}\,(m'\,t + A')$, p étant la tangente de l'inclinaison moyenne de l'orbite de la Lune, & $m'\,t$ représentant le mouvement moyen de son nœud; or ce mouvement étant environ dix-huit fois moindre que celui du Soleil, on aura à-peu-près $\frac{2n}{m'} = 36 . 365$, partant

$c = - 36 . 365 . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta} . b$; à la vérité, la tangente p étant fort petite, b & a feront eux mêmes peu confidérables, & la valeur de c en fera beaucoup diminuée; malgré cette diminution, le terme $c . \text{fin.} (m' t + A')$ reftera encore la plus confidérable de l'expreffion de v.

Il réfulte de-là que les parties des expreffions de y, u & v qui dépendent de la quantité $K . \text{fin.}\, 2\,\theta . [\frac{1}{2} \text{fin.}\, \nu^2 - \text{cof.}\, \nu^2]$, font bien différentes de celles que l'on a en regardant K & ν comme conftans; mais on doit obferver qu'à caufe de la lenteur avec laquelle les angles $m t$, $m' t$, &c. croiffent, on ne peut fe difpenfer dans la détermination des quantités a, b & c, d'avoir égard à la réfiftance que les eaux de la Mer éprouvent, & en vertu de laquelle elles fe remettroient bientôt dans leur état d'équilibre, fi l'action du Soleil & de la Lune venoit à ceffer. Suppofons ici que cette réfiftance foit proportionnelle à la vîteffe, il faut alors ajouter au premier membre de l'équation (7), la quantité $\rho (\frac{\partial u}{\partial t})$, & au premier membre de l'équation (9), la quantité $\rho (\frac{\partial v}{\partial t}) . \text{fin.}\, \theta^2$, ρ étant un coëfficient conftant dépendant de l'intenfité de la réfiftance. Pour avoir enfuite les parties des expreffions de y, u & v qui dépendent du terme $K' . \text{fin.}\, 2\,\theta . \text{cof.} (m t + A)$, on fera

$$y = a . \text{cof.} (m t + A) + a' . \text{fin.} (m t + A),$$
$$u = b . \text{cof.} (m t + A) + b' . \text{fin.} (m t + A),$$
$$v = c . \text{fin.} (m t + A) + c' . \text{cof.} (m t + A);$$

& en fubftituant ces valeurs dans les équations (6), (7) & (9), on aura pour déterminer les fix quantités a, a', b, b', c, c', les fix équations fuivantes,

$$a = - l \gamma . [(\frac{\partial b}{\partial \theta}) + b . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}] - l b . (\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}),$$

$$a' = - l \gamma . [(\frac{\partial b'}{\partial \theta}) + b' . \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}] - l b' . (\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}),$$

$$- m^2 b + pmb^1 - 2nmc \,.\, \text{fin.}\,\theta \,.\, \text{cof.}\,\theta = - g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + K^1 \,.\, \text{fin.}\,2\theta$$

$$- m^2 b^1 - pmb + 2nmc^1 \,.\, \text{fin.}\,\theta \,.\, \text{cof.}\,\theta = - g\left(\frac{\partial a^1}{\partial \theta}\right)$$

$$- m^2 c \,.\, \text{fin.}\,\theta^2 - pmc^1 \,.\, \text{fin.}\,\theta^2 - 2nmb \,.\, \text{fin.}\,\theta \,.\, \text{cof.}\,\theta = 0$$

$$- m^2 c^1 \,.\, \text{fin.}\,\theta^2 + pmc \,.\, \text{fin.}\,\theta^2 + 2nmb^1 \,.\, \text{fin.}\,\theta \,.\, \text{cof.}\,\theta = 0;$$

fi p eft beaucoup plus grand que m, les quatre dernières de ces équations donneront en négligeant les quantités de l'ordre m,

$$c = - \frac{2n}{p} \,.\, b^1 \,.\, \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}; \quad c^1 = - \frac{2n}{p} \,.\, b \,.\, \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta},$$

$$0 = - g\left(\frac{\partial a^1}{\partial \theta}\right), \ \& \ - g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + K^1 \,.\, \text{fin.}\,2\theta = 0;$$

on fatisfera donc à toutes les équations précédentes en faifant $b^1 = 0$, $c = 0$, $a^1 = 0$, & en déterminant a, b, c^1, au moyen des équations

$$a = - l\gamma \left[\left(\frac{\partial b}{\partial \theta}\right) + b \,.\, \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}\right] - lb\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right),$$

$$0 = - g\left(\frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + K^1 \,.\, \text{fin.}\,2\theta,$$

$$c^1 = - \frac{2n}{p} \,.\, b \,.\, \frac{\text{cof.}\,\theta}{\text{fin.}\,\theta}.$$

On voit ainfi que les valeurs de a & b fe détermineront comme fi l'on avoit $m = 0$, & qu'ainfi la partie de l'expreffion de y, qui dépend de la quantité $K \,.\, [\frac{1}{2}\,\text{fin.}\,v^2 - \text{cof.}\,v^2]$, eft alors à peu-près la même que celle que l'on trouve en regardant K & v comme conftans.

La fuppofition de p beaucoup plus grand que m, paroît être vraie par rapport au Soleil, car on peut fuppofer p proportionnel au temps qui feroit néceffaire pour que la Mer reprît fon état d'équilibre, fi l'action du Soleil & de la Lune venoit à ceffer: or il eft très-vraifemblable que ce temps feroit beaucoup moindre qu'une année; d'où il fuit que la valeur entière de y que nous avons déterminée par la théorie précédente, peut être regardée comme fort approchée par rapport au Soleil; cette même fuppofition de p beaucoup

plus grand que m, pourroit n'être pas exacte par rapport à la Lune, & alors la partie de l'expression de y qui dépend de la quantité $K[\frac{1}{2}\text{ſin.}\,\nu^2 - \text{coſ.}\,\nu^2]$, pourroit être ſenſiblement différente de celle que l'on trouve en ſuppoſant K & ν conſtans; il paroît impoſſible de la déterminer par la théorie, parce qu'on ignore la loi de la réſiſtance en vertu de laquelle la Mer tend ſans ceſſe à ſe remettre en équilibre; heureuſement cette quantité n'influe que ſur les hauteurs abſolues de la Mer, ſuivant les différentes déclinaiſons de la Lune, & ne change rien aux autres phénomènes des marées, en ſorte que ſi l'on ſuppoſe en vertu de l'action de la Lune

$$y = a + b.\text{ſin.}\nu.\text{coſ.}\nu.\text{coſ.}(it + \varpi) + c.\text{ſin.}\nu^2.\text{coſ.}(2it + 2\varpi),$$

b & c ſeront à-peu-près les mêmes que par la théorie précédente, & il ne peut reſter d'incertitude que ſur la valeur de a; nous croyons cependant que cette valeur ne s'éloigne pas beaucoup de celle que donne notre théorie.

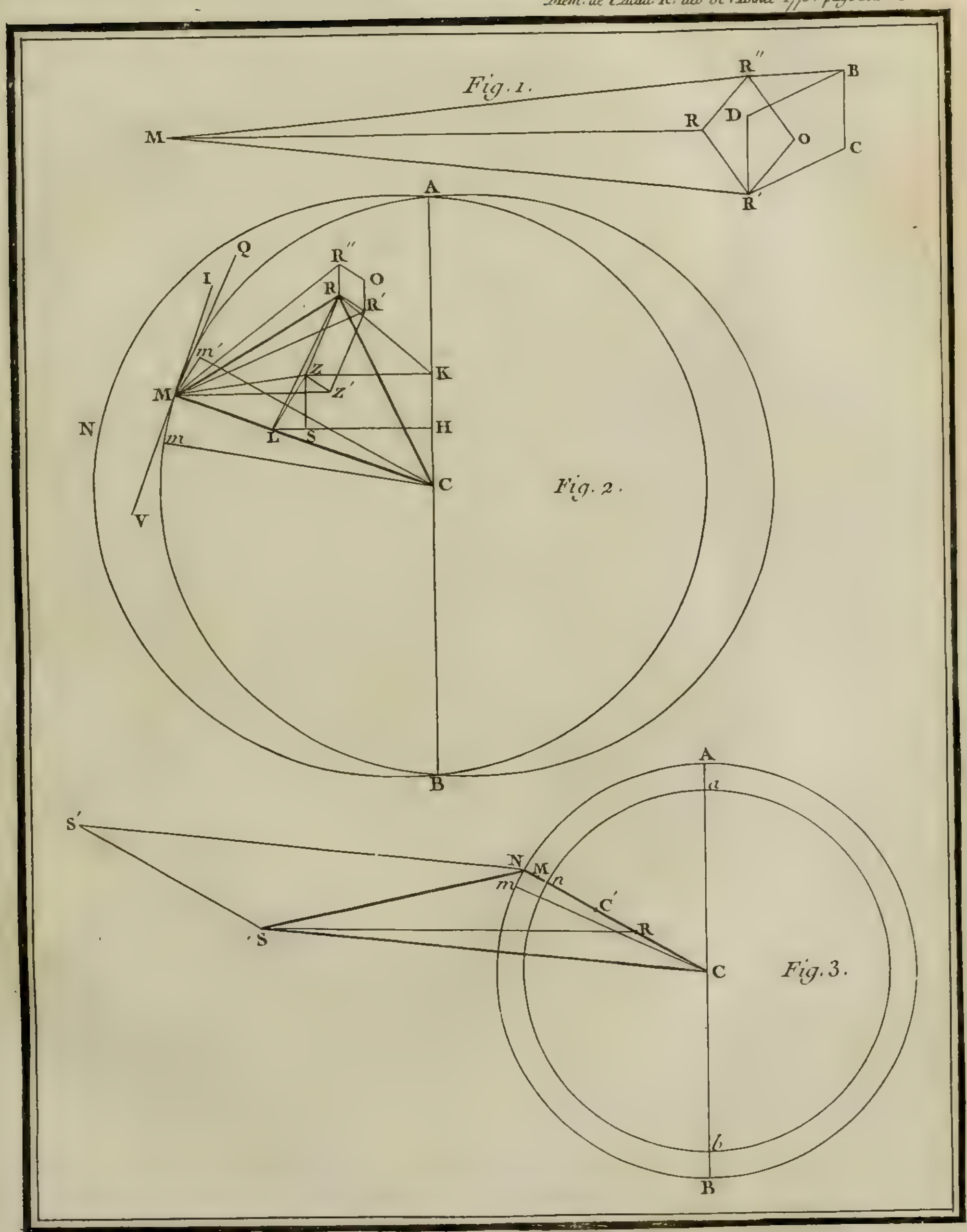
La conſidération d'une réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe, peut ſervir à lever une difficulté que l'on pourroit faire ſur ce que nous avons ſuppoſé *article XV*, que $(\frac{\partial v}{\partial \varpi})$ ne renferme aucun terme conſtant, c'eſt-à-dire, indépendant du temps t. En conſidérant en effet, les *articles II & III*, on voit que pour l'exactitude de nos calculs, il ſuffit que y, u & $(\frac{\partial v}{\partial \varpi})$ ne renferment que des termes conſtans ou périodiques, en ſorte que v peut, ſans nuire à cette exactitude, renfermer un terme proportionnel au temps; mais ſi l'on reprend les équations (I) de l'*article XV*, on verra facilement que la ſuppoſition d'une réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe, introduit dans le premier membre de la ſeconde de ces équations, le terme $\rho i.(\frac{\partial u}{\partial \varpi})$, & dans le premier membre de la troiſième de ces équations, le terme $\rho i.(\frac{\partial v}{\partial \varpi}).\text{ſin.}\theta^2$; or il eſt impoſſible de ſatisfaire alors à cette dernière équation,

en ſuppoſant que $(\frac{\partial v}{\partial \varpi})$ renferme un terme conſtant, ſans que $(\frac{\partial u}{\partial \varpi})$ ou $(\frac{\partial y}{\partial \varpi})$ en renferme.

On peut faire une remarque entièrement ſemblable ſur toutes les manières de ſatisfaire aux équations ($\perp$) de l'*article XV*, différentes de celle que nous avons employée : il eſt clair en effet, que la ſuppoſition d'une légère réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe, ne ſera que changer extrêmement peu les valeurs que nous avons trouvées ci-deſſus pour y, u & v; or dans l'hypothèſe d'une réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe, le fluide n'a qu'une manière poſſible de ſe mouvoir; car ſi l'on ſuppoſe, par exemple, qu'il en exiſte deux, & que l'on nomme y^{I}, u^{I} & v^{I}, ce que ſont y, u & v dans la première; & y^{II}, u^{II} & v^{II}, ce que ſont y, u & v, dans la ſeconde; les équations du Problème étant linéaires, il eſt clair que $y^{\text{II}} - y^{\text{I}}$, $u^{\text{II}} - u^{\text{I}}$ & $v^{\text{II}} - v^{\text{I}}$, ſatisferont pour y, u & v, à ces mêmes équations, en y ſuppoſant $K = 0$, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant l'Aſtre attirant anéanti; mais il eſt évident que dans ce cas le fluide doit à la longue ſe mettre en équilibre, ce qui donne $y^{\text{II}} - y^{\text{I}} = 0$, $u^{\text{II}} - u^{\text{I}} = 0$, & $v^{\text{II}} - v^{\text{I}} = 0$; donc le fluide n'a qu'une façon poſſible de ſe mouvoir dans l'hypothèſe d'une légère réſiſtance proportionnelle à la vîteſſe; or en négligeant les termes de l'ordre de cette réſiſtance, on aura pour y, u & v, les valeurs que nous avons trouvées précédemment, ce qui peut ſervir de confirmation aux raiſonnemens de l'*article XIV*.

La longueur de ces Recherches m'oblige d'en renvoyer la ſuite à un autre Volume.




Fig. 1.
M
R″
B
R
D
O
C
R′
A
Q
I
R″
O
R
R′
m′
Z
K
M
Z′
N
L
S
H
m
C
Fig. 2.
V
B
A
a
S′
N
M
m
n
C′
S
R
C
Fig. 3.
b
B



OBSERVATION

Sur la manière de rendre une partie de la Pierre Calaminaire, soluble dans l'eau comme le Beurre de Zinc.

Par M. SAGE.

LA Pierre Calaminaire du Commerce n'est pas propre à cette expérience, parce qu'elle a été torréfiée, & que par cette opération elle perd l'acide marin qui sert à minéraliser le zinc qu'elle contient; on peut aisément connoître la pierre calaminaire qui a été calcinée, celle-ci exposée au feu, ne diminue pas sensiblement de son poids, tandis que celle qui ne l'a pas été, perd lorsqu'on la fait rougir trente à trente-cinq livres par quintal. 5 Juillet 1775.

J'ai distillé dans une cornue de verre lutée, une once de pierre calaminaire & deux onces de limaille de fer; il a passé de l'eau salée, ensuite il s'est sublimé dans le col de la cornue environ vingt grains de beurre de zinc blanchâtre, déliquescent & entièrement soluble dans l'eau distillée; j'ai mis dans sa dissolution du nitre lunaire, il s'est précipité sur le champ de la lune cornée.

Si l'on ne procède pas à cette opération par un feu gradué, & qu'on fasse rougir promptement la cornue, on n'obtient pas de beurre de zinc, mais de l'acide marin volatil, & du zinc sous forme métallique.



OBSERVATION *

SUR UNE

HERNIE DES MEMBRANES DE LA VESSIE,

Avec des Réflexions sur la formation de cette maladie.

Par M. BORDENAVE.

SI la connoissance anatomique de la structure des parties est absolument nécessaire pour expliquer les fonctions du corps humain, elle n'est pas moins utile pour distinguer & connoître les différens dérangemens qui peuvent l'affecter: cette connoissance dirige dans la pratique de l'art de guérir; elle permet de rendre raison de plusieurs phénomènes, & de voir pourquoi une partie est plus sujette à une affection qu'une autre.

Dans le bas-ventre sont renfermés plusieurs sacs membraneux, le ventricule, les intestins, la vessie, &c; le même nombre de membranes paroît en général entrer dans leur composition, mais en considérant de près leur structure, la disposition de leurs fibres est différente; d'où, par cette raison, peuvent résulter quelques dérangemens plus spécialement propres à telle ou telle partie. C'est ce qui paroîtra démontré par les réflexions que j'ai cru devoir joindre à l'Observation que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, & qui a pour objet une espèce de vessie double, ou, pour parler plus exactement, une hernie des membranes internes de la vessie à travers les externes.

Un Soldat invalide, sujet à des rétentions d'urine, étant mort d'une autre maladie, son cadavre fut destiné pour des épreuves chirurgiques. Comme on s'étoit proposé de faire sur

* Présentée le 26 Février 1774, relûe par l'Auteur, devenu Académicien, le 15 Juillet 1775.

lui

lui l'opération de la lithotomie, on avoit incisé le corps de la vessie au-dessus du pubis, pour y mettre une pierre, ainsi qu'il est d'usage en pareil cas. Après avoir fait au périné l'incision ordinaire pour le grand appareil, & introduit par la plaie les tenettes dans la vessie pour saisir la pierre, on fut d'autant plus surpris de ne la point trouver, qu'on l'y avoit touché un moment auparavant avec la sonde: en changeant le cadavre de situation, la pierre se fit de nouveau sentir au toucher; mais dès que l'on voulut la saisir, elle échappa encore bientôt à l'Opérateur.

Ces circonstances réitérées déterminèrent à faire des recherches sur la cause de cet évènement, en examinant avec soin le bassin de ce sujet, & particulièrement sa vessie: alors je trouvai avec étonnement que cette vessie étoit composée de deux portions d'une capacité presque égale. En suivant cet objet avec attention, nous reconnumes que la vessie n'étoit pas double, mais que de sa partie latérale gauche naissoit la poche que l'on pouvoit regarder comme extraordinaire, & dont la capacité égaloit à peu-près les deux tiers de celle de la vessie; cette poche plus étroite à l'endroit de sa naissance à la vessie, s'élargit ensuite; ses parois sont beaucoup plus minces, plus transparentes, à peine y aperçoit-on quelques fibres charnues; elles sont toutes rassemblées à l'endroit par où s'est faite la sortie, où elles forment par leur entrelacement une espèce de sphincter.

Cette poche paroît donc faite par les membranes internes seulement, qui peu-à-peu se sont frayé un passage entre les fibres musculaires écartées; le tissu du péritoine qui recouvre ces parties étant d'une texture lâche, a dû de même s'étendre en suivant les membranes internes, & entrer ainsi dans sa composition.

La vessie étant ouverte, on voit que nos deux cavités communiquent entr'elles par une ouverture assez considérable, à peu-près ronde, formée dans la cloison qui les sépare. C'est par cette voie que la pierre pouvoit échapper aux approches

de la tenette, ou céder à l'impulsion du gorgeret, & passer dans cette poche extraordinaire *.

* *Voyez la Planche.*

Le fait que je viens de rapporter peut être regardé comme un de ces cas rares dont on a peu d'exemples, & il a paru digne de remarque à divers Anatomistes à qui j'en ai fait part *(a)*.

J'ai vu depuis une autre hernie de cette espèce, mais beaucoup moins considérable, dont la poche extraordinaire étoit située de même à la partie latérale de la vessie.

Coïter a conservé un fait qui a beaucoup de rapport avec ceux-ci *(b)*. Il dit avoir trouvé dans une fille âgée de trente-cinq ans, la vessie partagée en deux portions qui étoient pleines d'urine; les uretères ne s'inséroient que dans une seulement, de laquelle l'urine passoit dans l'autre: ainsi une poche extraordinaire tenoit à la vessie, &, autant qu'on peut le présumer, étoit formée aux dépens de ses membranes.

Ces espèces de conformations vicieuses ne doivent pas être confondues avec les appendices que l'on trouve quelquefois à la vessie, ni avec les loges ou kistes qui peuvent s'y former par maladie. L'Observation que nous venons de rapporter, fait voir une véritable hernie des membranes internes de la vessie à travers la tunique charnue, ainsi que le démontre l'inspection: en cela, elle diffère des appendices de la vessie, qui sont formées par des prolongemens ou des dilatations contre nature, & dans la constitution desquelles entrent toutes ses membranes. Enfin les kistes ou loges dans lesquelles se forment quelquefois des pierres, sont le plus souvent l'effet d'une maladie & de l'épaississement contre nature des membranes de la vessie. On doit donc distinguer ces poches herniaires d'avec les appendices médiocres que l'on observe quelquefois à la vessie, & il convient de ne pas les désigner

(a) Feu M. Verdier, Professeur célèbre en Anatomie au Collége de Chirurgie, à qui j'avois fait voir cette vessie, ayant trouvé cette observation très-intéressante, en a fait mention dans un Mémoire sur la hernie de la vessie. *Académie royale de Chirurgie, tome II, in-4.°*

(b) Volch. Coïter exercit. & obser. anat. cum figur. Norimberg. 1573.

ſous le nom de *veſſie double* ou *triple,* ainſi que l'ont fait quelques Obſervateurs.

Quelques réflexions ſur la ſtructure de la veſſie, permettent de concevoir & d'expliquer comment ces poches extraordinaires peuvent ſe former.

On ſait que la veſſie eſt un ſac membraneux ſitué à la partie antérieure de la région hypogaſtrique immédiatement derrière les os pubis, au-deſſus deſquels elle s'élève quand elle eſt pleine : ſa figure, qui approche de l'ovale, ne ſe conſerve pas toujours la même; elle eſt changée par les différentes compreſſions que la veſſie peut recevoir des parties voiſines, comme on le remarque quelquefois dans les femmes groſſes ou dans celles qui ont eu beaucoup d'enfans.

On admet en général quatre membranes dans ſa compoſition. La plus extérieure ou commune vient du péritoine, dont la vraie lame ne couvre que la partie poſtérieure; mais ſon tiſſu cellulaire ſe répand ſur le reſte de la veſſie, &, plus abondant ſur les parties latérales, donne à ces endroits moins de réſiſtance. La ſeconde eſt muſculeuſe; ſes fibres ſont dirigées ſelon pluſieurs plans; les plus extérieures, & qui ſont en plus grand nombre, s'étendent ſelon la longueur de la veſſie; d'autres, & en plus petit nombre, ſont preſque tranſverſales. La troiſième eſt la nerveuſe, compoſée de fibres blanches de nature à peu-près tendineuſes, dures, qui ſe croiſent en divers ſens & qui forment des mailles fort ſerrées. Quelques Auteurs en admettent une quatrième, qu'ils regardent comme veloutée; elle eſt couverte de mucoſités, & eſt fort propre à défendre les autres membranes des impreſſions fâcheuſes que pourroit cauſer le long ſéjour de l'urine dans la capacité de la veſſie.

On y remarque ſon col & ſon fond. Ce ſont-là les deux points, pour ainſi dire, où vont ſe réunir les fibres longitudinales; elles y ſont ramaſſées en divers trouſſeaux, & c'eſt par cette réunion qu'elles concourent particulièrement à l'action de la veſſie.

Nous venons d'obſerver que la membrane muſculeuſe étoit compoſée de fibres longitudinales & tranſverſales : nous avons

dit que ces dernières étoient en plus petit nombre, & formoient par conséquent des mailles peu serrées; or de cette structure particulière, il suit que dans les cas où la vessie sera beaucoup distendue par la présence du fluide qu'elle contiendra, les fibres longitudinales s'écarteront, & elles seront dans ce cas disposées à peu-près comme des côtes de melon; c'est-à-dire, qu'écartées les unes des autres dans leur milieu, elles resteront contiguës & plus serrées par leurs extrémités, & présenteront dans ces endroits une plus grande résistance.

Les fluides contenus dans la vessie pressent également de tous les côtés; leur pression ne peut produire qu'un moindre effet vers le fond ou vers le col de la vessie, parce que les fibres y sont plus fortes & rassemblées; ils doivent donc agir plutôt sur la partie qui est moyenne entre ces deux extrémités & qui est beaucoup plus foible, 1.° parce que dans la distension, les fibres longitudinales elles-mêmes sont écartées; 2.° parce que les fibres transversales sont en moindre nombre, & qu'éloignées les unes des autres, elles ne présentent pas une résistance suffisante.

Si donc, par ce défaut de résistance, ou par une autre cause étrangère, la liqueur contenue agit plus sur un côté que sur un autre, & se fait peu-à-peu une espèce d'intervalle, il arrivera que les membranes internes passeront à travers l'écartement des fibres musculaires & formeront ainsi une hernie.

Ce que je viens d'avancer sur la hernie des membranes internes de la vessie qui passent à travers la tunique musculeuse, n'est pas une simple conjecture; les faits que j'ai rapportés en fournissent la preuve.

La situation de la poche extraordinaire qui se trouve latéralement dans les deux vessies que j'ai vues, cette même situation latérale de deux poches ou kistes considérables de la vessie, dont Heïster a conservé la figure dans ses *Instituts de Chirurgie (c),* une disposition semblable de deux

---

(c) Part. II, cap. CXLV.

poches latérales de la veſſie, que M. de Broke déſigne ſous le nom d'*appendices*, & dont il expoſe la figure à la fin d'une ſavante Diſſertation *(d)*, donnent lieu à quelques réflexions. La veſſie étant appuyée par-devant contre les os pubis & les muſcles du bas-ventre, & étant ſoutenue poſtérieurement par l'inteſtin *rectum* & l'os *ſacrum*, permet plus difficilement vers ces endroits l'iſſue des membranes internes; quelque grande que ſoit la diſtenſion, elle trouve toujours un point d'appui ſolide qui, joint à la réſiſtance naturelle, eſt plus que ſuffiſant pour ſoutenir l'effort des fluides. Les parties latérales étant ſeulement accompagnées du tiſſu cellulaire, n'étant pas appuyées contre des parties ſolides, préſenteront une réſiſtance beaucoup moindre, & doivent par conſéquent, ſuivant l'ordre naturel, ſouffrir les premières de l'impulſion des fluides; c'eſt ce que l'expérience confirme.

C'eſt par ce même mécaniſme que l'on voit ſe former des diſtenſions conſidérables au canal inteſtinal à l'endroit où il adhère au méſentère, les lames du péritoine étant moins fortement unies & plus diſpoſées à s'écarter dans ce lieu.

Il ne faut pas confondre cette eſpèce de hernie membraneuſe avec celle que l'on connoît ſous le nom de *hernie de la veſſie;* dans ce cas, toutes les membranes de la veſſie concourent à la formation de cette maladie; je les paſſe ici ſous ſilence, n'ayant aucun rapport avec les obſervations dont il s'agit.

Pour appuyer ce que je viens d'avancer ſur la hernie des membranes internes de la veſſie, relativement à la ſtructure particulière de ſes fibres charnues, il s'agit d'examiner en peu de mots, ſi la ſtructure particulière des autres ſacs membraneux contenus dans le bas-ventre peut la permettre.

La diſpoſition des fibres charnues du ventricule paroît s'y oppoſer; en effet, elles ſont longitudinales, circulaires, & il y en a d'obliques; or quoi de plus propre pour rendre ſa ſubſtance ferme, les mailles que ces différens plans forment

(d) *De veſicæ urinariæ appendicibus.* Argentorati, 1754.

étant plus ſerrées? Blaſius fait mention d'un ventricule partagé en deux portions, formant comme deux poches unies par un conduit étroit, par lequel ces deux portions communiquent entre elles *(e)*. Ruyſch rapporte avoir trouvé un eſtomac, dont la forme étoit devenue oblongue, & n'avoit guère plus d'étendue qu'un inteſtin. Les Obſervateurs fourniſſent pluſieurs exemples de changemens de figure dans cet organe; mais je n'en ſais aucun qui faſſe mention de hernie de la troiſième & quatrième membrane à travers la muſculeuſe.

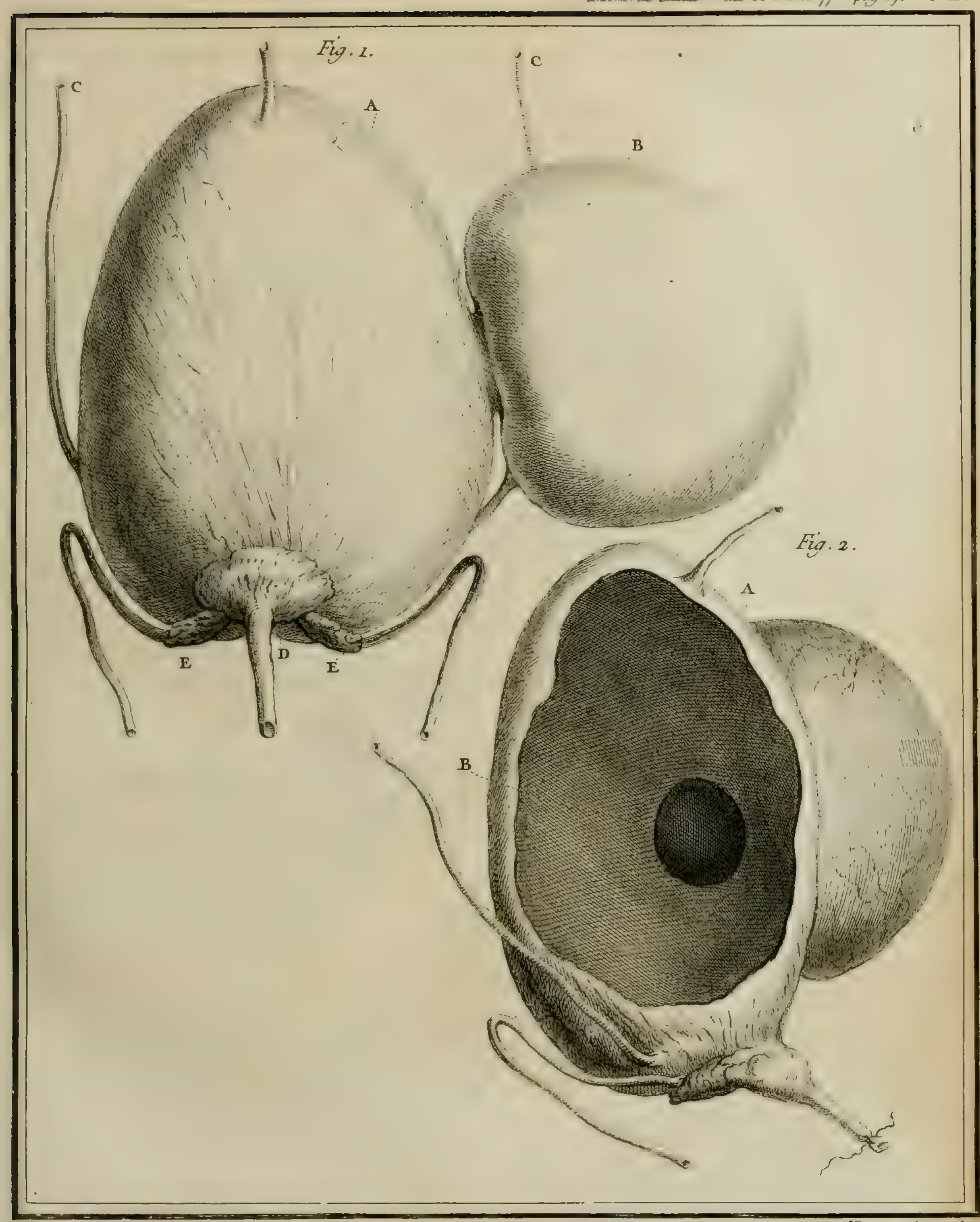
On regardera peut-être comme une ſuite du relâchement des membranes internes, les appendices ou eſpèces de cul-de-ſacs que l'on remarque quelquefois aux inteſtins *jejunum* & *ileum;* mais on ceſſera d'adopter ce ſentiment, en remarquant que leur compoſition eſt la même que celle des inteſtins. D'ailleurs la tunique muſculeuſe des inteſtins étant faite de fibres longitudinales & circulaires, unies aſſez fortement, elle ne pourroit permettre que difficilement l'iſſue des membranes internes.

De cette ſtructure différente dans ces différens ſacs membraneux, il ſuit que la diſpoſition particulière des fibres de la veſſie & la moindre réſiſtance du tiſſu cellulaire ſur les parties latérales, la doivent rendre plus expoſée à la maladie dont il s'agit, & qu'au contraire elle ne doit pas arriver, ou du moins doit être plus rare, dans les autres parties dont les fibres charnues ſont & plus fortes & diſpoſées en différens ſens capables de réſiſter aux différentes impulſions.

Ces ſacs membraneux qui ſe forment ainſi quelquefois aux parties latérales de la veſſie, fourniſſent des réflexions eſſentielles pour la pratique. Des maladies chroniques de la veſſie peuvent être l'effet de cette conformation vicieuſe; la formation des pierres pourra plus aiſément avoir lieu dans ces poches extraordinaires, à raiſon du ſéjour des urines. De plus, quels inconvéniens ne peuvent pas en réſulter pour la lithotomie? Une pierre aperçue d'abord ſenſiblement, échappe

---

(e) Gerardi Bleſii, Obſerv. anat. rar.



Fossier del.

Cne Haussard Sculp.

à l'approche des tenettes, & lorſqu'on eſt prêt de la ſaiſir, va ſe loger dans une retraite, d'où l'Opérateur ne peut la tirer : c'eſt ce qui eſt arrivé ſur le cadavre qui avoit la veſſie dont il s'agit, & ce qui a été cauſe que l'on a fait quelques recherches ſur cette ſtructure particulière.

Des obſervations de cette eſpèce doivent toujours être recueillies. Quoique peu de ſignes puiſſent annoncer ces maladies, & qu'on ne les reconnoiſſe que par l'ouverture des cadavres, la conſidération de ces faits ſervira au moins à établir l'hiſtoire très-variée des maux auxquels l'humanité eſt expoſée.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE 1.re *A*, le corps de la veſſie.
B, poche extraordinaire formée à la partie latérale de la veſſie.
CC, les uretères.
D, la proſtate vue par-devant & le canal de l'urètre.
EE, les véſicules ſéminales & les canaux déférens.

Figure 2, *A*, le corps de la veſſie ouvert latéralement ſelon ſa longueur.
B, ouverture de la poche latérale dans la veſſie.



OBSERVATION DE L'OCCULTATION DE SATURNE PAR LA LUNE,

Faite à l'Obſervatoire Royal, le 18 Février 1775.

Par M. CASSINI DE THURY.

22 Février 1775.

LE temps a été très-favorable pour cette obſervation que j'ai faite avec la Lunette de Dollond, de S. A. S. le Prince de Conti, j'ai déterminé le contact des anſes & des deux bords de Saturne.

À	$9^h\ 10'\ 47''\frac{1}{2}$	l'extrémité de l'anſe.
	$9.\ 11.\ 28\frac{1}{2}$	le premier bord.
	$9.\ 11.\ 54\frac{1}{2}$	le ſecond bord.
	$9.\ 12.\ 18\frac{1}{2}$	la pointe de l'anſe.

L'Émerſion du premier bord eſt arrivée à.....	$10^h\ 10'\ 7''\frac{1}{2}$.
du ſecond bord...............	$10.\ 10.\ 39\frac{1}{2}$.
de la pointe de l'anſe..........	$10.\ 11.\ 11\frac{1}{2}$.

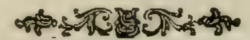
J'ai attendu le paſſage de Saturne au Méridien, cette Planète avoit à ſa droite l'Étoile *y* de la Vierge, qui a paſſé

au Méridien	à $14^h\ 20'\ 45''\frac{1}{2}$ à la haut. de	$40^d\ 59'\ 0''$.
Saturne a paſſé..........	$14.\ 23.\ 52\frac{1}{2}$.	$40.\ 25.\ 15$.
Et le dernier bord de la Lune	$14.\ 32.\ 8$.	$39.\ 19.\ 55$.

En ſuppoſant l'occultation du centre à	$9^h\ 11'\ 42''\frac{1}{2}$.
Et l'apparition à...............	$10.\ 10.\ 23\frac{1}{2}$.
On aura la durée...............	$0^h\ 58'\ 41''$.

La révolution des fixes à la Pendule a été obſervée de $3'\ 49''\frac{1}{2}$.

La plus ancienne obſervation qui ait été faite à l'Obſervatoire Royal, d'un pareil phénomène, eſt celle du 27 Février 1678.



MÉMOIRE

MÉMOIRE

Sur le procédé qu'on emploie aux Affinages de la Monnoie de Paris, pour la fonte de la Chaux de cuivre qu'on y retire des Eaux fortes, après l'opération du départ; & sur une expérience particulière que j'ai faite, en employant ce même procédé, pour retirer du dépôt du blanchîment des flaons de Billon une partie des déchets qu'ils éprouvent toujours dans ce blanchîment.

Par M. TILLET.

Lû le 21 Juin 1775, & remis le 15 Déc. 1777.

AYANT été chargé par l'Académie de lui rendre compte du procédé par lequel on ressuscite, aux affinages de la Monnoie de Paris, le cuivre qu'on y retire des eaux fortes, après l'opération du départ, j'ai attendu, pour répondre plus exactement à ses intentions, qu'un travail de ce genre se fît en grand au nouvel Hôtel des Monnoies, & qu'après l'avoir suivi avec soin, je pusse lui en exposer tous les détails.

Le fourneau qui a servi à cette opération, m'a paru construit d'une manière si avantageuse, pour qu'elle y réussît complétement, & fût le moins fatigant qu'il est possible pour les Ouvriers qui conduisent le feu & coulent la matière, que je l'ai fait dessiner dans toutes ses proportions, afin qu'elles pussent servir de règle pour de pareils fourneaux qu'on voudroit ou réduire à une moindre grandeur, ou faire établir pour des fontes plus considérables que celles dont il va être question.

Je me conformerai encore aux ordres de l'Académie, en rapportant à la suite de cet exposé de la fonte du cuivre qui résulte de l'opération du départ, l'utilité que j'ai tirée moi-même, il y a onze ans, d'un fourneau de la même espèce,

pour revivifier du cuivre chargé d'une petite portion d'argent, & enſéveli dans une quantité conſidérable d'autres matières bien différentes, deſquelles juſqu'alors on n'avoit pas eu l'eſpérance, & peut-être la penſée de le dégager. Ce que j'en ai dit de vive voix dans une de nos Séances, à l'occaſion du Mémoire que M. Baumé, Membre de cette Académie, y a lû ſur cette matière, n'en a donné qu'une légère idée; j'entrerai dans quelques détails qui feront mieux ſentir l'avantage que j'ai recueilli de mon expérience, & combien il eût été intéreſſant que je l'euſſe faite plus tôt.

On ſait que dans le départ des matières chargées d'une partie d'or & de trois parties d'argent, le premier de ces métaux ſe précipite en poudre au fond du matras, & que le ſecond reſte diſſous dans l'eſprit de nitre; on ſait encore qu'à la faveur de quelques plaques de cuivre jetées dans cet eſprit de nitre, qu'on a étendu dans une aſſez grande quantité d'eau, l'argent qui s'y trouve contenu ſe précipite à ſon tour au fond du vaſe qui contient la liqueur; & que le cuivre diſſous dans l'eſprit de nitre affoibli, peut en être retiré par pluſieurs moyens.

L'intérêt qu'on a dans les travaux des affinages, de conſerver en partie les eaux fortes qui ont déjà ſervi, & d'en faire la *repriſe*, ſuivant le terme de l'Art, détermine à ne s'occuper qu'indirectement du cuivre qu'elles contiennent, & à attendre pour le raſſembler qu'il forme le réſidu net de ces mêmes eaux fortes qu'on prépare lentement à une nouvelle diſtillation. M. du Fay, dont je parlerai bientôt, donna un précis de ce travail en 1728; je me ſerois abſtenu de le préſenter un peu plus au long, après cet Académicien, ſi la revivification de la chaux de cuivre, qui fait l'objet principal de ce Mémoire, ne m'eût pas paru demander que je rappelaſſe l'opération ſi utile & long-temps inconnue, dont cette chaux eſt le précipité.

J'ai dit qu'on étendoit dans une grande quantité d'eau l'eſprit de nitre qui, après le départ, tient l'argent en diſſolution; & que les plaques de cuivre n'étoient plongées dans la liqueur, que lorſqu'on l'avoit ainſi affoiblie. Avant que de

la ſoumettre à la diſtillation, on commence à la mettre dans des chaudières de cuivre, de trois à quatre pieds de diamètre ſur dix pouces ou un pied de profondeur, afin que la liqueur préſente beaucoup de ſurface; & on place ces chaudières ſur un fourneau deſtiné à cet effet, dans lequel on entretient un feu modéré : l'eau ſimple s'évapore peu-à-peu de la liqueur; l'eſprit de nitre ſe rapproche; & on continue ainſi l'opération juſqu'à ce qu'on s'aperçoive, par l'odeur de l'eau forte, qu'il commence à s'en élever quelques parties avec le flegme qui ſe diſſipe.

On ſe diſpoſe alors au travail de la diſtillation, mais ſans l'établir encore, parce que la liqueur dans cet état ne donneroit qu'un eſprit de nitre foible, & qui pourroit exiger une ou deux diſtillations nouvelles pour parvenir à un degré convenable de concentration; on ſe ſert aux affinages de Paris, des pots à beurre du Cotentin pour contenir la liqueur qu'on ſe propoſe de diſtiller. Après avoir placé ces pots dans l'endroit du fourneau de diſtillation, où il règne dans toute ſa longueur un grillage de fer, au travers duquel les pots doivent éprouver l'action du feu, & lorſqu'on les a eu remplis de la liqueur tirée des bouilloires, on les y entretient dans une chaleur propre à produire une nouvelle évaporation, & à la conduire juſqu'au point où l'eſprit de nitre s'annonce beaucoup plus que la première fois, tant par l'odeur forte qu'il répand, que par la ſaveur piquante qu'a la liqueur en cet état.

Alors l'Ouvrier chargé de la diſtillation, couvre d'un chapiteau chacun des pots d'où l'eſprit de nitre commence à s'élever; il y adapte une cornue; lute l'un & l'autre à leurs jointures, & procède à la diſtillation en gouvernant le feu avec les ménagemens que demandent des vaſes peu capables par eux-mêmes de ſoutenir une grande chaleur, & d'y réſiſter ſur-tout quand elle eſt ſubite.

Lorſque l'opération eſt terminée, & que les pots ſont refroidis, on trouve au fond & autour de leurs parois intérieures, le cuivre en poudre noire, impalpable & aſſez

adhérente en grande partie à ces parois des pots, pour qu'on ne puiſſe l'en détacher qu'avec peine & avec le ſecours de quelqu'inſtrument. C'eſt ce cuivre réduit ainſi en poudre, & tel qu'il doit réſulter d'une diſſolution parfaite, auquel il eſt queſtion de faire reprendre ſa conſiſtance métallique, & qu'on lui rend avec facilité par une ſeule fonte dans le fourneau, dont je vais donner la deſcription*.

On a eu pour objet dans la manière dont ce fourneau eſt conſtruit, non-ſeulement d'obtenir tout l'effet qu'on pouvoit en attendre pour la fuſion parfaite du cuivre, mais encore de garantir les Ouvriers qui le conduiſent, de la grande chaleur à laquelle ils ſeroient expoſés pendant le cours de l'opération, & ſur-tout dans l'inſtant où il s'agit d'ôter de deſſus la matière en fuſion la quantité conſidérable de charbons embraſés dont elle eſt couverte, d'en enlever toutes les matières étrangères au métal qui s'y ſont vitrifiées, & de couler rapidement le cuivre pendant qu'il eſt en bain. Dans cette vue, on a bâti autour du fourneau, proprement dit, dont je vais parler, des murs de briques qui ont un pied d'épaiſſeur, & quatre pieds de hauteur, ou environ; ils ſont élevés d'un pied au-deſſus du pavé du laboratoire, & portent ſur le maſſif où le fourneau eſt établi : on y a ménagé, de deux côtés ſeulement, des ouvertures dont l'une donne la facilité, à chaque inſtant, de charger le fourneau, ſoit de charbon, ſoit de chaux de cuivre; & l'autre n'eſt deſtinée qu'à fournir le moyen de puiſer la matière fondue dans la caſſe lorſqu'il s'agit de la verſer dans les moules. Les ouvertures de cette enceinte du fourneau ont trente-quatre pouces de hauteur, ſur vingt de largeur : une porte de tôle ferme, quand on le veut, la moitié ſupérieure de l'une & de l'autre de ces deux ouvertures, & empèche par-là que les Ouvriers n'éprouvent ſur les yeux, en travaillant, l'action trop vive de la flamme.

Le fourneau dont il s'agit ici principalement, eſt quarré à l'extérieur, mais il n'a intérieurement que vingt-un pouces

---

* Voyez la Planche I.re, & la figure 1 de la Planche II.

de largeur, tandis que ſa longueur eſt de vingt-ſept; il eſt formé par quatre petits murs de terre à creuſet, qui ont tous ſix pouces d'épaiſſeur, & trois d'entr'eux ont dix-huit pouces ou environ de hauteur, tant du côté des deux ouvertures, dont j'ai parlé, que de celui par lequel le fourneau eſt adoſſé à un des murs de l'enceinte dont il vient d'être queſtion : quant au quatrième petit mur de ce fourneau, lequel eſt iſolé dans toute ſa longueur, & ne tient au mur de l'enceinte que par une de ſes extrémités, il eſt plus élevé que les autres de dix-huit à vingt pouces; & formant avec ce même mur de l'enceinte un angle droit, il ſert à maintenir le charbon ſur le fourneau qui en eſt ordinairement comblé, & qui par-là reçoit un aliment continuel, à meſure qu'un feu de la plus grande activité conſume le charbon.

Les côtés du fourneau qui répondent aux deux ouvertures de l'enceinte, ont auſſi chacun une ouverture d'un pied en quarré, qu'on bouche quand on veut par le moyen d'un carreau de terre à creuſets; l'une ſert quand on écarte le charbon de deſſus la matière & qu'on en dégage toute l'écume, & l'autre quand on puiſe la matière en bain.

Le tuyau du fort ſoufflet qu'on emploie pour cette opération, paſſe à travers de celui des murs de l'enceinte contre lequel le fourneau eſt adoſſé, & conſéquemment à travers celui du fourneau, mais ſans parvenir à l'extrémité du trou qui lui ſert de paſſage; le bout du tuyau eſt à 2 pouces ou environ de cette extrémité: ſans cette précaution, il courroit riſque ſouvent d'être bouché par le cuivre qui ruiſſelle au travers des charbons & par les autres matières fondues qui découlent le long des parois intérieures du mur où ce tuyau eſt placé. Pour juger néanmoins ſi, malgré cette attention, il ne ſe fait aucun engorgement à l'ouverture par laquelle le vent s'introduit dans le fourneau, on l'a tenue beaucoup plus large à l'extérieur du mur de l'enceinte, qu'elle ne l'eſt à l'intérieur du mur du fourneau; une tuyère de cuivre ſcellée dans le mur, laquelle a 8 pouces de diamètre, dans ſa plus grande ouverture, tandis que dans la plus petite elle n'en a que trois à quatre, cette tuyère détermine le vide dans lequel

paſſe le tuyau du ſoufflet; & comme ce tuyau, vers ſon extrémité inférieure, n'a guère qu'un pouce de diamètre, on ſent qu'il eſt aiſé, à la faveur du grand vide que la tuyère laiſſe à l'extérieur, & du jour qui ſe trouve entre les parois intérieures de cette tuyère & le tuyau du ſoufflet, on ſent, dis-je, qu'il eſt facile d'examiner l'état du bout du tuyau, d'en écarter avec une verge de fer les matières fondues qui tendroient à le boucher, & de juger même de l'état plus ou moins fluide dans lequel eſt le cuivre, parce que la vue peut plonger à une certaine profondeur de la caſſe, & y faire diſtinguer le métal en bain, ſur-tout lorſqu'elle en eſt ſuffiſamment remplie.

Le fourneau n'eſt pas placé préciſément au milieu des murs qui en forment l'enceinte; il n'eſt d'un côté qu'à 4 pouces de diſtance de l'ouverture d'un de ces murs, à la faveur de laquelle on puiſe la matière fondue, afin que les Ouvriers puiſſent plonger aiſément dans la caſſe la cuiller de fer dont ils ſe ſervent pour la vider. Le côté du fourneau oppoſé à celui-ci eſt éloigné de 15 pouces du mur de l'enceinte qui lui eſt parallèle; cet intervalle eſt deſtiné à recevoir avec économie le charbon embraſé qu'on écarte du fourneau, lorſqu'il s'agit de couler la matière, & qu'on y remet enſuite avec l'attention de ne le point briſer, pour procéder à une nouvelle opération.

Le côté du fourneau par lequel on le charge de charbon, & où l'on a pratiqué une ouverture qui eſt bouchée auſſi à volonté par un carreau de terre cuite, n'eſt éloigné que de 6 pouces du mur de l'enceinte auquel il répond, & ſe trouve placé vis-à-vis de l'ouverture de ce même mur. C'eſt par cet endroit qu'après avoir dégagé tout le charbon dont la matière fondue eſt couverte; on l'écume à pluſieurs repriſes, en faiſant tomber dans des chaudières les craſſes mêlées encore de quelques parties de métal, & on met le bain totalement à découvert. La caſſe qui le contient, a comme on ſent bien, la forme d'une calotte renverſée; le diamètre de ſon ouverture, avant qu'elle ait ſervi, eſt de 15 à 16 pouces, & ſa plus grande profondeur de 8 à 10, étant priſe du niveau de la tuyère; la

capacité du fourneau pourroit comporter d'abord une caſſe un peu plus grande, mais ſes dimenſions augmentent à meſure que les fontes ſe multiplient, & qu'il ſe détache de la ſurface de la caſſe quelques parties de la couche aſſez épaiſſe de terre à four mêlée avec du charbon en poudre, dont l'intérieur de la caſſe eſt couvert : on y applique ce mélange qu'on a d'abord humecté, en le comprimant avec force à l'aide d'une maſſe de fer & en lui faiſant prendre toute la conſiſtance dont il eſt ſuſceptible. Le fourneau & ſon enceinte, que je viens de décrire, ne ſont proprement que des murs élevés perpendiculairement ſur une baſe commune, iſolés en partie & abſolument à découvert; mais une hotte très-évaſée & qui aboutit à une cheminée fort large, embraſſe la totalité du fourneau, & donne une iſſue facile aux vapeurs qui s'en élèvent.

Les détails dans leſquels j'ai été contraint d'entrer pour donner une idée exacte de la conſtruction avantageuſe de ce fourneau, me laiſſent peu de choſe à dire pour l'expérience en grand qui y a été faite ſous mes yeux. Lorſque le charbon dont on l'a rempli y a été bien allumé, & que la caſſe eſt devenue rouge, on a commencé à répandre ſur le charbon avec une pelle le cuivre en poudre dont j'ai parlé, & on l'a couvert de nouveau charbon; à meſure qu'il a baiſſé, on y a répandu alternativement du cuivre & du charbon, juſqu'à ce qu'on ait vu au travers de la tuyère que le charbon flottoit au-deſſus de la caſſe & que le métal y étoit en pleine fuſion: cette première fonte a été faite dans l'eſpace de deux heures & demie. Après avoir dégagé le fourneau de tout le charbon dont il étoit plein, enlevé les ſcories & rendu net le bain de cuivre, on l'a verſé, au moyen d'une cuiller de fer lutée, dans des moules diſpoſés à cet effet, & qui m'ont paru faits avec tant d'intelligence & de ſimplicité pour l'accélération & la facilité du travail, que j'en parlerai bientôt, & en joindrai le deſſin à celui du fourneau.

L'intérieur de la caſſe n'ayant pas été beaucoup endommagé par cette première fonte, ſa capacité eſt reſtée à-peu-près

la même; & il n'eſt réſulté que deux cents livres ou environ de cuivre net du commencement de ce travail. Je ne ſaurois préſenter une plus juſte idée de la fuſion parfaite qu'on donne au cuivre dans ce fourneau, qu'en diſant qu'il faut toujours verſer la matière à deux repriſes dans les moules; qu'on l'y coule quelquefois à trois repriſes pour les remplir, & que cependant ce n'eſt qu'avec quelqu'attention qu'on remarque ſur les plaques qui en ſortent, les endroits qui peuvent indiquer ces repriſes: le premier jet de la matière eſt encore en bain, ou au moins très-pâteux, dans l'inſtant où le ſecond vient s'y joindre; & celui-ci ſe ſoude au troiſième de manière que la plaque entière ſemble n'être le produit que d'un ſeul & même jet.

Dès que la caſſe eſt à-peu-près vide, on remet dans le fourneau tout le charbon allumé qui avoit été tiré à l'écart; on y en met de nouveau; & par des couches alternatives de cuivre en poudre & de charbon, on parvient en deux heures ou environ à remplir la caſſe comme la première fois, de métal parfaitement fondu, mais en plus grande quantité, ainſi que je l'ai dit, à meſure qu'il ſe détache des couches de terre de la ſurface du baſſin où il eſt contenu, & que la caſſe acquiert plus de capacité.

Par un travail ainſi ſuivi, & qui n'a été interrompu que pendant la nuit, pour donner du repos aux Ouvriers, on a fondu trois mille cent quarante-ſept livres de chaux de cuivre dans l'opération dont je m'étois engagé de rendre compte à l'Académie. On juge bien d'après l'expoſé que j'en ai fait, qu'en employant un fourneau plus vaſte que celui que j'ai décrit, en augmentant les dimenſions de la caſſe, & en faiſant uſage de deux ſoufflets, ſi un ſeul ne donnoit pas par-tout une aſſez grande activité au feu, on pourroit revivifier en vingt-quatre heures ſix mille livres de cuivre, & l'obtenir très-net par cette ſeule fonte. Sur les trois mille cent quarante-ſept livres de chaux de cuivre qui ont été la matière de ce travail, il n'a été tiré en métal pur & revivifié que dix-ſept cents livres; ce qui établit un déchet

de

de quatorze cents quarante-ſept livres, ou de quarante-ſix à peu-près pour cent. Je fus étonné que cette chaux eût autant perdu en revenant à ſon état primitif; mais on me fit obſerver qu'elle n'étoit pas nette avant qu'on lui rendît ſa malléabilité; qu'il s'y mêloit ordinairement beaucoup de matières terreuſes, lorſque, pour la raſſembler dans des tonneaux, à meſure que les diſtillations en fourniſſent, on la détachoit des pots, & encore plus ſouvent des fragmens de ces pots qui ſont très-ſujets à ſe fendre quand, à la fin de la diſtillation, la chaux de cuivre s'y trouve à ſec & y éprouve le recuit qu'il eſt néceſſaire de lui donner.

Afin de connoître par une expérience bien préciſe le déchet réel qui réſulte de la réduction de cette chaux, j'en ai fait tirer trois livres ou environ d'un des pots qui ſortoient du fourneau de la diſtillation; elle en a été détachée avec les précautions que cette épreuve demandoit; & l'Académie peut juger, en y jetant les yeux, que je l'ai eue auſſi pure qu'il étoit poſſible de l'obtenir. J'ai traité avec le flux noir, ſuivant l'uſage, une portion déterminée de cette chaux; elle a rendu un bouton de cuivre très-net, dont le poids étoit de ſoixante-douze grains pour cent que j'avois employés. Il eſt donc réſulté encore de cette expérience un déchet de vingt-huit pour cent, quoique la chaux de cuivre ne contînt rien en apparence qui lui fût étranger. Dans l'eſpérance d'obtenir un produit plus fort, parce que j'avois remarqué ſur le bouton de cuivre quelques traces de vitrification, qui portoient la teinte de ce métal, je réduiſis du ſuif en petites parcelles, & je les mêlai avec la chaux de cuivre, avant que de procéder à la revivification par le moyen du flux noir; cette addition de matière animale me procura quelqu'avantage; mais j'éprouvai encore vingt-ſept pour cent de perte dans cette ſeconde expérience: il eſt vrai que quoiqu'il n'y eût aucun veſtige de vitrification ſur le bouton de cuivre qui en provint, je remarquai un léger enduit cuivreux dans quelques endroits de l'intérieur de la tutte que j'avois employée, & que je ſentis que la totalité de la chaux de cuivre n'avoit pas été reſſuſcitée. Je fis part à

M. Cadet, Membre de cette Académie, du procédé que j'avois ſuivi, & qui ne me paroiſſoit pas de nature à rendre mon expérience complète : il me conſeilla d'abandonner le flux noir pour cette opération, & d'employer un autre flux réductif, dont M. de Morvaux a fait uſage avec ſuccès, & dont M. Cadet lui-même s'eſt ſervi utilement dans des circonſtances où il avoit fait d'inutiles tentatives avec le flux noir. Nous employames en conſéquence pour quatre gros de la même chaux de cuivre qui avoit été la matière de mes expériences, une once de verre en poudre, quatre gros de borax calciné, & trente grains de charbon en poudre qui furent mêlés d'abord avec la chaux de cuivre : après avoir braſqué la tutte qui nous ſervit, nous y mimes toutes ces matières bien mélangées, & nous les couvrimes de ſel marin décrépité ; en vingt minutes, à commencer du moment où le charbon fut bien allumé & la tutte fut devenue rouge, notre opération fut terminée : nous obtinmes des ſcories bien vitrifiées & un bouton de cuivre très-net, qui peſoit trois gros huit grains ; nous n'aperçumes aucun veſtige de métal dans les ſcories, & nous eumes lieu de penſer que la totalité de la chaux avoit été revivifiée. Il ne réſulta par conſéquent de cette expérience, qu'un déchet de ſoixante-quatre grains, ou de vingt-deux grains deux neuvièmes pour cent; on le trouvera encore aſſez conſidérable en lui-même, quoiqu'inférieur à celui des deux expériences précédentes ; mais il faut faire attention que la chaux de cuivre a pu retenir avec ténacité une portion d'acide qui a fait partie du poids de cette chaux ; qu'elle a pu acquérir un ſurcroît de peſanteur par une ſorte de calcination qu'elle a éprouvée dans les pots en y reſtant à ſec à la fin de la diſtillation, & en paſſant de l'état de verd-de-gris à celui de poudre noire & brûlée dans lequel nous l'avons priſe pour la revivifier; peut-être y auroit-il lieu de conjecturer qu'une partie du cuivre eſt tellement altérée dans ſes propriétés métalliques, par la diſſolution qu'en a fait l'eſprit de nitre, qu'elle ne peut plus y être rétablie, ou du moins qu'elle ne peut plus y revenir par les

moyens que nous connoiſſons: cette dernière idée ſembleroit n'être pas dénuée de tout fondement, d'après l'obſervation que nous fimes en délayant une petite quantité de chaux de cuivre dans de l'eau diſtillée, & en verſant quelques gouttes d'huile de tartre par défaillance ſur l'eau claire que nous en tirames; elle perdit auſſitôt ſa tranſparence, & annonça un léger précipité blanchâtre qui étoit trop foible pour qu'on pût le recueillir, mais qui pouvoit être ſoupçonné comme une portion décompoſée du cuivre, & incapable par-là de revenir à l'état métallique par les procédés connus. Quoi qu'il en ſoit de la cauſe du déchet conſidérable de la chaux de ce métal produite par la diſſolution, il paroît que les autres chaux métalliques, produites ſimplement par le feu, perdent beaucoup moins de leur poids, lorſqu'on les revivifie & qu'elles ne ſont moins ſujettes à cette perte, que parce que leur propriété eſſentielle n'a point été altérée d'abord comme celle du cuivre dont il s'agit, par un agent auſſi actif que l'eſt l'eſprit de nitre.

Si on rapproche actuellement le procédé qu'a indiqué M. du Fay *(a)*, & d'après lui M. Hellot *(b)*, pour la revivification du cuivre dont on a dépouillé les eaux fortes en les diſtillant; ſi on compare ce procédé avec l'opération dont j'ai rendu compte, on verra qu'il eſt le même, quant au fond, que celui qu'on ſuit aux affinages de Paris; que M. du Fay, ſuppoſant qu'il n'eſt queſtion que de fondre une petite quantité de cuivre, propoſe de n'employer que le feu d'une forge ordinaire & une caſſe proportionnée au peu de métal qu'on aura à recueillir, après l'avoir laiſſé ſe former en culot dans la caſſe : mais l'effet eſſentiel réſulte également & du procédé qu'il annonce & de l'opération en grand que j'ai rapportée; il paroît même qu'on peut regarder l'eſpèce de fourneau dont j'ai donné la deſcription comme le plus favorable pour reſſuſciter promptement & d'une manière très-nette toutes les chaux

(a) Hiſtoire de l'Académie, *année 1728, page 43.*
(b) I.er Volume de Schlutter, *page 369.*

métalliques, puiſque celle du cuivre, qui eſt aſſez réfractaire par elle-même, y revient par une ſeule fonte, & en maſſe conſidérable, à ſon premier état de ductilité. Je puis même avancer que s'il étoit poſſible de fondre la chaux de cuivre dans les creuſets ordinaires avec autant de facilité que le cuivre doux & malléable, il ſeroit malgré cela beaucoup plus expéditif & moins diſpendieux d'employer, pour une grande quantité de métal, le fourneau des affinages de Paris, que les creuſets ordinaires, les ſuppoſât-t-on capables comme les grands creuſets d'Allemagne de contenir deux cents livres de métal.

Il reſte à conclure, par rapport à l'objet pour lequel l'Académie m'a chargé de lui rendre compte du travail des affinages pour la fonte du cuivre, ainſi que de l'opération qui m'eſt particulière, pour une expérience du même ordre, par laquelle je terminerai ce Mémoire, il devient concluant, dis-je, qu'on eſt parvenu, il y a long-temps, comme l'a très-bien obſervé M. Cadet, au but avantageux qu'avoit M. Baumé, en propoſant un fourneau où les chaux métalliques ſe revivifiaſſent à travers des charbons embraſés; que ce fourneau n'a pas même les grands avantages de celui que j'ai décrit. Si le cuivre ſe revivifie dans celui de M. Baumé, comme il doit le faire, à travers les charbons, il reſte diſperſé en larmes plus ou moins groſſes dans les braiſes qui s'accumulent au fond du cendrier; il ne peut être remis en lingots bien nets qu'après des lavures & une ſeconde fonte dans des creuſets; au lieu que le cuivre ſort en grande maſſe & parfaitement fondu de la caſſe du fourneau des affinages; & il en ſort tout d'un coup auſſi pur que le ſeroit du cuivre ductile qu'on auroit refondu dans un creuſet.

Il ne me reſte plus, pour terminer l'article de la fonte du cuivre des affinages, qu'à donner la deſcription du moule où l'on coule le métal, afin de former des plaques deſtinées à l'opération du départ *, & qui, après avoir été diſſoutes elles-mêmes en grande partie, donnent lieu de nouveau au travail

* Voyez la Planche II, figures 2, 3, 4, 5, 6 & 7.

que j'ai exposé. Ce moule, qu'on nomme ainsi improprement, est totalement de fer; sa destination réelle est de servir d'appui aux cases où les plaques de cuivre doivent se mouler ; il présente la forme d'un prisme, dont chaque côté est de quatorze pouces de hauteur ou environ & de quatre pieds de longueur : deux de ses côtés sont revêtus d'une forte tôle dans toute leur étendue; le troisième, qui n'en est point couvert, forme proprement la base du moule, porte sur le pavé du laboratoire & s'y maintient solidement : des traverses distribuées intérieurement d'espace en espace dans toute la longueur du moule, servent d'appui aux deux côtés revêtus de tôle, & empêchent qu'elle ne se déjette par l'effet subit de la chaleur qu'elle reçoit dans le moment où l'on verse le métal bouillant. Il règne à l'extrémité inférieure & dans toute la longueur des deux côtés apparens du moule une saillie ou petite tablette, de deux pouces & demi de largeur, destinée à soutenir les pièces qui doivent déterminer les cases plus ou moins grandes où les plaques de cuivre se mouleront. Par ce premier détail, on voit que la principale pièce du moule dont il s'agit, a la forme d'un pupitre à deux côtés, & n'en diffère guère que par sa longueur. Les autres pièces qui en dépendent, pour l'opération de la fonte, n'y sont jointes que dans cet instant: elles consistent en quatorze petits barreaux de fer carré, d'un pouce d'épaisseur & de onze pouces de longueur; en douze plaques de fer forgé épaisses d'un pouce, larges de huit & de la même hauteur à peu-près que les barreaux; & enfin dans un fort lien de fer plat nommé *serre,* qui maintient toutes ces pièces dans la position où elles ont été mises.

Lorsqu'on veut adapter au moule toutes les parties qui en dépendent, on place un des barreaux à chacune des extrémités des deux côtés du moule, & on distribue avec égalité les autres dans l'étendue qui reste entre les deux premiers ; six plaques appliquées de chaque côté sur les barreaux, & jointes ensemble avec autant de justesse qu'il est possible, couvrent cette partie du moule, & n'y laissent de vide que celui qui se trouve entre les barreaux. Après avoir garni d'un enduit

léger de terre à four détrempée tout l'intérieur de chaque case, & avoir luté avec la même terre les endroits où les plaques de fer se joignent, ainsi que leur extrémité inférieure qui repose sur la petite tablette dont j'ai parlé, on maintient solidement toutes ces pièces des deux cotés du moule, au moyen de la serre de fer qui les embrasse avec précision, & les empêche, par son propre poids, de s'écarter lorsqu'on y verse le métal. On a eu l'attention de ne pas conduire les barreaux, & sur-tout les plaques, jusqu'au sommet de l'angle que forment les deux côtés du moule en se réunissant : la tôle sur laquelle portent les barreaux y est un peu à découvert, afin que les ouvriers aient plus de facilité pour couler la matière dans chacune des cases, & que le métal dont on n'a pas toujours l'aisance de déterminer le jet vers le milieu de l'ouverture, venant à rencontrer, lorsqu'il s'en écarte, la petite éminence qui est vis-à-vis de chaque case, retombe dans la case même, & avertisse l'ouvrier de mieux diriger, par un léger mouvement, le jet de matière qu'il avoit d'abord commencé.

Il suffit, dès qu'une fonte est faite, d'enlever la serre qui embrasse le moule, pour qu'il soit tout-à-coup démonté, que les pièces mobiles en soient désunies, que les plaques de cuivre en soient détachées, & qu'il soit remis promptement en état de recevoir le produit d'une nouvelle fonte.

L'Édit du mois d'Octobre 1738, concernant la fabrication des pièces de deux sous qui ont cours actuellement dans le Public, eut presque tout son effet dans les deux premières années qui suivirent cette époque; le travail se ralentit insensiblement, parce qu'il n'avoit pour base principale, que la refonte des pièces de dix-huit deniers qui avoient cours alors, & d'une petite quantité d'espèces de Lorraine qui s'y trouvoient mêlées, comme étant du même ordre, quoiqu'inférieures à celles-là pour le titre. Cependant la liberté de remettre au change des Monnoies ces deux sortes d'espèces ayant été laissée au Public, malgré la cessation de la fabrication des pièces de deux sous dans toutes les Monnoies, il s'en accumula dans

celle de Paris, une certaine quantité qu'on se détermina, au mois d'Août 1764, à convertir en pièces de deux sous, en y joignant ce qui étoit resté des anciennes fontes, & d'autres matières à bas titre qui convenoient pour cette fabrication.

Des circonstances particulières me mirent à portée de la suivre avec soin, & me donnèrent lieu de faire l'expérience que je vais rapporter. Il fut mis en fonte, dans cette occasion, la quantité de onze cents quinze marcs de matière, au titre des pièces de deux sous. On sait que les lames qui proviennent des fontes, dans les travaux des Monnoies, sont réduites, en passant à plusieurs reprises entre les rouleaux d'un laminoir & après quelques recuits, à l'épaisseur, ou à-peu-près, que les espèces doivent avoir; que de ces lames appliquées sous un instrument qu'on nomme *coupoir*, on tire des pièces également rondes & qui ont toutes la grandeur déterminée; la pièce en cet état se nomme *flaon*, & n'a plus besoin, lorsqu'il ne s'agit que du Billon, pour recevoir l'empreinte sous le balancier que d'une préparation destinée seulement à lui procurer de l'éclat; elle consiste à donner d'abord un recuit aux flaons; à établir ensuite une grande bouilloire de cuivre sur un fourneau propre à cette opération, & à y faire bouillir une quantité d'eau suffisante, dans laquelle on mêle six livres de tartre en poudre, & trois livres de sel marin par cent marcs de flaons. Lorsque l'eau est en pleine ébullition, on y jette les flaons; on les y remue fréquemment avec une pelle de cuivre percée de plusieurs trous, & on examine de temps en temps si les flaons y ont acquis également toute la blancheur que cette préparation peut leur donner. Dès qu'on s'aperçoit que les flaons ont pris tout l'éclat de l'argent, on les ôte de la bouilloire avec la pelle de cuivre, & on les verse dans de l'eau fraîche, où l'on achève de les dépouiller parfaitement du peu de la liqueur chargée de tartre & de sel qu'ils avoient encore à leur surface au sortir du blanchîment.

La matière des pièces de deux sous est au titre de deux deniers douze grains, avec un remède de quatre grains, qui n'est pas toujours pris en entier; ainsi on peut les regarder

comme contenant un cinquième d'argent, ou à-peu-près. On ſent dès-lors que par l'opération du blanchîment, dont il vient d'être queſtion, on met à découvert les parties d'argent que les flaons contiennent à leur ſurface, en enlevant la portion de cuivre quatre fois plus abondante qui les receloit; & que l'éclat que les pièces de deux ſous prennent ſous le balancier eſt dû à cette couche d'argent ſuperficielle, non-ſeulement au détriment de celle du cuivre, mais encore avec perte, comme on va le voir, d'une petite portion de l'argent que les flaons contiennent.

On éprouve pour l'ordinaire dans cette opération, un déchet de trois pour cent; il eſt plus fort, ſi au lieu d'un recuit modéré qu'il convient de donner aux flaons, on le pouſſe juſqu'au point de calciner leur ſurface & de la faire tomber en légères écailles au moindre frottement.

Il réſulta mille marcs ou environ de pièces de deux ſous de la fonte & refonte des onze cents quinze marcs de matières dont j'ai parlé plus haut. Je réfléchis ſur le déchet que le blanchîment y avoit occaſionné avant qu'elles fuſſent frappées. Je ne pouvois pas douter que la portion de matière que les flaons avoient perdue ne fût mêlée dans le dépôt qu'il y avoit au fond des bouilloires; & je ſentis qu'il y auroit peut-être quelque reſſource pour recueillir au moins une partie de ce déchet, en employant, pour la combuſtion du dépôt tout entier, le fourneau de fuſion dont le Directeur des affinages ſe ſervoit alors hors de la monnoie pour y revivifier ſes cuivres. Quoique ce fourneau ne fût pas conſtruit d'une manière auſſi avantageuſe que celui dont on voit le deſſin, cependant il produiſit tout l'effet que j'en attendois.

Après avoir fait écouler l'eau des baquets où l'on avoit verſé tout ce qui étoit contenu dans les bouilloires, après chaque blanchîment de flaons, & avoir fait mettre le dépôt ſeul dans des chaudières de cuivre, je le fis ſécher ſur le feu, & lorſqu'il eut été réduit en poudre groſſière, on le répandit par parties ſur les charbons embraſés du fourneau, comme on a vu que la chaux de cuivre eſt traitée dans l'expoſé que j'ai

j'ai fait du moyen de la revivifier. Il s'éleva des vapeurs épaiſſes & très-déſagréables pendant toute la durée de cette opération : mais je fus bien dédommagé de ce léger inconvénient lorſqu'à la fin du travail, & en mettant la caſſe du fourneau à découvert, je vis un culot de métal, & je jugeai au premier coup-d'œil du poids qu'il annonçoit ; je le fis refondre ſur le champ pour l'obtenir plus net & mieux mélangé : le lingot qui en provint, peſoit environ trente marcs, & approchoit pour le titre d'un denier de fin.

N'ayant eu en vue d'abord, par cette expérience, que d'examiner s'il étoit poſſible de retrouver une partie des déchets que les flaons éprouvent dans le blanchîment, je ne mis pas, à cette première tentative, toute la préciſion que je ſens actuellement qu'elle auroit exigée ; & je n'avois plus l'occaſion de la répéter, d'après les lumières que j'avois acquiſes : mais l'Académie peut la regarder comme exacte quant au fond ; & il n'eſt pas douteux que le dépôt du blanchîment des flaons de billon, & peut-être celui du blanchîment des flaons d'argent, ne doivent rendre, par le procédé que j'ai ſuivi, une partie plus ou moins conſidérable & plus ou moins avantageuſe, pour le métal précieux, des déchets que le billon & l'argent, en petite quantité il eſt vrai, éprouvent conſtamment dans cette opération.

En ne ſuppoſant le titre du lingot que j'ai tiré de mon expérience, que de 20 & même de 19 grains de fin, il vaudroit aujourd'hui 3 livres 10 ſous 6 deniers par marc, & en total 105 livres 15 ſous, ſans parler de la valeur du cuivre, qui diſparoît, comme on ſait, dans le commerce lorſqu'il eſt queſtion de celle de l'or ou de l'argent avec leſquels le cuivre eſt allié. Qu'on réduiſe encore ce prix à cent livres ; alors il réſultera qu'on auroit perdu cette dernière ſomme, ſans l'expérience que j'ai faite, ſur les mille marcs de pièces de deux ſous qui furent fabriquées en 1764 : par une ſuite du même calcul, on verra qu'on a perdu en France ſur la dernière fabrication du billon plus de ſoixante-douze mille livres, puiſque cette fabrication ordonnée en 1738, a monté

en total à ſept cents vingt-quatre mille quatre cents quatre-vingt-quinze marcs, & on jugera, par une réflexion ultérieure, de la perte conſidérable qu'il y a eu de tout temps ſur cet objet dans le Royaume, & peut-être chez les Nations étrangères, puiſqu'il ne paroît pas qu'on ſe ſoit appliqué juſqu'ici à tirer quelqu'avantage du dépôt des blanchîmens.

Je ſens que mes obſervations auroient eu toute leur utilité avant la refonte du billon & dans le temps où je commençois moi-même, comme Directeur de Monnoie, à m'occuper de cet objet; mais j'ignorois alors ce que je viens d'expoſer; je n'ai pu ni aller au-devant de la perte commune, ni moi-même m'en garantir; & il a fallu que le travail ſur la revivification du cuivre m'ait conduit, par un rapport frappant, à l'opération plus eſſentielle que je viens de rapporter. Les hommes paſſent avec tant de rapidité, que ſi l'on ſe borne à les conſidérer dans la carrière plus ou moins courte que chacun d'eux parcourt, on voit avec peine que l'accroiſſement des connoiſſances utiles eſt toujours très-lent à leur égard; mais il faut conſidérer les hommes dans l'étendue des ſiècles qui ſe ſuccèdent, & regretter peu les avantages dont nous n'avons pas eu le temps de profiter, en penſant avec plaiſir que d'autres hommes les recueilleront; que ceux-ci, à notre exemple, feront d'utiles efforts, & ſeront imités par d'autres qui exciteront une émulation pareille dans ceux qui les ſuivront.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Vue du fourneau du côté où l'on puiſe la matière fondue dans la caſſe.

AAAA, petits murs qui compoſent proprement le fourneau renfermé dans ſon enceinte.

B, la caſſe du fourneau.

C, porte de tôle deſtinée à garantir les Ouvriers de la grande ardeur du feu lorſqu'ils puiſent la matière.

D, carreau de terre à creuſet, avec lequel on ferme un des côtés du fourneau, pendant la fonte des matières.

E, la plus grande ouverture du mur, dans laquelle paſſe la tuyère du ſoufflet, & va aboutir à la caſſe.

PLANCHE II.

Figure 1.re

Plan du même fourneau de fuſion auquel eſt adapté un fort ſoufflet dont le tuyau paſſe dans la tuyère de cuivre, & vient ſe rendre à-peu-près au bord de la caſſe.

Figure 2.

Moule dans lequel on coule les plaques de cuivre.

De *A* en *E*, de *E* en *O*, & de *O* en *A*, il réſulte un triangle équilatéral, dont chaque côté a quatorze pouces ou environ de hauteur: les deux côtés apparens du moule ſont revêtus de tôle; le troiſième, qui porte ſur le carreau, n'en eſt point couvert; on y voit une traverſe *F* deſtinée à ſoutenir les deux côtés apparens du moule, & il y en a de pareilles dans l'intérieur de ce moule, vis-à-vis de chacun des barreaux *BBBBBB*. Au bas du moule *EO*, ainſi qu'à l'autre extrémité *G*, eſt adaptée une anſe qui donne la facilité de tranſporter ce moule où l'on veut.

Il règne également des traverſes au bas & dans toute la longueur intérieure du moule, vis-à-vis du bout inférieur des barreaux *HH*, &c.

Dans l'étendue de *A* en *A*, & de huit pouces en huit pouces, ces barreaux ſont placés & aſſujettis aux traverſes dont on vient de parler.

DD, tablette ou petite ſaillie qui règne dans toute la longueur du moule, & qui eſt deſtinée tant à ſervir d'appui aux plaques de fer, dont on couvre les barreaux, qu'à retenir la matière fondue lorſqu'on la coule dans le vide qu'ils laiſſent entr'eux.

Le côté oppoſé du moule qu'on ne ſauroit voir dans cette *figure 2*, eſt pareil à celui-ci, & garni des mêmes pièces.

Figure 3.

Moule tout monté vu de profil.

AA, partie ſupérieure du moule.

BB, &c. barreaux de fer d'un pouce quarré dont il a été déjà queſtion, & qui ſont en grande partie cachés par les plaques de fer *1, 2, 3, 4, 5 & 6*. Les uns & les autres s'appuient ſur la ſaillie en fer *DD*, dont l'épaiſſeur eſt de trois lignes.

Figure 4.

Une de ces plaques de fer, haute de onze pouces, large de huit, & épaiſſe d'un pouce.

Figure 5.

Chaſſis, ou eſpèce de ſerre formée d'une barre de fer quarrée, d'un pouce & demi d'épaiſſeur; elle a, comme le moule, quatre pieds de longueur de dedans en dedans, & huit pouces de largeur.

KK, anſes au moyen deſquelles on tranſporte cette ſerre, & on a la facilité d'y faire entrer la partie ſupérieure du moule, où elle ſe maintient par ſon propre poids, & embraſſe étroitement les douze plaques qui, des deux côtés du moule, recouvrent les barreaux.

Figure 6.

Cuillier de fer avec laquelle on puiſe le cuivre fondu dans la caſſe.

Figure 7.

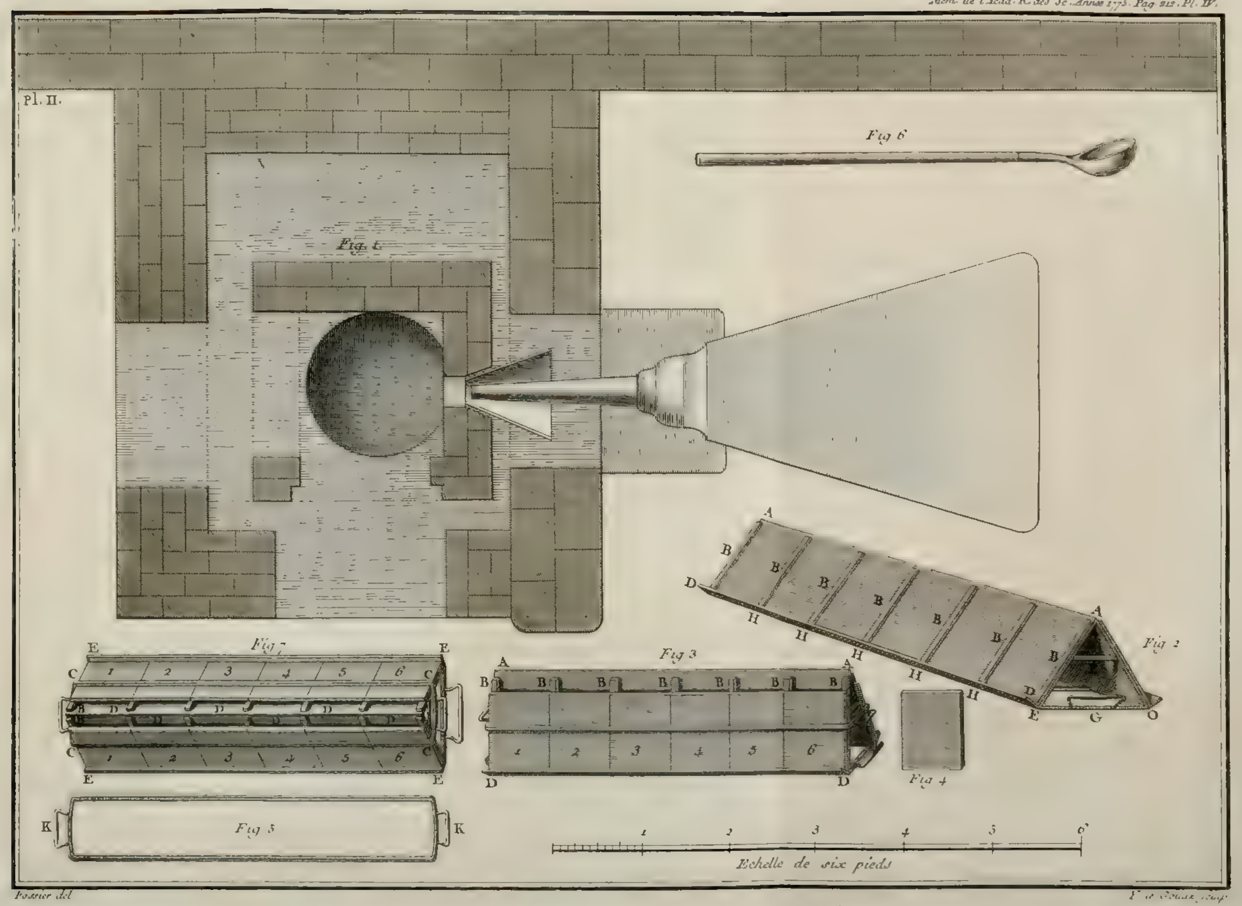
Le moule revêtu de toutes les pièces qui en dépendent, vu en *deſſus*, & préſentant les deux côtés où l'on verſe la matière fondue dans les vides *D, D, D, D,* &c. pour en former les plaques de cuivre; on y remarque que les barreaux *B, B*, &c. & les plaques de fer *1, 2, 3, 4, &c.* qui les couvrent, ſont moins élevés que le ſommet de l'angle du moule, afin que le jet de la matière puiſſe être dirigé plus ſûrement dans le vide, & que les parties qui s'en écarteroient un peu du côté du moule, retombent néceſſairement dans ce vide. *CCCC*, ſerre qui maintient les plaques de fer ſur les barreaux.

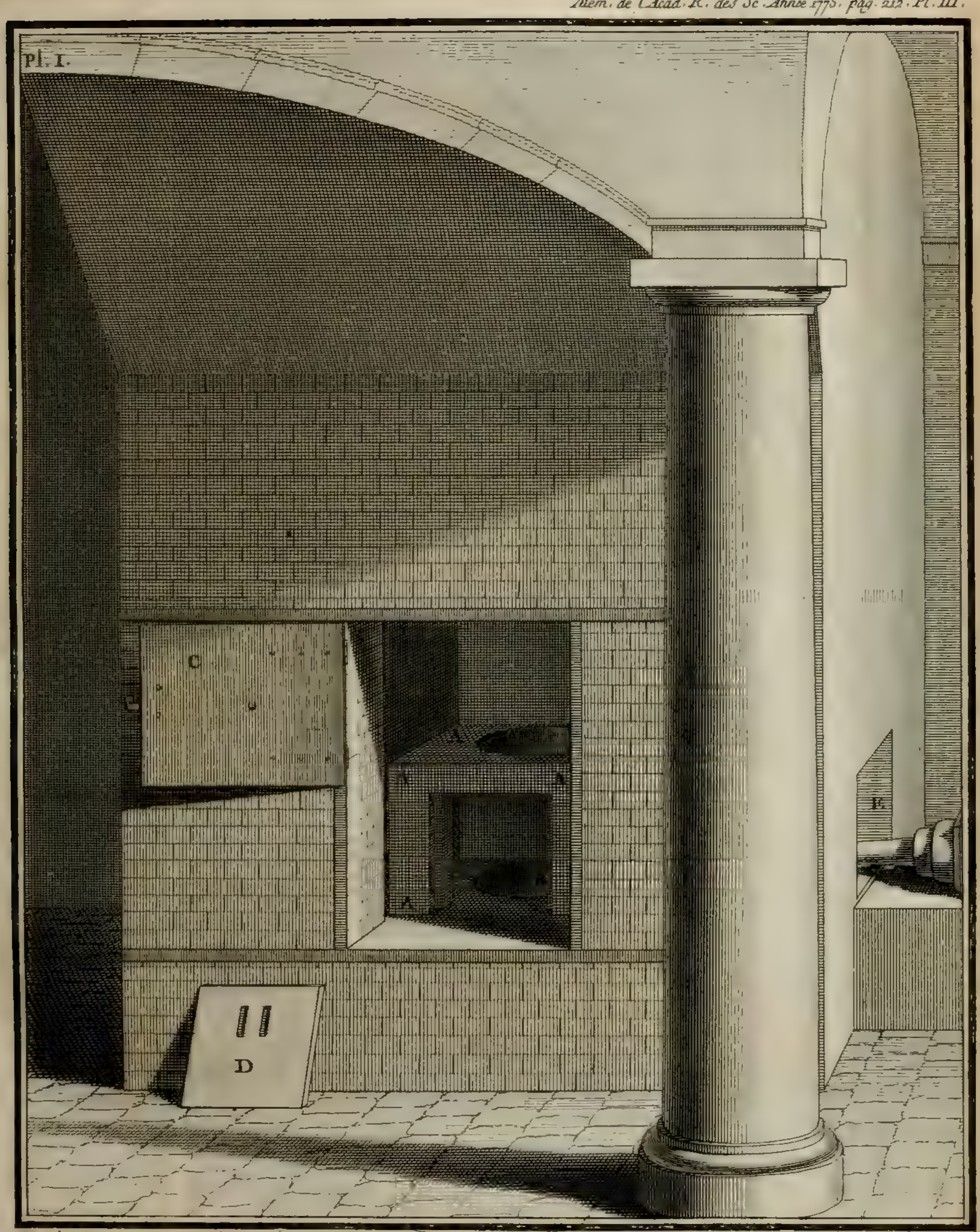
EEEE, ſaillies ſur leſquelles repoſent les plaques de fer, & où l'extrémité inférieure de ces plaques eſt lutée avec de la terre à four, ainſi que les côtés par leſquels elles ſe joignent, afin que le cuivre en fuſion ne trouve aucune iſſue par laquelle il puiſſe s'échapper.





Pl. II.
E
Fig
C
1
2
3
B
D
D
B
D
C
1
2
3
E
K
Fig.
Fossier del.


Pl. II.
Fig 6
Fig 1
Fig 2
A
B
D
H
E
G
O
Fig 7
E
C
1
2
3
4
5
6
Fig 3
Fig 4
Fig 5
K
1
2
3
4
5
6
Echelle de six pieds
Fossier del



Fossier del.

Y. le Gouaz Sculp.



OBSERVATION DE L'OCCULTATION DE SATURNE PAR LA LUNE,

Obſervée à Paris de l'Obſervatoire de la Marine, le 18 Février 1775, au ſoir.

Par M. MESSIER.

CETTE obſervation étoit annoncée dans la *Connoiſſance des Temps*, l'immerſion pour 9^h 15', & l'émerſion pour 10^h 10'; d'après cette annonce, l'immerſion devoit arriver 54' après le lever de la Lune. 22 Février 1775.

La veille de l'obſervation, le ciel étant ſerein; j'examinai de mon Obſervatoire le lieu du ciel où je devois le lendemain commencer à voir Saturne après ſon lever, je ne pus l'apercevoir qu'à 9^h 6' du ſoir: avant ce temps, il ſe trouva caché par le clocher de l'égliſe des Mathurins, qui eſt placé à l'orient de mon Obſervatoire; par cette tentative, & par l'annonce de l'immerſion pour 9^h 15', je reconnus qu'il me reſteroit encore pour le lendemain 5 à 6' de temps pour obſerver l'entrée de Saturne au bord éclairé de la Lune, ſi le calcul de la Connoiſſance des Temps étoit juſte à une ou deux minutes près.

Le lendemain 18, jour de l'obſervation, je diſpoſai ma Lunette achromatique de 40 pouces de foyer, portant 40 lignes d'ouverture qui amplifioit près de cent vingt fois l'objet, & qui étoit montée ſur ſa machine parallactique; je plaçai l'inſtrument dans la poſition qu'il devoit avoir au moment de l'immerſion; je vis Saturne, comme je l'avois prévu la veille, quelques minutes avant l'obſervation: Saturne étoit déjà fort près de la Lune, les anſes ou la longueur de l'anneau étoient

perpendiculaires au bord éclairé (comme on peut le voir dans la figure que j'ai tracée de cette obſervation). J'obſervai donc l'attouchement de l'extrémité de l'anſe occidentale au bord éclairé de la Lune : l'attouchement du premier bord du globe de Saturne; ſon centre eſtimé; l'entrée totale du globe & la diſparition entière de l'extrémité de l'anſe orientale : ce qui a produit cinq obſervations pour l'immerſion de Saturne, au bord éclairé de la Lune. Saturne paroiſſoit aſſez bien terminé; mais le bord de la Lune étoit un peu ondoyant à cauſe des vapeurs qui étoient à l'horizon. Je ne remarquai rien de particulier à Saturne, dans ſon immerſion, ſa couleur étoit la même, ſeulement quand l'extrémité de l'anſe occidentale eut touché le bord de la Lune, Saturne me parut devenir un peu plus obſcur, c'eſt-à-dire, ayant moins de lumière qu'il n'en avoit quelques minutes auparavant, ſa lumière un peu plus pâle, moins rouge; ce qui pouvoit provenir de la grande lumière de la Lune. Je n'ai point vu que Saturne ait entamé le bord éclairé de la Lune : voici les obſervations de l'immerſion, temps vrai.

IMMERSION.

H. M. S.	
9. 10. 49.	1.re Obſerv. L'extr. de l'anſe occid. touche le bord éclairé de la Lune.
9. 11. 16.	2.de Obſerv. Le globe commence à toucher le bord éclairé.
9. 11. 35.	3.me Obſerv. Le centre de Saturne eſtimé au bord de la Lune.
9. 11. 51.	4.me Obſerv. Le ſecond bord du globe entre.
9. 12. 19.	5.me Obſerv. L'extrémité de la ſeconde anſe s'éclipſe.

La première obſervation de l'extrémité de l'anſe occidentale au bord éclairé de la Lune, s'eſt faite entre les deux taches n.° 2, *Galileus ;* & n.° 3, *Ariſtarchus.*

Auſſitôt après les obſervations de l'immerſion, j'ôtai l'oculaire de la lunette pour y adapter un micromètre à fils,

qui servit à prendre la distance du point où Saturne étoit entré au bord éclairé de la Lune, avec l'Étoile γ de la *Vierge*, troisième grandeur, qui étoit près de la Planète; le bord de la Lune où étoient entrés Saturne & l'Étoile, paroissoit dans le même champ de la lunette : cette distance mesurée, me fit connoître la partie du bord obscur de la Lune (qui n'étoit pas visible) où je devois attendre le commencement de la sortie de l'extrémité de l'anse occidentale; étant bien assuré de ce point, quelques minutes avant l'observation, j'ôtai le micromètre pour remettre à la place l'oculaire qui avoit servi pour l'immersion; le ciel étoit parfaitement beau, la Lune distincte, terminée & très-claire; j'observai de même qu'à l'immersion, le moment où l'extrémité de l'anse occidentale commença de paroître, ce qui fut observé à la seconde; je vis de même sortir le premier bord du globe de Saturne; le centre, par estime; le second bord & l'extrémité de l'anse orientale, ce qui fit la sortie totale.

Ces observations étoient plus difficiles à faire qu'à l'immersion, en ce que l'anneau de Saturne sortoit obliquement du bord obscur de la Lune *(Voyez la figure)* : voici les observations de l'émersion, temps vrai.

ÉMERSION.

H. M. S.	
10. 10. 7.	1.re Observ. L'extrémité de l'anse occidentale commence à paroître.
10. 10. 13.	2.de Observ. Le premier bord du globe commence à sortir.
10. 10. 39.	3.me Observ. Le centre du globe estimé.
10. 11. 3.	4.me Observ. Le second bord du globe sort.
10. 11. 13.	5.me Observ. L'extrémité de l'anse orientale paroît.

Pour déterminer l'attouchement du centre du globe de Saturne, au bord éclairé de la Lune dans l'immersion, je compare les observations 1 & 5, & je trouve l'entrée du

centre à $9^h\ 11'\ 34''$. En comparant les obſervations 2 & 4; je trouve pour l'entrée du centre $9^h\ 11'\ 33''\frac{1}{2}$. La troiſième obſervation, l'entrée du centre eſtimée à $9^h\ 11'\ 35''$. Prenant un milieu entre ces trois réſultats, le paſſage du centre aura été à $9^h\ 11'\ 34''\ 10'''$.

Déterminant de la même manière la ſortie du centre de Saturne du bord obſcur de la Lune dans l'émerſion, le milieu donnera $10^h\ 10'\ 39''$; la demeure du centre du globe de Saturne ſous le diſque de la Lune de $59'\ 4''\ 50'''$.

M. l'abbé Boſcowich, qui étoit venu à mon Obſervatoire pour l'obſervation de l'émerſion, employa un téleſcope Grégorien de 30 pouces de foyer; il vit l'anſe occidentale & déjà le globe de Saturne entamé à $10^h\ 10'\ 16''$.

Saturne ſortit du bord obſcur de la Lune, vis-à-vis le milieu des deux taches; la première, n.° 26, *Hermes;* la ſeconde, n.° 33, *Meſſala;* & dans la direction de *Mare ſerenitatis*, des taches, n.° 11, *Copernicus;* & n.° 4, *Keplerus.* Saturne ſorti du bord obſcur de la Lune avoit ſa lumière ordinaire. Lors de cette obſervation, j'avois eu l'attention d'examiner avec ſoin ſi Saturne avant de ſortir du bord obſcur de la Lune, ne ſeroit pas précédé d'une lumière qui annonceroit ſa ſortie. Je n'aperçus rien; il eſt vrai que j'avois les yeux extrêmement fatigués par la grande lumière de la Lune.

Comme l'éclipſe de Saturne par la Lune, eſt une obſervation rare, & que c'eſt la première que j'ai faite, je n'avois rien négligé pour avoir une bonne obſervation; le jour même je pris un grand nombre de hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil, qui s'accordoient toutes à la même ſeconde. J'obſervai la nuit du 18 au 19, & celle du 19 au 20 le paſſage du centre de Saturne au Méridien avec celui du ſecond bord de la Lune, de *Regulus,* de Mars & de γ de la Vierge. Voici ces obſervations.

La

LA NUIT Du 18 au 19 Février 1775.	TEMPS des paſſages à la PENDULE.	DIFFÉR. des paſſages à la PENDULE.	TEMPS VRAI des paſſages au MÉRIDIEN.	DIFFÉR. de hauteur avec le centre de SATURNE
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	D. M. S.
Paſſage de *Régulus*.......	9. 57. 15 ½	2. 36. 58 ¾	11. 47. 9 ¾	
Paſſage du centre de Saturne.	12. 34. 14 ¼		14. 23. 44 ½	
Diff. de haut. de Sat. cent. inf.	....	....	....	13. 49. 56 ½.
Paſſage du centre de Mars..	10. 42. 34 ¼	1. 51. 40	12. 32. 21 ½	
Paſſage de celui de Saturne.	12. 34. 14 ¼		14. 23. 44 ½	
Diff. de haut. de Saturne infér.	....	....	....	13. 46. 19.
Paſſage de γ de la Vierge...	12. 31. 9	0. 3. 5 ¼	14. 20. 39 ¼	
Paſſage du centre de Saturne.	12. 34. 14 ¼		14. 23. 44 ¾	
Diff. de haut. de Saturne inf.	....	....	....	0. 34. 0.
Paſſage du centre de Saturne.	12. 34. 14 ¼	0. 8. 18 ½	14. 23. 44 ½	
Paſſ. du 2.d bord de la Lune.	12. 42. 32 ¾		14. 32. 1 ¼	
Diff. de haut. de Saturne ſup.	....	....	....	1. 11. 10.
La nuit du 19 au 20.				
Paſſage de γ de la Vierge..	12. 31. 6	0. 2. 54	14. 16. 50	
Paſſage du centre de Saturne.	12. 34. 0		14. 19. 43 ½	
Diff. de haut. de Saturne inf.	....	....	....	0. 32. 19.

RECUEIL des Obſervations de l'Occultation de Saturne par la Lune, le 18 Février 1775.

	À PARIS, *Rue de l'Univerſité 1",8 à l'occident du Méridien de l'Obſervatoire Royal.*
Temps vrai.	
9h 10′ 53″	Entrée de la première anſe au bord éclairé de la Lune, par M. le Préſident de S.**
9. 11. 46.	Entrée du milieu du globe eſtimée, par le même.
10. 9. 55.	Sortie de la première anſe du bord obſcur, *douteuſe*, par M. du Séjour.
10. 10. 32.	Milieu conclu, par le même.
10. 11. 9.	La ſeconde anſe ſort; bien obſervée, par le même.

À VERSAILLES,

Par M. Méchain, *attaché au Dépôt des Plans de la Marine.*

Temps vrai.	
$9^h\ 10'\ 34''$	Le bord de la Lune a paru ſur le centre de Saturne.
10. 9. 18.	La première apparition de deſſous le diſque obſcur de la Lune.
	J'avois employé une lunette de 3 pieds ; dans l'immerſion, le bord de la Lune étoit fort ondoyant, & l'immerſion totale eût été impoſſible à déterminer exactement : je crois avoir aſſez bien eſtimé l'immerſion du centre.

À NANCY,

Par M. Maillette, *Profeſſeur royal de Géographie, en l'Univerſité de cette Ville.*

9. 41. 50.	Immerſion au bord éclairé de la Lune (c'eſt-à-dire, le premier contact), *douteuſe* à quelques ſecondes à cauſe des nuages.
10. 42. 0.	L'extrémité de l'anſe occidentale commence à paroître.
10. 42. 10.	Le premier bord du globe de Saturne ſort.
10. 42. 35.	Le centre du globe eſtimé.
10. 42. 58.	Le ſecond bord du globe paroît.
10. 43. 10.	L'extrémité de l'anſe orientale ſort.
	M. Maillette m'a mandé : « j'ai fait cette obſervation » avec une lunette ordinaire de 12 pieds & demi, » ſon groſſiſſement étoit de cinquante fois ; au moment » de l'immerſion (c'eſt-à-dire, du premier contact), » il ſurvint un nuage, & je ne pus eſtimer l'immer- » ſion qu'à quelques ſecondes près ; mais je fus plus heureux pour les obſervations de l'émerſion. »

À MARSEILLE,

Par M. Garnier.

9. 17. 6.	Occultation de l'extrémité de la première anſe.
9. 17. 21.	Du premier bord de Saturne.
9. 17. 47.	Du ſecond bord.
9. 18. 1.	De l'extrémité de la ſeconde anſe.
10. 22. 24.	Sortie de l'extrémité de la première anſe.
10. 23. 25.	De l'extrémité de la ſeconde anſe.

À LOUVAIN,

Par M. Pigot, *fils.*

Temps vrai.

$9^h\ 25'\ 14''$. Premier contact du globe de Saturne & du bord de la Lune.

9. 25. 38. Immersion totale du globe de Saturne.

9. 26. 4. Immersion totale de l'anneau.

L'observation faite avec un télescope de 18 pouces qui grossissoit quatre-vingt-quinze fois; & M. Pigot ajoute: « Saturne en sortant d'un nuage parut toucher le bord de la Lune à $9^h\ 25'\ 14''$; cette observa- « tion peut être douteuse à quelques secondes, par « la vîtesse avec laquelle il fallut la faire. A l'im- « mersion totale de l'anneau, sa lumière fut extrê- « mement affoiblie par la grande lueur de la Lune: « les vapeurs affectèrent tant Saturne que la Lune. »

Le mauvais temps empêcha de voir l'émersion.

A WHITE-KINGHTS en Angleterre,

Par M. le Chevalier Englefield.

(Extrait de sa Lettre du 3 Avril 1775).

9. 1. $48\frac{1}{2}$. L'anse occidentale de Saturne touche le bord éclairé de la Lune.

9. 2. $6\frac{1}{2}$. Le globe de Saturne touche.

9. 2. $33\frac{1}{2}$. L'anse orientale disparoît.

Ces observations furent douteuses à 10 secondes, à cause des vapeurs qui étoient à la hauteur de la Lune, & qui causoient une ondulation très-forte dans le limbe.

9. 56. $2\frac{1}{2}$. À 2 secondes près, l'anse occidentale commence à paroître.

9. 56. $12\frac{1}{2}$. À 1 seconde près, le globe paroît.

9. 56. $48\frac{1}{2}$. À 2 secondes près, le globe sort totalement.

9. 57. $1\frac{1}{2}$. À 3 secondes près, les anses paroissent égales.

Ces observations furent excellentes; le temps étoit parfaitement calme & serein.

À UTRECHT, (a).

Occultation du globe de Saturne par la Lune, le 18 Février 1775, depuis $9^h\ 28'\ 57''$ du soir, temps vrai, moment de l'immersion jusqu'à $10^h\ 19'\ 26''$. Cette éclipse que l'on n'avoit point observée depuis 1678 *(b)*, a été vue également à Paris, & pourra servir à déterminer exactement la longitude d'Utrecht. L'Occultation du centre à Paris est arrivée à $9^h\ 11'\ 14''$, & l'émersion à $10^h\ 11'\ 1''$ *(c)*.

RECUEIL des Occultations de Saturne par la Lune.

Les observations des Occultations de Saturne par la Lune sont assez rares; on n'en trouve qu'une seule observation du dernier siècle, dans le recueil de nos anciens Mémoires, *tome X, page 602.* Je rapporterai celles qui ont été observées & qui sont parvenues à ma connoissance.

29 Juin 1630. Hevelius rapporte *(Transact. Philos. n.° 78)*, autant que je m'en souvienne : j'ai vu seulement (si l'on excepte l'observation de cette année 1671) deux fois en quarante-un ans Saturne éclipsé par la Lune: en 1630, le 29 Juin au soir à 11 heures, lorsque j'allois dans le détroit de Danemarck, aux environs de l'île Huenne. La seconde à Dantzick, le 3 Août 1661 à $7^h\ 58'\ 20''$ du soir. Si de semblables Observations arrivent souvent, la sérénité du ciel ne nous permet pas toujours de les observer, & le moment de la conjonction n'arrive pas toujours non plus sur notre horizon.

1 Juin 1671. Saturne éclipsé par la Lune, observé à Dantzick par Hevelius : le commencement de l'occultation arriva à $3^h\ 38'\ 27''$, aux environs du mont *Germanicus;* la ligne itinéraire qu'il a décrite, autant que j'ai pu m'en assurer par sa seule entrée, a passé par *Ætnam,* presque le centre de la Lune, par *Horminius, Hercule* & la partie supérieure de la mer Caspienne.

(a) Gazette de France, n.° 20, *1775.*

(b) Voyez le Recueil de ces Observations, qui suivent.

(c) Ces observations rapportées, faites à Paris, diffèrent des miennes *(voyez dans mon Mémoire)*; l'immersion du centre y est rapportée à $9^h\ 11'\ 34''\ 10'''$, & l'émersion $10^h\ 10'\ 39''$; différence dans l'immersion $20''\ 10'''$, & dans l'émersion $22''$: de quel endroit que l'observation ait été faite à Paris, la différence des Méridiens ne peut pas donner cette différence par rapport à mon Observatoire.

27 Févr. 1678. Soir; Occultation de Saturne par la Lune, obſervée à Paris par M.rs Caſſini, Picard, Roëmer, la Hire, Bouillaud (Regiſtres manuſcrits de l'Académie royale des Sciences, *volume n.° B* & *tome X* des anciens Mémoires de l'Académie, *page 602*).

$7^h\ 20'\ 50''$, le bord oriental de la Lune touche une des anſes de l'anneau de Saturne.

7. 22. 39, Saturne entièrement éclipſé.

8. 28. 50, Émerſion ou première apparition de l'anſe occidentale.

8. 30. 0, Émerſion totale.

18 Mars 1687. Occultation de Saturne par la Lune, obſervée à *Toteridg*, près de Londres, à $51^d\ 39'$ de latitude, par M. Haines *(Tranſact. philoſoph. n.° 186, p. 268)*.

La même obſervation faite à Gréenwich, par Flamſtéed *(Éphémérides de Kirck, 1689)*.

La même Obſervation faite à *Léipſick*, par M. Kirck *(Éphémérides de Kirck, 1688)*.

La même obſervée à *Cloyne*, dans le comté de Kork en Irlande, par le Docteur *Ashe*; l'immerſion à $12^h\ 13'\ 55''$; des nuages empêchèrent d'obſerver l'émerſion *(Tranſact. Philoſ. 1698, n.° 243)*.

11 Févr. 1722. Occultation de Saturne par la Lune, à *Ingolſtadt*, par le P. Grammatici; lunette de 18 pieds; Émerſion du centre de Saturne du bord obſcur à $3^h\ 45'\ 0''$.

La même Obſervation faite à *Altorf*, par M. Muller *(Nouvel. littér. latines de Leipſic, in-12, p. 155)*.

25 Juin 1728. Occultation de Saturne par la Lune, obſervée à *Bologne (voyez correſpondance de M. de l'Iſle, au Bureau des Plans de la Marine, tome IV, n.° 40)*.

16 Juin 1762. Occultation de Saturne par la Lune, obſervée à *Chelſea;* latitude $51^d\ 29'\ 5''\ 41'''$ de temps à l'oueſt de l'Obſervatoire de Gréenwich, par M. Samuel Duun; émerſion du centre de Saturne à $14^h\ 21'\ 3''$ *(Mém. de M. Duun dans les Tranſact. Philoſ. vol. LII, ſeconde Partie, 1762, page 578, avec une Carte)*.

La même Obſervation faite à Pont-à-Mouſſon, par les PP. Barlet & Colas; à $13^h\ 52'\ 9''$, l'extrémité de l'anneau toucha la Lune; à $13^h\ 52'\ 19''$, le globe de Saturne toucha le bord de la Lune: les nuages empêchèrent d'obſerver l'émerſion (cette Obſervation me fut envoyée le 3 Juin 1765).

18 Févr. 1775.	Soir; Occultation de Saturne par la Lune, obſervée à Paris par M.rs Caſſini de Thury, le Monnier, de la Lande, le Préſident de S**, du Séjour, l'abbé Boſcowich, Dagelet & Meſſier.
	À Verſailles, par M. Méchain.
	À Nancy, par M. Maillette.
	À Marſeille, par M. Garnier.
	À Louvain, par M. Pigot.
	À White-Kinghts en Angleterre, par le Chevalier Englefield.
	À Utrecht, par M. Hennert.

Dans le premier volume des Éphémérides de feu M. l'abbé de la Caille, ce célèbre Aſtronome avoit annoncé une occultation de Saturne par la Lune, viſible à Paris le 18 Août 1752, l'immerſion pour $8^h\ 14'$, & l'émerſion pour $9^h\ 18'$; le ciel étoit beau & ſerein, mais Saturne ne fut point éclipſé; ſa diſtance au bord le plus voiſin de la Lune, fut d'environ un quart du diamètre de cette Planète.



75. Pag.222. Pl. V.

1775.

IES.

'.

hus.

s.

cus.

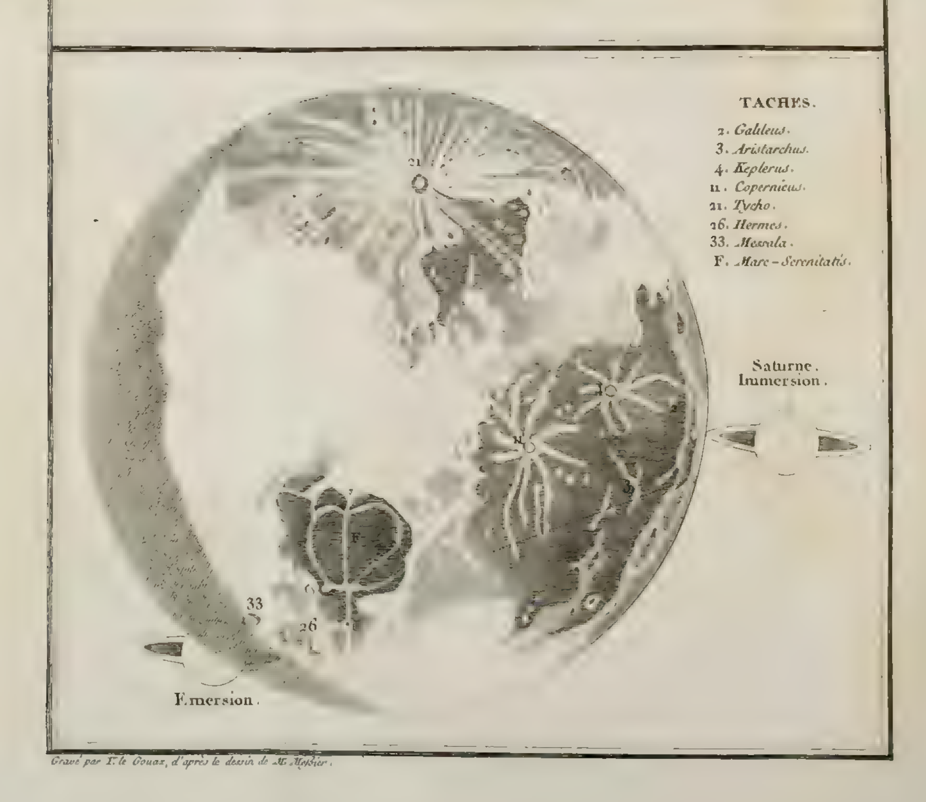
.

'.

Serenitatis.

rne.
sion.





Gravé par Y. le Gouaz, d'après le dessin de M. Messier.

OPPOSITIONS DE MARS,

OBSERVÉES À PARIS DEPUIS QUELQUES ANNÉES,

Et comparées avec les Tables.

Par M. DE LA LANDE.

DANS le Mémoire que je donnai en 1755, ſur les Élémens de l'orbite de Mars, je rapportai les oppoſitions de cette Planète, obſervées depuis 1741, & que j'avois calculées avec ſoin; depuis vingt ans, j'ai continué à les obſerver, ou à les rechercher pour en faire le calcul, & perfectionner mes Élémens: voici les dernières que j'aie pu raſſembler. 15 Juillet 1775.

Opposition de 1755.

Je n'ai pu trouver qu'une ſeule obſervation faite dans les environs de l'oppoſition de Mars, qui arriva le 30 Décembre 1755; elle eſt de M. Meſſier, qui occupoit déjà l'Obſervatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny. Il obſerva le paſſage de *Syrius*, à $6^h\ 52'\ 57'',2$ temps de la Pendule; celui de Mars, à $6^h\ 57'\ 58'',5$, & celui du Soleil $18^h\ 37'\ 1'',5$; la Pendule avançoit ſur les Étoiles de $21''$ par jour; la diſtance de Mars au Pôle $63^d\ 1'\ 1''$; l'erreur de l'inſtrument à cette diſtance eſt environ $+\ 6'\ 0''$; l'erreur des paſſages étoit pour *Syrius* $+\ 1'',5$, & pour Mars $-\ 4''$; d'où j'ai conclu l'aſcenſion droite de Mars à $11^h\ 39'\ 22''$ de temps moyen, $99^d\ 49'\ 36''$; la déclinaiſon $26^d\ 52'\ 40''$ B; la longitude $3^f\ 8^d\ 46'\ 30''$, & la latitude $3^d\ 42'\ 30''$ B; l'erreur de mes Tables $-\ 3'\ 28''$ en longitude, & $-\ 6''$ en latitude.

Le lieu du Soleil calculé par les Tables, étoit alors de $9^f\ 8^d\ 2'\ 42''$, & le mouvement diurne géocentrique de Mars

23′ 56″ rétrograde ; d'où j'ai conclu le temps de l'oppoſition, le 30 Décembre, $0^h\ 0'\ 32''$, temps moyen, dans $3^f\ 8^d\ 34'\ 11''$, avec $3^d\ 42'\ 58''$ de latitude boréale. L'erreur de mes Tables ſur la longitude héliocentrique, au même inſtant étoit — 1′ 21″.

J'ai employé dans ce calcul le mouvement géocentrique de Mars, calculé par mes Tables, & c'eſt ce qu'on eſt obligé de faire toutes les fois qu'on n'a qu'une ſeule obſervation, en ſorte qu'on ne puiſſe avoir le mouvement obſervé. Il ne ſuffiroit pas d'employer le mouvement héliocentrique ; il eſt plus aiſé à calculer, mais l'opération ne ſeroit pas juſte, parce que l'erreur des Tables ſur la longitude héliocentrique, n'eſt pas la même que ſur la longitude géocentrique, comme on pourroit le ſuppoſer à raiſon de ce que ces deux longitudes ſont les mêmes au moment de l'oppoſition. Cela vient de ce que l'erreur des Tables, au moment de l'obſervation, eſt compoſée de celle de la longitude héliocentrique, & de la différence de parallaxe du grand orbe, occaſionnée par l'erreur des Tables : ainſi l'on doit calculer une oppoſition avec les longitudes géocentriques calculées & corrigées par l'erreur moyenne des Tables que donnent les obſervations de pluſieurs jours; mais l'on ne doit jamais ſe ſervir des longitudes héliocentriques, ſi ce n'eſt pour calculer les Élémens de l'orbite de la Planète.

A l'occaſion de cette oppoſition, où j'ai employé le lieu du Soleil calculé par les Tables de M. de la Caille, je crois devoir obſerver que l'erreur qui peut ſe trouver dans le lieu du Soleil n'influe pas ſenſiblement ſur l'oppoſition calculée, ou du moins ſur les conſéquences qu'un Aſtronome peut en tirer. On voit à la fin des Tables de M. de la Caille, que ſur près de cent cinquante obſervations, il n'y en avoit que ſix où l'erreur approcha de 30 ſecondes; mais prenons les cas les plus défavorables, & ſuppoſons qu'il y ait 30 ſecondes d'erreur dans le lieu du Soleil que nous venons d'employer, en ſorte qu'il ne fût réellement que de $9^f\ 8^d\ 2'\ 12''$, le Soleil ſe rapprochoit de Mars de $1^d\ 25'\ 5''$ par jour : ainſi 30 ſecondes

ſecondes ſont 8 minutes & demie de temps, dont l'oppoſition arriveroit plus tard dans ce cas-là; & comme Mars rétrograde d'une ſeconde par minute, on auroit 8 ſecondes & demie de moins pour la longitude en oppoſition. Calculant enſuite par les Tables, on auroit 10 ſecondes de plus par la longitude héliocentrique qui va en croiſſant : ainſi l'erreur des Tables changeroit de la ſomme de ces deux quantités, ou de 18 ſecondes & demie, pour 30 ſecondes d'erreur dans le lieu du Soleil; mais comme l'erreur des Tables du Soleil ne va guère au-delà de 15 ſecondes, il n'en réſulte que 9 ſecondes d'incertitude ſur l'erreur des Tables de Mars, & encore moins ſur les deux autres Planètes ſupérieures; il n'y auroit que 2 ſecondes pour Saturne.

OPPOSITION du 14 Avril 1762.

Les obſervations de M. Meſſier, faites à l'Obſervatoire de la Marine pour cette oppoſition, ſont inſérées dans le *tome V des Mémoires préſentés à l'Académie, page 306;* je ne rapporterai ici que les réſultats que j'en ai déduits.

	11 Avril.	*14 Avril.*	*15 Avril.*
Temps moy. de l'obſerv.	$12^h\ 18'\ 5''$	$12^h\ 1'\ 53''$	$11^h\ 56'\ 34''$
Aſcenſion droite de Mars.	204^d 40. 57	203^d 36. 1	203^d 14. 1
Déclinaiſon de Mars...	8. 6. 0 auſt.	7. 47. 28	7. 41. 15
Longitude obſervée....	6^f 25. 49. 27	6^f 24. 42. 46	6^f 24. 20. 11
Latitude boréale......	2. 1. 48	1. 55. 42	1. 53. 30
Erreur des Tables en long.	+ 2. 20	+ 2. 36	+ 2. 29
Erreur en latitude.....	— 0. 10	— 0. 19	— 0. 21

Ayant employé les étoiles α & κ de la Vierge, & pris un milieu entre les erreurs des Tables, j'ai trouvé 2′ 28″ pour la longitude, & 17 ſecondes pour la latitude; le mouvement de Mars, entre les obſervations du 14 & du 15, calculé exactement par les Tables, étoit de 22′ 28″; celui du Soleil 58′ 21″ pour un intervalle de $23^h\ 54'\ 41''$ de temps moyen. La différence entre le lieu du Soleil calculé

par les Tables, & le lieu de Mars corrigé par l'erreur des Tables, 14′ 42″; d'où il suit que le temps moyen de l'opposition est arrivé le 14 Avril à 7^h 40′ 56″, dans 6^f 24^d 46′ 43″, avec 1^d 56′ 8″ de latitude boréale. L'erreur de mes Tables sur la longitude héliocentrique au moment de l'opposition est + 56″.

OPPOSITION du 13 Août 1766.

Le 8 Août à 12^h 36′ 12″, Mars observé au Méridien par M. Messier, suivoit l'étoile ε du Capricorne de 0^h 22′ 13″ de temps, paroissant de 12′ 42″ au midi; d'où j'ai conclu l'ascension droite de Mars 326^d 37′ 16″, la déclinaison 20^d 42′ 24″, la longitude $10^f 21^d$ 52′ 53″, la latitude 6^d 51′ 16″ australe : l'erreur de mes Tables — 27″ en longitude, + 24″ en latitude.

Le 13 Août à 12^h 11′ 37″, Mars suivoit l'étoile δ ♑ de 1^d 46′ 22″ $\frac{1}{2}$, étant plus méridionale de 3^d 58′ 22″; l'ascension droite de Mars étoit donc 10^f 25^d 18′ 52″, la déclinaison vraie 21^d 8′ 50″, la longitude $10^f 20^d$ 34′ 27″, la latitude 6^d 51′ 51″, l'erreur des Tables en longitude — 35″, & + 7″ en latitude.

Le 18 Août à 11^h 46′ 40″, Mars suivoit l'étoile γ de 0^h 8′ 47″ $\frac{1}{2}$, & l'étoile δ de 1′ 46″ $\frac{1}{2}$; la différence de déclinaison vraie étoit 3^d 48′ 12″ & 4^d 19′ 53″: ainsi l'on trouve par la première étoile l'ascension droite $10^f 23^d$ 59′ 16″, & 9″ de moins par l'autre. La déclinaison 21^d 30′ 26″, & 13″ de moins par δ.

Prenant un milieu, l'on a $10^f 23^d$ 59′ 11″ & 21^d 30′ 20″, ce qui donne pour la longitude 10^d 19′ 16″ 44‴, & pour la latitude 6^d 47′ 53″ $\frac{1}{2}$; l'erreur des Tables — 44″ & + 19″.

J'ai pris pour erreur moyenne des Tables — 40″ & + 17″; le mouvement du 13 au 18 est de 4^d 47′ 42″ pour le Soleil, & 1^d 17′ 34″ pour Mars, & la différence des longitudes le 12 de 32′ 8″; d'où il suit que l'opposition est arrivée le 13 Août à 1^h 40′ 26″ de Temps moyen dans

$10^{s}\ 20^{d}\ 41'\ 11''$, avec $6^{d}\ 52'\ 23''$ de latitude obſervée: l'erreur ſur la longitude héliocentrique eſt — $16''$.

OPPOSITION du 14 Décembre 1770.

Le 14 Décembre 1770, dans mon Obſervatoire du collége Mazarin, la différence d'aſcenſion droite entre Mars & Rigel à $11^{h}\ 54'\ 37''$ de temps moyen, fut obſervée de $25'\ 39'',5$ de temps, & ſa diſtance apparente au zénith $22^{d}\ 40'\ 44''$; de-là j'ai conclu ſa longitude $2^{s}\ 23^{d}\ 6'\ 38''$, & ſa latitude géocentrique $2^{d}\ 53'\ 0''$ boréale. Mes Tables donnent une longitude plus grande de $4'\ 39''$, & la latitude plus grande de 4 ſecondes ſeulement.

M. Caſſini le fils m'a communiqué auſſi les obſervations faites au mural de l'Obſervatoire royal : je vais les rapporter en entier. Il faut ajouter 3 ſecondes aux paſſages de Mars & de l'Étoile, & ôter 13 ſecondes de ceux du Soleil pour la déviation du mural; quant aux hauteurs, il y a $9'\ 36''$ environ à ôter de celles que marque cet inſtrument.

1770. Décemb.	5. Soleil....	$0^{h}\ 3'\ 56'',7$	
	6. Soleil....	0. 4. 25,2	
	6. Mars.....	12. 52. 33,5	$67^{d}\ 20'\ 15''$
	6. ε Gémeaux.	13. 39. 5.	66. 39. 45.
	9. Mars.....	12. 35. 43.	67. 24. 55.
	9. ε Gémeaux.	13. 27. 22,5	66. 39. 45.
	10. Mars.....	12. 30. 7.	67. 26. 20.
	10. ε Gémeaux.	13. 23. 31.	66. 40. 0.
	19. Soleil.....	0. 11. 8,5	
	19. Mars.....	11. 39. 35,5	67. 31. 0.
	19. ε Gémeaux.	12. 48. 29.	66. 40. 0.
	21. Soleil.....	0. 12. 10,5	

En ſuppoſant l'aſcenſion droite apparente de l'étoile ε des Gémeaux $97^{d}\ 27'\ 45'',5$, & ſa déclinaiſon $25^{d}\ 20'\ 4''$, je trouve la longitude de Mars $2^{s}\ 24^{d}\ 40'\ 34''$, & ſa latitude $2^{d}\ 44'\ 52''$, l'erreur de mes Tables en longitude — $4'\ 55''$ & — $19''$ en latitude, pour le 10 Mars à $12^{h}\ 17'\ 9''$, T. m.

M. Meſſier m'a communiqué auſſi les obſervations qu'il faiſoit à l'Obſervatoire de la Marine, hôtel de Clugny, avec l'inſtrument des paſſages que M. de l'Iſle y plaça en 1748. La déviation à 66^d 17′ de diſtance au pôle, eſt — 6″,7; à 69^d 15′, — 6″,4; à 76^d 18′, — 6″,2; à 86^d 4′, — 4″,3; à 110^d, — 1″,9, & à 113^d, + 0″,3.

A l'égard des diſtances au pôle indiquées ſur les diviſions du demi-cercle de cet inſtrument des paſſages, je trouve qu'au point de 66^d 40′, il faut ajouter 5′ 9″ à la diſtance au pôle obſervée, ſuivant l'obſervation du 12 Juin 1770, comparée avec celle que je fis au collége Mazarin le même jour avec un ſextant de 6 pieds bien vérifié au zénith. Par les obſervations de β du Taureau, rapportées ci-après & comparées au Catalogue de M. de la Caille, il ſemble qu'il faut ajouter à 61^d 40′ environ 5′ 45″; & à la diſtance de *Fomalhaut* 120^d 50′, il ne faut plus ajouter que 3′ 14″. Je trouve d'ailleurs une grande inégalité dans les diviſions de ce demi-cercle: ces inégalités mériteroient d'être conſtatées avec ſoin, à cauſe du nombre immenſe d'obſervations que M. Meſſier a faites avec cet inſtrument, & de celles que M. de l'Iſle & moi y avions faites depuis 1749. Toutes ces obſervations deviendront précieuſes quand on aura déterminé les erreurs des différens points de cette diviſion.

La pendule de M. Meſſier eſt réglée ſur les Étoiles fixes, & l'on voit par les obſervations ſuivantes qu'elle retardoit de 3 ſecondes par jour.

Les parties du micromètre ſont de 1000 pour 19′ 54″.

1770. Déc.	5.	Soleil.......	16^h 48′ 26″,9	
	6.	Soleil.......	16. 52. 45,5	
	6.	*Fomalhaut*...	22. 44. 59,5	120^d 50′ — 433½.
	6.	Mars........	5. 43. 24,2	64. 0 — 337.
	8.	Soleil.......	17. 1. 24,7	
	11.	Soleil.......	17. 14. 28,5	
	11.	Mars........	5. 32. 41,2	63. 50 — 247½.
	12.	Soleil.......	17. 18. 50,6	
	14.	Soleil.......	17. 27. 34,4	

1770. Déc.	14. *Fomalhaut*..	22h 44′ 35″,5	120d 50′ — 432.
	14. β Taureau..	5. 11. 39,2	61. 40 — 486.
	14. Mars.....	5. 29. 6,5	63. 50 — 322.
	14. μ Gémeaux.	6. 8. 54.	67. 20 — 130.
	14. ε Gémeaux.	6. 29. 39.	66. 40 — 309.
	14. *Sirius*.....	6. 34. 44,7	106. 30 — 548 ½.
	19. Soleil.....	17. 49. 25,3	
	19. β Taureau..	5. 11. 19.	61. 40 — 490.
	19. Mars.....	5. 20. 13.	63. 50 — 392 ½.
	19. μ Gémeaux.	6. 8. 33,5	67. 20 — 134.
	19. ε Gémeaux.	6. 29. 18.	64. 40 — 315.
	19. *Sirius*.....	6. 34. 24,5	106. 30 — 548.
	22. Soleil.....	18. 2. 36,2	
	22. Lyre.....	18. 28. 31,5	51. 30 — 583.

J'ai calculé trois de ces obſervations, celles du 6, du 14 & du 19.

Le 6 à 12h 39′ 37″ de temps moyen, l'aſcenſion droite du Soleil par les Tables, étant de 253d 44′ 41″, je trouve celle de Mars 85d 48′ 15″, & ſa déclinaiſon 26d 0′ 37″; ſa longitude 2ſ 26d 13′ 29″, & l'erreur des Tables — 4′ 42″.

Le 14 Décembre à 11h 54′ 50″, l'aſcenſion droite de β du Taureau étant de 77d 57′ 54″,6, je trouve celle de Mars 82d 19′ 44″; la déclinaiſon 26d 10′ 18″; la longitude 2ſ 23d 6′ 38″; la latitude 2d 53′ 18″; l'erreur de mes Tables — 4′ 35″.

Le 19 Décembre à 11h 26′ 40″, l'aſcenſion droite de Mars 80d 11′ 24″,5; & ſa déclinaiſon 26d 11′ 38″; ſa longitude 2ſ 21d 11′ 37″; l'erreur des Tables — 4′ 33″.

Je ſuppoſerai donc l'erreur de mes Tables 4′ 36″; ainſi, le 14 Décembre à 11h 54′ 50″, la longitude géocentrique de Mars étoit 2ſ 23d 6′ 40″, plus petite de 1′ 54″ que celle du Soleil; la ſomme des mouvemens géocentriques de Mars & de la Terre étoit de 6d 59′ 34″ du 14 au 19: ainſi, l'oppoſition eſt arivée le 14 Décembre 1770 à 12h 27′ 19″, temps moyen, à 2ſ 23d 7′ 11″, avec 2d 53′ 7″ de latitude géocentrique boréale.

OPPOSITION du 23 Février 1775.

J'ai calculé mes obſervations des 15, 18, 19, 24, 26 & 27 Février; je ne rapporterai que les trois dernières, à commencer du jour de l'oppoſition.

Le 24 Février 1775, à $12^h\ 13'\ 51''$ de temps moyen, Mars paſſa au fil de ma lunette méridienne, place du Palais-royal, $36'\ 12''$ après *Regulus;* ſa diſtance au zénith étant de $35^d\ 0'\ 20''$; l'aſcenſion droite apparente de *Regulus* étoit $149^d\ 5'\ 56'',5$; celle de Mars $158^d\ 10'\ 23''$, & ſa déclinaiſon $13^d\ 50'\ 46''$; ſa longitude $5^f\ 4^d\ 40'\ 48''$, & ſa latitude $4^d\ 20'\ 41''$; l'erreur de mes Tables en longitude $-2'\ 38''$, & en latitude $+2''$.

Le 26 Février à $12^h\ 2'\ 52''$ de temps moyen, Mars paſſa $33'\ 9''$ après *Regulus*, à $34^d\ 44'\ 22''$ du zénith; ainſi ſon aſcenſion droite étoit $157^d\ 24'\ 12''$, & ſa déclinaiſon $14^d\ 6'\ 45''$; ſa longitude $5^f\ 3^d\ 53'\ 8''$, & ſa latitude $4^d\ 19'\ 0''$; l'erreur de mes Tables $-2'\ 52''$, & $-12''$.

Le 27 Février à $11^h\ 57'\ 30''$, Mars paſſoit $31'\ 35''\frac{3}{4}$ après *Regulus*, à $34^d\ 36'\ 47''$. Aſcenſion droite $157^d\ 1'\ 8''$, déclinaiſon $14^d\ 14'\ 20''$, longitude $5^f\ 3^d\ 29'\ 28''$, latitude $4^d\ 17'\ 49''$; erreur des Tables $-2'\ 25''$, & $-31''$.

Par un milieu entre cinq jours d'obſervations, j'ai ſuppoſé l'erreur des Tables $2'\ 42''$ ſouſtractive; ainſi le 23 Février à $8^h\ 57'\ 47''$, j'ai trouvé la longitude géocentrique corrigée $5^f\ 5^d\ 7'\ 48''$, plus grande de 14 ſecondes que celle de l'oppoſé du Soleil: la ſomme des mouvemens diurnes héliocentriques de Mars & du Soleil étoit de $1^d\ 24'$; ainſi l'oppoſition a dû arriver le 23 Février à $9^h\ 1'\ 46''$, temps moyen, dans $5^f\ 5^d\ 7'\ 44''$ de longitude, réduite à l'écliptique, avec une latitude géocentrique boréale de $4^d\ 21'\ 15''$.

OPPOSITIONS de Mars comparées avec mes Tables.

Années.	*Temps moyen.*	*Longitude sur l'orbite.*	*Longitude calculée.*	*Erreur des Tab.*
1755	30 Déc. 0h 0' 32"	3s 8d 35' 4"	3s 8d 36' 25"	— 1' 21"
1760	7 Mars 17. 44. 7	5. 18. 8. 21	5. 18. 8. 45	— 0. 24
1762	14 Avril 7. 40. 56	6. 24. 46. 5	6. 24. 45. 9	+ 0. 56
1764	1 Juin 1. 2. 10	8. 11. 23. 4	8. 11. 21. 52	+ 1. 12
1766	13 Août 1. 40. 26	10. 20. 41. 5	10. 20. 41. 21	— 0. 16
1768	25 Oct. 19. 35. 44	1. 3. 25. 9	1. 3. 27. 7	— 1. 58
1770	14 Déc. 12. 27. 19	2. 23. 8. 2	2. 23. 11. 3	— 3. 1
1773	20 Janv. 6. 12. 45	4. 1. 7. 34	4. 1. 8. 31	— 0. 57
1775	23 Févr. 9. 1. 46	5. 5. 7. 14	5. 5. 8. 18	— 1. 4

Les oppositions de 1764 & 1768, de 1770 & 1773, semblent indiquer que l'excentricité est trop forte dans mes Tables; l'opposition de 1770 annonce que l'époque des longitudes moyennes est aussi en excès: mais cette discussion fera le sujet du Mémoire suivant, sur les Élémens de l'orbite de Mars.



ÉLÉMENS
DE L'ORBITE DE MARS,
PAR LES DERNIÈRES OPPOSITIONS,
Calculés par une Méthode plus ſimple que celles qu'on a employées juſqu'ici.

Par M. DE LA LANDE.

15 Juillet 1775.

LA détermination d'une orbite planétaire par trois obſervations réduites au Soleil, eſt un problème dont les Aſtronomes & les Géomètres ſe ſont ſouvent occupés. La méthode indirecte que j'employai dans les Mémoires de 1755, *page 218*, me paroiſſoit juſqu'ici la plus exacte & la plus ſimple; mais en revenant ſur cet objet, pour perfectionner mes Tables du mouvement de Mars, j'ai reconnu qu'il y avoit un moyen de rendre le calcul incomparablement plus court. Voici le procédé appliqué à un exemple, dont tout le détail n'exige pas une heure de temps & une page de calcul, & ne ſuppoſe pas même qu'on ouvre les Tables de logarithmes. Ainſi, l'on pourra déterminer facilement toutes les orbites autant de fois qu'on aura d'obſervations priſes trois à trois, ſans qu'elles ſoient aſſujetties à être dans les apſides ou dans les moyennes diſtances.

OPPOSITIONS DE MARS.

Années.	*Temps moyen.*	*Longitude ſur l'orbite.*	*Anomalie ſuivant mes Tables.*	*Longitude moyenne ſuivant mes Tables.*
1762	14 Avril 7^h 40′ 56″	6^d 24′ 46″ 5‴	2^d 1′ 57″ 40‴	7^d 3′ 39″ 47‴
1764	1 Juin 1. 2. 10	8. 11. 23. 4	3. 20. 1. 42	8. 21. 46. 12
1766	13 Août 1. 40. 26	10. 20. 41. 5	5. 20. 49. 50	10. 22. 36. 47
1768	25 Oct. 19. 35. 44	1. 3. 25. 9	7. 22. 32. 3	0. 24. 21. 28
1770	14 Déc. 12. 27. 19	2. 23. 8. 1	9. 11. 6. 50	2. 12. 58. 38
1775	23 Févr. 9. 1. 46	5. 5. 7. 14	0. 3. 50. 17	5. 5. 46. 46

Je

Je commence par employer les oppoſitions de 1764, 1770 & 1775, dont les deux premières ſont vers les moyennes diſtances, & la troiſième vers l'aphélie. Le mouvement moyen de Mars & celui de l'aphélie devant être ſuppoſés connus dans ces ſortes de recherches, la différence d'anomalie moyenne entre la première & la troiſième obſervation, $8^s\ 13^d\ 48'\ 35''$, eſt une des données auxquelles il s'agit de ſatisfaire ; le mouvement vrai ou la différence des longitudes obſervées $8^s\ 23^d\ 44'\ 10''$ eſt auſſi donné : de même, entre 1770 & 1775, le mouvement vrai eſt $2^s\ 11^d\ 59'\ 13''$.

Première Hypothèſe.

En employant l'équation de l'orbite de Mars $10^d\ 42'\ 13''$, telle qu'elle eſt dans mes Tables, & les anomalies telles qu'elles ſont rapportées ci-deſſus, je trouve pour les temps de la première & de la troiſième obſervation, des longitudes vraies qui diffèrent de $8^s\ 23^d\ 46'\ 26''$, ou $2'\ 16''$ de trop. En augmentant de $10'\ 0''$ les anomalies, c'eſt-à-dire en ôtant 10 minutes des lieux de l'aphélie, je trouve 8 ſecondes ſeulement de trop; ainſi 10 minutes de diminution ſur l'aphélie accourciſſent de $2'\ 8''$ le mouvement vrai de 1764 à 1775; d'où il ſuit qu'en le diminuant de $10'\ 37''$, on aura la différence exacte de $8^s\ 23^d\ 44'\ 10''$, qui eſt donnée par obſervation. Cette quantité de $10'\ 37''$ ſe peut même trouver par une ſeule proportion, en diviſant les $2'\ 16''$ par $12'\ 49''$, ſomme des différences d'équations, pour un degré, vers $3^s\ 20^d$ & $0^s\ 4^d$ d'anomalie moyenne.

Seconde Hypothèſe.

En employant l'équation de l'orbite $10^d\ 40'\ 2''$, telle qu'elle eſt dans les Tables de Halley, plus petite que la mienne de $2'\ 11''$, l'aphélie ci-deſſus donne $8^s\ 23^d\ 44'\ 24''$, ou 14 ſecondes de trop; donc en diminuant l'aphélie de $1'\ 6''$, on aura la différence obſervée.

Ainſi, aux deux valeurs ſuppoſées pour la plus grande

équation, $\left\{\begin{array}{l} 10^d\ 42'\ 13'' \\ 10.\ 40.\ \ 2. \end{array}\right\}$ répondent deux corrections à faire aux lieux de l'aphélie $\left\{\begin{array}{l} -\ 10'\ 37'' \\ -\ \ 1.\ \ 6. \end{array}\right\}$ & ces deux hypothèses satisfont au mouvement vrai de 1764 à 1775. Toute autre équation intermédiaire, avec la correction de l'aphélie qui lui répondra proportionnellement, y satisferont également.

Je calcule donc dans chacune de ces deux hypothèses la seconde observation, de 1770, & je compare la longitude vraie calculée avec celle qui avoit été trouvée pour 1775 dans la même hypothèse; la différence des deux longitudes vraies qui doit être, suivant l'observation, de $2^d\ 11'\ 59''\ 13'''$, se trouve trop petite de 3′ 9″ dans la première hypothèse, & trop grande de 2 secondes dans l'autre; la somme 3′ 11″ est à celle $\left\{\begin{array}{l} \text{des équations } 2'\ 11'' \\ \text{des aphélies } 9.\ 31. \end{array}\right\}$ comme 2″ sont à $\left\{\begin{array}{l} 1'' \\ 6. \end{array}\right\}$ à ajouter aux nombres de la seconde hypothèse. Donc l'équation $10^d\ 40'\ 3''$ avec une correction de 1′ 12″ à ôter de l'aphélie de mes Tables, satisfont tout-à-la-fois aux deux intervalles d'observations.

Calculant en effet les trois longitudes dans cette nouvelle hypothèse, en prenant pour chaque équation une partie proportionnelle entre les nombres tirés des deux Tables, je trouve les quantités suivantes.

Années.	*Equation.*	*Longit. calculée.*	*Longitude observée.*	*Differ.*
1764	$10^h\ 22'\ \ 8''$	$8^s\ 11^d\ 24'\ \ 4''$	$8^s\ 11^d\ 23'\ \ 4''$	1′ 0″.
1770	10. 10. 23	2. 23. 9. 1	2. 23. 8. 1	1. 0.
1775	0. 38. 22	5. 5. 8. 14	5. 5. 7. 14	1. 0.

Ainsi le mouvement vrai calculé est d'accord avec les observations; mais toutes les longitudes calculées sont trop grandes de 1′ 0″, ce qui prouve que les époques des longitudes moyennes employées dans mes Tables, doivent être diminuées d'une minute.

On peut ainsi, par le moyen de deux Tables d'équation, pour deux excentricités différentes, corriger les trois élémens

d'une orbite quelconque avec trois obſervations d'une Planète réduites au Soleil & au plan de l'orbite de la Planète. Il n'y a que Mercure auquel cette méthode ne ſauroit s'appliquer, parce que ſes conjonctions n'ont été obſervées juſqu'ici que vers deux points de ſon orbite; mais avec les lunettes achromatiques dont on commence à ſe ſervir, on voit Mercure ſi près de ſes conjonctions que bientôt on en aura un aſſez grand nombre pour pouvoir y appliquer la méthode que je viens d'expoſer.

Il eſt donc utile d'avoir deux Tables d'équation pour chaque Planète, où l'on puiſſe voir la différence exacte des équations à chaque degré d'anomalie, qui n'eſt point proportionnelle aux équations elles-mêmes. Mes Tables, auſſi-bien que celles de Halley, étant calculées rigoureuſement ſuivant les loix de Képler, rempliſſent ſuffiſamment cet objet; d'ailleurs j'avois déjà publié des Tables de Mercure *(a)* & de Saturne *(b)*, pour deux excentricités différentes, parce que ce ſont les deux Planètes où l'incertitude eſt la plus conſidérable.

Les oppoſitions de 1762, 1766 & 1768, calculées de la même manière, m'ont donné $10^d\,40'\,36''$ au lieu de $10^d\,40'\,3''$, la correction de l'aphélie $+$ 53 au lieu de $-$ $1'\,12''$ & la correction des époques $-$ $24''$ au lieu de $-$ $1'\,0''$.

En prenant un milieu entre ces deux réſultats, on a la plus grande équation $10^d\,40'\,20''$, qui ne diffère de celle de Halley que de 18 ſecondes; la correction de l'aphélie pour mes Tables de 10 ſecondes ſeulement, ſouſtractive & $3'\,24''$ pour celles de Halley, enfin la correction des époques $-$ $42''$ pour mes Tables, ou 2 ſecondes pour celles de Halley.

La diſtance moyenne de Mars, calculée dans mes Tables 1,523693 avec l'équation $10^d\,40'\,20''$, donne pour excentricité 0,142114, la diſtance moyenne du Soleil étant priſe pour unité.

(a) Connoiſſance des Temps, *1767*.

(b) Mémoires de l'Académie, *année 1768*.

MÉMOIRE
SUR LES LONGITUDES DE VENISE, DE KIELL, Et de la Grand-combe des Bois.

Par M. DE LA LANDE.

Lû le 27 Mai 1775.

VENISE est une des grandes villes d'Italie où l'on a fait le moins d'Observations astronomiques : il étoit donc utile de profiter de l'observation que M. Boscovich fut à portée d'y faire le 23 Mars 1773, pour connoître mieux cette limite orientale de l'Italie.

Il avoit déterminé, par un gnomon fait avec soin, la latitude $45^d\ 27'\ 7''$ pour le clocher de Saint-Marc, & $45^d\ 27'\ 40''$ pour l'Observatoire du collége, dont le P. Panigaï est Directeur.

Le 23 Mars, il observa la fin de l'éclipse de Soleil à $6^h\ 31'\ 22''$ du matin, avec une lunette ordinaire de 14 pieds, très-bonne, & par un temps parfaitement serein; quoique les vapeurs de l'horizon causassent quelques ondulations dans le bord du Soleil, il croit que cette observation est certaine à 2 ou 3 secondes près : la pendule du petit Observatoire du collége de Venise fut réglée les 22 & 23 par un bon nombre de hauteurs correspondantes du Soleil.

Cette Éclipse fut observée à Péterbourg; M. Rumowski marqua la fin à $8^h\ 19'\ 19''$; M. Lexell $23''$; M. Kraft $30''$; M. Mougin, Prêtre du diocèse de Besançon, Vicaire en chef à la Grand-combe des Bois, dix lieues à l'est-sud-est d'Ornans en Franche-comté, qui s'occupe depuis long-temps d'Astronomie, sous une latitude de $47^d\ 7'$ & $18'\ 14''$ à l'orient de Paris, l'observa à $6^h\ 11'\ 30'''$.

M. de Ratte à Montpellier $5^h\ 59'\ 1''$.

M. Pingré à Paris $5^h\ 57'\ 33''$, réduit à l'Observatoire royal;

M. Meſſier à $5^h\ 56'\ 29''$, au collége de Louis-le-Grand.

M. le Gentil à $5^h\ 56'\ 19''$.

M. du Vaucel à $5^h\ 56'\ 21''$; mais le Soleil étoit mal terminé & ſi ondoyant, qu'on croyoit voir des parties de ſa circonférence ſe détacher, & cette obſervation peut être douteuſe à 8 ou 10 ſecondes. Suppoſant le temps vrai de la conjonction à $5^h\ 30'\ 7''$, comme M. du Vaucel l'a trouvé par ſon obſervation, le mouvement horaire de la Lune en longitude $30'\ 6'',4$, & en latitude $2'\ 45'',9$, la parallaxe horizontale polaire $54'\ 26''$, & la latitude en conjonction $42'\ 14''$, je trouve la parallaxe à Veniſe $54'\ 33'',2$; l'angle de la verticale avec le rayon de la Terre $15'\ 0'',6$; la hauteur apparente de la Lune $5^d\ 59'\ 57''$; & en ſuivant ma méthode pour les Éclipſes, ſa diſtance apparente au Soleil $31'\ 14'',5$; la ſomme des demi-diamètres apparens étoit de $30'\ 59''$: ainſi la diſtance calculée eſt trop grande de $15'',5$, en ſuppoſant la différence des Méridiens $38'\ 58''$; j'ai trouvé enſuite que cette diſtance changeoit de 26 ſecondes par minute; d'où il s'enſuit que la différence des Méridiens de Paris à Veniſe eſt de $38'\ 22''$ par cette obſervation.

Pour l'obſervation de M. Lexell à Péterſbourg, je trouve la parallaxe $54'\ 29'',8$, l'angle de la verticale $13'\ 1''$, la hauteur du Soleil $17^d\ 40'\ 52''$, la hauteur apparente de la Lune $17^d\ 27'\ 33''$, la différence apparente d'azimuth $28'\ 9'',1$, & la diſtance apparente $31'\ 6'',4$ trop grande de $4'',7$, qui ſont à peu-près $11''$ de temps.

Ainſi la conjonction pour Paris eſt arrivée à $5^h\ 30'\ 18''$, ſuivant cette obſervation de Péterſbourg; & ſuppoſant la différence des Méridiens de Péterſbourg & de Paris exactement connue de $1^h\ 51'\ 58''$, il s'enſuit que celle de Veniſe eſt de $38'\ 11''$; le milieu entre ces deux déterminations eſt de $38'\ 16''\frac{1}{2}$, plus petite de $41''\frac{1}{2}$ que celle dont on faiſoit uſage dans nos Tables aſtronomiques. On voit dans les *Éphémérides de Berlin* pour 1776, que M. Lexell avoit ſuppoſé la conjonction à $7^h\ 22'\ 5''$, au lieu de $7^h\ 22'\ 16''$ que

j'ai trouvé, ce qui donne auſſi 38′ 22″ pour la longitude de Veniſe.

Je joins ici des obſervations des Satellites de Jupiter, faites par M. Mougin à la Grand-combe des Bois, & qui peuvent ſervir à conſtater la différence des Méridiens entre Paris & l'un des lieux où l'on a obſervé l'Eclipſe dont il s'agit.

Le 5 Octobre 1774.	Immerſiou du 3.ᵉ Satellite...	10^h 0′ 48″.
	Immerſion du 1.ᵉʳ Satellite...	10. 40. 52.
Le 21 Octobre 1774.	Immerſion du 1.ᵉʳ Satellite...	9. 1. 37.
	Immerſion du 2.ᵉ Satellite...	10. 16. 16.

M. du Séjour, par la fin de l'Éclipſe de 1764, obſervée à Murano, a trouvé 38′ 59″ : or Murano eſt, ſuivant une Carte des environs de Veniſe, dix-huit cents toiſes à l'orient du clocher de S.ᵗ Marc, ce qui, ſur le parallèle de 45^d 27′, fait 11 ſecondes de temps; ainſi Veniſe ſeroit à 38′ 48″ du Méridien de Paris; mais j'ignore ſi cette obſervation de Murano a été faite par un Aſtronome qui ait réglé ſa pendule par des hauteurs correſpondantes, & ſi la Carte eſt exacte.

Le paſſage de Vénus arrivé en 1769, nous a fait connoître l'Obſervatoire de Kiell, dans le Holſtein ſur la mer Baltique, où M. Ackermann a obſervé ce paſſage, & en même temps l'Éclipſe du 3 Juin ſous la latitude de 54^d 22′ 25″; il vit le contact intérieur de Vénus à 8^h 7′ 23″, & la fin de l'Eclipſe à 21^h 15′ 8″. Voyez l'Ouvrage intitulé, *Commentarius obſervationum Phyſico-Aſtronomicarum auctore, J. Fred. Ackermann. Med. & Phyſ. Profeſſore & Obſervatorii Aſtronomici Directore. Kiliæ Holſatiorum, 1770.*

Comme cette ville ne ſe trouve point parmi le grand nombre de celles dont M. du Séjour a donné les longitudes (*Mémoires de l'Acad. 1772. Connoiſſance des Temps 1775*); je vais donner ici le réſultat de l'éclipſe de Soleil.

Je ſuppoſe la conjonction pour Paris à 20^h 30′ 38″ dans 2^s 13^d 51′ 55″, avec 55′ 27″ de latitude, comme je l'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie, pour 1769.

La différence des mouvemens horaires étoit 31′ 33″,5, le mouvement en latitude décroissante 3′ 28″, le demi-diamètre de la Lune diminué de 4 secondes & demie, pour l'inflexion 16′ 39″,5; celui du Soleil 15′ 47″, la différence des parallaxes 61′ 8″, la déclinaison du Soleil 22^{d} 29′ 32″ à l'heure de cette observation. J'ai trouvé la hauteur du Soleil 45^{d} 42′ 30″, l'angle de position 6^{d} 52′ 29″, l'angle parallactique 26^{d} 28′, la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde aplati 42′ 35″; enfin la distance apparente de 32′ 42″ à 8^{h} 46′ 29″ pour Paris, ce qui donne la conjonction pour Kiell 8^{h} 59′ 18″, & la différence des Méridiens 28′ 39″ entre Paris & Kiell.



OPPOSITION DE JUPITER ET DE SATURNE,

Le 1.er Novembre 1774 & le 25 Mars 1775.

Par M. DE LA LANDE.

Lû le 27 Mai 1775.

J'ÉTOIS absent au mois de Novembre dernier, lorsque Jupiter a été en opposition; je me servirai de deux observations que M. Messier m'a communiquées pour calculer cette opposition, & je m'en sers avec d'autant plus de confiance, que ces deux observations s'accordent très-bien entr'elles.

Le 1.er Novembre à 11h 51′ 53″, la différence d'ascension droite entre Jupiter & Aldébaran, étoit de 26d 29′ 49″, & la différence de déclinaison 2d 7′ 42″; par rapport à l'étoile γ du Taureau, la différence étoit 22d 29′ 34″, & 1d 9′ 28″. J'en ai conclu la longitude de Jupiter 1f 11d 15′ 17″, & sa latitude australe 1d 22′ 53″; l'erreur de mes Tables en longitude — 5′ 22″, & en latitude — 40″.

Le 2 Novembre à 11h 47′ 26″ temps moyen, la différence étoit par rapport à Aldébaran 26d 38′ 0″, & 2d 10′ 8″, par rapport à γ 22d 37′ 55″, & 1d 11′ 50″; la longitude 1f 11d 7′ 4″, & la latitude 1d 22′ 45″; l'erreur des Tables — 5′ 28″, & — 41″.

Ayant pris un milieu entre ces deux erreurs, & ayant corrigé les Tables, j'ai trouvé que l'opposition vraie étoit arrivée le 2 Novembre à 20h 56′ 56″, à 1f 11d 2′ 37″ de longitude, avec 1d 22′ 42″ de latitude australe; l'erreur des Tables — 5′ 25″ en longitude, & — 40″ pour la latitude géocentrique.

Je joindrai à cette opposition de Jupiter, celles des quatre années précédentes, observées & calculées par M. Darquier, à Toulouse, en attendant qu'il en publie le détail dans le Recueil

Recueil de ſes Obſervations *. Les Temps ſont réduits au Méridien de Paris.

	Le 9 JUIN 1770,	*Le 14 JUIL. 1771*	*Le 19 AOÛT 1772*	*Le 26 SEP. 1775*
Temps m. de l'Oppoſ.	*à 22h 2′ 19″*	*à 20h 48′ 24″*	*à 18h 48′ 44″*	*à 15h 21′ 43″*
Longitude.	8ſ 19d 25′ 35	9ſ 22d 32′ 10″	10ſ 27d 40′ 26″	0ſ 4d 16′ 52″
Latitude géocentrique.	0. 0. 31. 25 B.	0. 0. 24. 32 A.	0. 1. 15. 28 A.	0. 1. 9. 12 A.
Anomalie moyenne. .	2. 14. 0. 0	3. 17. 3. 0	4. 20. 42. 0	5. 24. 10. 0
Diſt. hélioc. à Saturne.	4. 15. 0. 0	5. 4. 0. 0	3. 25. 0. 0	5. 13. 0. 0

OPPOSITION de Saturne.

Le 13 Mars 1775, à 13h 1′ 56″ de temps moyen, Saturne précédoit à ma lunette méridienne l'étoile γ de la Vierge de 0h 2′ 18″ ½, & ſa diſtance apparente au Zénith de mon Obſervatoire, place du Palais-royal, étoit de 48d 55′ 44″ avec un quart-de-cercle de 3 pieds.

Suppoſant l'aſcenſion droite apparente de cette Étoile 6ſ 7d 34′ 41″, je trouve que la longitude de Saturne étoit de 6ſ 6d 28′ 30″, & ſa latitude boréale 2d 40′ 0″; mes Tables donnent pour cette heure-là 8′ 47″ de trop en longitude, & 28 ſecondes de trop en latitude.

Le 15 Mars à 12h 53′ 47″, par des hauteurs correſpondantes de *Regulus* & de Saturne, leur différence d'aſcenſion droite étoit de 2h 30′ 39″,5 ; la Pendule avançoit de 7 ſecondes par jour, & l'aſcenſion droite de *Regulus* étoit 149d 5′ 47″ ½, ce qui donne 186d 51′ 46″ pour l'aſcenſion droite de Saturne. Le même jour au paſſage par le Méridien, la diſtance de Saturne au Zénith étoit de 48d 54′ 19″, ce qui donne 0d 3′ 41″ de déclinaiſon auſtrale ; l'erreur des Tables en longitude — 8′ 52″, & en latitude — 17″.

* Ce Recueil de M. Darquier a été imprimé ſous ce titre : *Obſervations aſtronomiques faites à Toulouſe, par M. Darquier, Aſſocié de l'Académie royale des Sciences, Inſcriptions & Belles-Lettres de la même ville, & Correſpondant de l'Académie royale des Sciences de Paris. A Avignon, chez Jean Aubert, 1777, 328 pages in-4.°* On le trouve à Paris, chez Laporte, Libraire, rue des Noyers. Ce Recueil intéreſſant contient auſſi la réduction des obſervations, leurs réſultats, & leurs comparaiſons avec les Tables qui ſont dans mon *Aſtronomie.*

Le 23 Mars à $12^h 20' 5''$ de temps moyen, Saturne ſuivoit l'étoile η de la Vierge de $0^h 16' 42'' \frac{1}{2}$, & ſa diſtance au Zénith étoit de $48^d 38' 17'' \frac{1}{2}$. Suppoſant l'aſcenſion droite apparente de l'Étoile $182^d 6' 25''$, je trouve pour Saturne la longitude $6^f 5^d 42' 11''$, & l'erreur des Tables — $9' 11''$, & — $50''$.

Les autres obſervations donnent pour l'erreur des Tables, les quantités ſuivantes.

Le 10....	9′	4″	& 28‴
17....	8.	58.	34.
18....	8.	52.	36.
24....	9.	4.	
26....	9.	8.	47.
27....	8.	56.	45.

J'ai donc ſuppoſé par un milieu, ces erreurs de $8' 58''$ en longitude, & de 36 ſecondes en latitude; ayant appliqué ces quantités au calcul des Tables pour le 25, j'ai trouvé qu'à $20^h 35' 48''$ temps moyen, le point oppoſé au Soleil & le lieu de Saturne étoient enſemble à $6^f 5^d 30' 24''$, & que la latitude géocentrique boréale de Saturne étoit de $2^d 40' 38''$ vue de la Terre, ou $2^d 23' 31''$ vue du Soleil, au moment de l'oppoſition vraie.



MÉMOIRE
SUR
L'ACTION DU FLUIDE ÉLECTRIQUE, SUR LES CHAUX MÉTALLIQUES.

Par M.rs BRISSON & CADET.

EN 1758, le P. Beccaria, des Écoles-pies, publia à Turin, des expériences d'après lesquelles il conclut que les chaux des métaux se revivifient & reparoissent sous une forme métallique, par la seule action du fluide électrique : ce fluide produisant sur ces chaux le même effet que celui qu'y produit le phlogistique des Chimistes.

Lû à l'Académie, le 15 Nov. 1775. Remis le 8 Mars 1777.

Depuis ce temps-là, d'autres Physiciens ignorant ce que le P. Beccaria avoit publié sur cette matière, ont cru avoir fait la même découverte. Ils ont mis à l'épreuve le *minium*, la céruse, la chaux de bismuth, le safran de mars, la potée d'étain, la chaux de zinc, & même le verre de plomb *(a)*, & ont assuré que toutes ces chaux, excepté le safran de Mars, ont été revivifiées, & ont reparu sous une forme métallique par la seule action du fluide électrique. Nous verrons bientôt pourquoi le safran de mars a été excepté.

On avoit placé les chaux entre deux cartes ; & après avoir établi la communication nécessaire, par le moyen de petites lames d'étain qui servoient de conducteurs, on fixa le tout dans une presse de bois, & l'on fit passer la commotion au travers ; on trouva sur les cartes du métal en grenaille, & une portion de la chaux noircie. Craignant que cet effet ne fût dû au phlogistique de la matière végétale qui compose les cartes, on répéta toutes les expériences en substituant des

(a) Mémoire sur la réduction des chaux métalliques par le feu électrique. *Observations, &c. par M. l'abbé Rozier, Août 1774, page 146.*

lames de verre aux cartes, & l'on eut les mêmes résultats; ces apparences firent donc croire que le fluide électrique avoit en effet la propriété de revivifier les chaux métalliques.

Mais ayant observé qu'il ne se trouvoit de métal en grenaille que lorsque les conducteurs étoient fondus, nous pensames que toute cette grenaille pouvoit bien n'être produite que par la fusion des lames d'étain qui servoient de conducteur, & que c'étoit-là la raison pour laquelle le safran de mars n'avoit point paru réduit : en effet, il eût été difficile de prendre de la grenaille d'étain pour du fer, au lieu qu'au premier coup-d'œil elle ressemble à de la grenaille de plomb, de bismuth ou de zinc.

Pour nous assurer davantage de ce fait, nous répétames les expériences, en nous servant, pour conducteurs, de lames d'or, au lieu de lames d'étain; alors quelle que fût la chaux que nous éprouvions, nous n'eumes que de la grenaille d'or; on ne peut donc pas disconvenir que toute cette grenaille ne soit dûe qu'à la fusion des conducteurs, & non à la revivification des chaux.

Il restoit à savoir si la couleur noire ou seulement noirâtre, qui se trouvoit dans quelques expériences sur quelques petites portions de la chaux, étoit une véritable réduction de cette chaux.

C'est pour savoir à quoi nous en tenir sur cette matière, & pour tâcher de découvrir la vérité, unique objet de nos travaux, que M. Cadet & moi avons répété de nouveau la plupart de ces expériences, & y en avons ajouté beaucoup d'autres, dans lesquelles nous avons varié les supports & les conducteurs, & qui nous paroissent prouver d'une manière non équivoque que le fluide électrique seul n'a en aucune façon la propriété de réduire les chaux métalliques.

Nous pouvons nous tromper: sitôt qu'on nous le prouvera, nous conviendrons sur le champ de notre erreur. Quels rapides progrès n'eût pas fait la Physique, si des systèmes élevés sur des observations précipitées & des apparences trompeuses, eussent été abandonnés par leurs Auteurs aussitôt qu'on leur

en a démontré l'insuffisance ou la fausseté? Mais on attache communément tant de gloire à découvrir ! un système qu'on a enfanté, bon ou mauvais, est si flatteur pour l'amour-propre, qu'avouer ses erreurs en pareil cas, fut toujours pour les Savans le plus pénible des sacrifices ! C'est pourtant ce sacrifice qu'il faut faire, si l'on veut arriver à la vérité; & c'est celui que nous ferons, M. Cadet & moi, si l'on nous en fait voir la nécessité.

Parmi les expériences que nous allons rapporter, la première, la seconde, la troisième, la onzième & la quinzième font partie de celles qui ont été faites par les Physiciens qui nous ont précédés dans cette carrière : toutes les autres nous appartiennent.

Pour ces expériences, nous nous sommes servis de ma machine électrique, composée d'un plateau de glace de 30 pouces de diamètre, porté sur un axe de cuivre, & frotté de chaque côté par deux coussins de 8 pouces de long, & de 3 pouces de large, & armé d'un conducteur de cuivre de 4 pouces de diamètre, de 6 pieds de long, en comptant l'arc qui porte les godets, & dont les boules qui le terminent ont 6 pouces de diamètre. Nous y avons adapté une grande batterie, composée de six vases de verre de 9 pouces de diamètre, & autant de hauteur, garnis dehors & dedans de lames d'étain minces, dans l'étendue d'environ chacun un pied & demi quarré de surface, & tous réunis dans une boîte de bois, doublée de même de lames d'étain, & sur un des petits côtés de laquelle est une plaque de cuivre, communiquant avec la doublure de la boîte, & courbée à angle droit, pour servir de support aux objets qu'on veut soumettre à l'expérience. Toutes nos préparations ont été placées dans le temps de l'expérience, entre deux forts cartons dans une petite presse de bois, afin que rien ne fût dérangé; & pour chaque expérience, on a fait faire au plateau environ cent tours.

I.re Expérience.

Nous avons placé un peu de céruse entre deux cartes à jouer, & avons établi la communication avec deux petites lames d'étain terminées en pointe, qui servoient de conducteurs, & se présentoient l'une à l'autre par leurs pointes. Le

tout a été placé dans la presse, & l'on a fait communiquer une des lames d'étain à la plaque de cuivre de la boîte de la batterie, tandis que l'autre communiquoit à l'excitateur qui tiroit l'étincelle du premier conducteur.

Effets. Après la commotion, qui a été très-violente, une petite portion de la céruse, placée entre les deux lames d'étain, s'est trouvée noircie; les extrémités des deux lames d'étain se sont trouvées fondues, & au moyen d'une loupe, on vit clairement sur la carte plusieurs petites parcelles de métal en grenaille : nous pensames, comme nous l'avons dit ci-dessus, que cette grenaille n'avoit été produite que par la fusion des lames d'étain, & non par la réduction de la céruse. Pour nous en assurer, nous fimes l'expérience suivante.

II.e Expérience. Nous plaçames de la céruse entre deux cartes, comme dans l'expérience précédente, avec cette seule différence que nous substituames aux lames d'étain, deux lames d'or pour servir de conducteurs.

Effets. Une petite portion de la céruse fut encore noircie; les extrémités des deux lames d'or se trouvèrent fondues, & nous ne trouvames sur la carte d'autre grenaille, que de la grenaille d'or; ce qui nous confirma dans notre opinion, savoir que la grenaille n'est dûe qu'à la fusion des conducteurs. A l'égard de la couleur noire que prend quelquefois la chaux, est-ce une véritable réduction? & au cas que c'en soit une, est-elle produite par le fluide électrique? C'est ce que nous apprendrons par la suite de ce Mémoire.

III.e Expérience. Nous avons mis entre deux lames de verre blanc, une pincée de verre de plomb très-pur, très-blanc, & réduit en poudre, & nous avons établi la communication avec deux petites lames d'or très-pur, & qui se présentoient l'une à l'autre par leurs pointes.

Effets. Par la commotion, les lames de verre se sont éclatées en plusieurs morceaux; cependant la partie où étoit placé le verre de plomb, n'ayant pas été détruite, nous avons trouvé une portion du verre de plomb noircie; les extrémités des deux lames d'or fondues & de petites parcelles d'or en

grenailles, mais il n'y avoit aucune parcelle de grenaille de plomb; & ayant examiné au microſcope le verre de plomb noirci, nous avons vu que le noir n'étoit que ſuperficiel, & chaque grain du verre de plomb avoit conſervé ſa tranſparence. Nous avons répété pluſieurs fois la même expérience, & avons eu toujours le même réſultat, toutes les fois qu'on a pu le voir; car il y a un grand nombre de nos expériences dont nous ne dirons rien, parce que la force de la commotion a tellement briſé les lames de verre qui ſervoient de ſupport, qu'il n'a pas été poſſible de rien voir. Je ne parlerai donc que de celles dont les réſultats étoient aſſez apparens.

Nous avons encore mis à l'épreuve ce même verre de plomb, entre deux lames de verre blanc; mais aux lames d'or qui ſervoient de conducteurs, nous avons ſubſtitué deux lames de ce cuivre mince appelé *oripeau ou clinquant*. IV.e Expérience.

Les deux lames de verre ont été briſées, mais non pas aſſez pour qu'on n'y pût rien voir; les extrémités des deux conducteurs ont été fondues & norcies; une portion du verre de plomb a été auſſi noircie; mais ces grains de verre de plomb noircis, vus au microſcope, ſe ſont trouvés parfaitement tranſparens, comme la portion qui n'avoit pas été altérée; dans les fragmens du verre, il s'en eſt trouvé de petites portions décompoſées à la ſuperficie & entourées des couleurs de l'iris. Effets.

Nous avons encore répété la même expérience, & avec la même préparation. V.e Expérience.

Dans celle-ci, les conducteurs ne ſe ſont point fondus: auſſi ne s'eſt-il rien trouvé de noirci ni altéré en aucune façon; ce qui nous a fait ſoupçonner que le noir étoit fourni par les conducteurs, & non pas par le fluide électrique. Nous verrons bientôt ce ſoupçon amplement confirmé. Effets.

Nous avons encore éprouvé le même verre de plomb entre deux lames de verre blanc, avec des conducteurs de fer à la place de ceux de cuivre ou d'or. VI.e Expérience.

Les pointes des deux conducteurs de fer ſe ſont trouvées un peu altérées; tout près de ces pointes, il s'eſt trouvé une Effets.

petite portion du verre de plomb ramaſſée en grumeaux qui repréſentoient une fuſion en état de frite; car ils ſe briſoient ſous les doigts, & vus au microſcope, ils ne préſentoient que les grains du verre de plomb tranſparens, comme ceux qui n'avoient point été attaqués.

Il s'eſt trouvé en ces endroits, comme dans la quatrième expérience, de petites portions des lames de verre décompoſées à la ſuperficie, & entourées des couleurs de l'iris.

Il eſt bon de remarquer que dans cette expérience, il n'y a rien eu de noirci, ſans doute parce que les conducteurs ont été trop peu altérés.

VII.e Expérience. Nous avons enſuite mis à l'épreuve des fleurs de zinc: en ayant placé une pincée entre deux lames de verre blanc, avec des conducteurs de fer, nous avons fait paſſer la commotion au travers.

Effets. Les bouts des conducteurs ont été un peu fondus; une petite portion des fleurs de zinc s'eſt trouvée un peu noircie; le verre a été attaqué & décompoſé à la ſuperficie, & autour de ces endroits décompoſés, il y avoit des couleurs de l'iris.

VIII.e Expérience. Nous avons enſuite mis de la chaux de zinc entre deux lames de talc, & nous avons établi la communication avec deux lames d'or.

Effets. Par la commotion, les extrémités des deux lames d'or ont été fondues & réduites en grenailles; & une petite portion de la chaux a été noircie, mais foiblement.

IX.e Expérience. Nous avons de même mis de la chaux d'étain entre deux feuilles de talc, & la communication a été établie avec deux lames d'or.

Effets. Nous avons eu le même réſultat que celui de l'expérience précédente.

X.e Expérience. Après quoi nous avons éprouvé le *minium* entre deux lames de talc, & nous avons mis deux petites lames d'or pour ſervir de conducteurs.

Effets. Les conducteurs ne ſe ſont pas trouvés fondus, quoique la commotion ait été très-forte: auſſi aucune partie du *minium* n'a été noircie; mais une petite portion de cette chaux métallique

métallique s'étoit incrustée dans le talc, & avoit formé une espèce d'enduit vitreux, jaune, raboteux, qu'on ne pouvoit méconnoître pour du verre de plomb. C'est ici qu'on doit reconnoître l'action du fluide électrique, & l'effet dont il est capable; les conducteurs n'y ont contribué en rien, puisqu'ils n'ont pas été altérés; l'action de ce fluide a vitrifié le *minium*, effet bien opposé à sa réduction.

Nous avons éprouvé une pincée du même *minium* entre deux lames de verre blanc, au lieu de talc; & la communication a été établie avec deux lames d'or. XI.e Expérience.

Les extrémités des deux lames d'or, qui étoient un peu trop proches l'une de l'autre, se sont trouvées fondues & incrustées dans le verre; & le tour de la portion incrustée étoit très-noir. Par-tout ailleurs le *minium* étoit demeuré rouge. Effets.

Nous avons ensuite passé à l'examen de la chaux de fer; pour cela nous avons pris de l'ocre précipitée du vitriol de Mars par l'alkali fixe; mais craignant que cette ocre ne contînt quelques portions de matière étrangère capable de lui fournir du phlogistique, nous l'avons fait rougir & calciner; elle n'est point devenue attirable à l'aimant, d'où nous avons conclu qu'elle ne contenoit rien de capable de lui fournir du phlogistique. XII.e Expérience. Effets.

Nous avons donc mis une pincée de cette ocre, ainsi calcinée, entre deux lames de talc, & nous avons établi la communication avec deux lames d'or. XIII.e Expérience.

Par la commotion, l'ocre n'a pas changé sensiblement de couleur; elle est seulement devenue un peu plus foncée; & aucune partie ne s'est trouvée attirable à l'aimant. Effets.

Nous avons répété la même expérience, en substituant aux lames de talc, deux lames de verre blanc. XIV.e Expérience.

Nous avons eu le même résultat, aucune parcelle de l'ocre ne s'est trouvée attirable à l'aimant, quoique la commotion ait été assez violente pour mettre les deux lames de verre en pièces. Effets.

Nous avons mis entre deux lames de verre blanc, du mercure XV.e Expérience.

précipité *per ſe*, & nous avons établi la communication avec deux petites lames d'or.

Effets. Après la commotion, les extrémités des deux lames d'or ſe ſont trouvées fondues & réduites en grenaille très-fine; quelques portions du mercure précipité *per ſe* ſe ſont fondues; le bout d'une des lames d'or a été blanchi; il s'eſt auſſi trouvé ſur la lame de verre une pouſſière blanche très-fine, parmi laquelle nous avons vu quelques globules de mercure coulant, qui ont blanchi une lame d'or qu'on a paſſée légèrement par-deſſus.

On ne peut pas nier qu'il n'y ait ici du métal revivifié; mais cela prouve-t-il que le fluide électrique peut tenir lieu du phlogiſtique des Chimiſtes, & en faire les fonctions? Non aſſurément. On ſait que le mercure précipité *per ſe*, expoſé à un degré de chaleur capable de le faire évaporer, ſe réduit en entier en mercure coulant, & cela ſans qu'il ſoit beſoin d'aucun intermède : l'expérience en a été faite dernièrement chez M. Cadet d'une manière bien authentique, en préſence des Commiſſaires nommés par l'Académie. Il eſt donc arrivé dans notre expérience, que le fluide électrique, par la propriété qu'on lui connoît de diviſer certains corps juſqu'à l'évaporation, a produit cet effet ſur le mercure précipité *per ſe*, & que par cela ſeul le mercure a repris ſon éclat : c'eſt donc par cette propriété qu'a le fluide électrique, & non pas par celle de ſuppléer le phlogiſtique des Chimiſtes qu'il n'a pas, que le mercure précipité *per ſe* eſt redevenu mercure coulant.

Ne pouvant pas diſconvenir de ces faits, on nous a objecté que le noir dont ſe trouvent imprégnées les chaux métalliques dans la plupart de ces expériences, eſt une véritable réduction de ces chaux, & que ce noir eſt produit par le fluide électrique ſeul; nous, au contraire, avons penſé que ce noir étoit fourni par les conducteurs de métal qui ſervoient à établir la communication, puiſque lorſque ces conducteurs n'ont point été altérés, comme dans les expériences V & X, il n'y a eu rien de noirci, quelque violente qu'ait été la

commotion. Pour nous en aſſurer davantage, nous avons ſait les expériences ſuivantes.

Nous avons mis du *minium* entre deux lames de verre blanc, & au lieu d'établir la communication avec deux lames de métal, nous y avons employé deux lames de carton mouillé. XVI.e Expérience.

Après la commotion, il s'eſt trouvé du *minium* & du maſſicot incruſté dans le verre : ce qui prouve bien que la chaux a été pénétrée par le fluide électrique. Malgré cela il n'y a eu rien de noirci, & le reſte du *minium* s'eſt trouvé dans le même état où il étoit auparavant. Effets.

Nous avons répété la même expérience, en mettant moins de *minium*, & des lames de carton plus minces. XVII.e Expérience.

Nous avons eu le même réſultat. Effets.

Il eſt bien prouvé par ces deux expériences, que le fluide électrique a pénétré la chaux métallique, puiſqu'il s'en trouve une portion incruſtée dans le verre; cependant il n'y a rien de noirci, & par conſéquent rien de réduit. Cela nous autoriſe donc de plus en plus à penſer que le noir qui s'eſt trouvé dans les autres expériences, a été fourni par les lames de métal qui ſervoient à établir la communication.

Quoiqu'on ſache que les chaux métalliques peuvent ſe réduire par la voie humide, nous avons cependant craint que l'humidité ne fût nuiſible dans les circonſtances préſentes. En conſéquence, pour établir la communication, nous avons employé des ſubſtances, qui, quoiqu'elles contiennent en elles-mêmes de l'humidité, n'en communiquent pas aux chaux qu'elles touchent.

Nous avons donc placé ſucceſſivement, entre deux lames de verre blanc, du *minium*, des fleurs de zinc, & du verre de plomb; & nous avons établi la communication avec deux cuiſſes de grenouilles. XVIII.e Expérience.

Quoique les commotions aient été très-violentes, il ne s'eſt trouvé rien de noirci, & les chaux métalliques n'ont ſouffert aucune altération. Effets.

Nous avons encore éprouvé le verre de plomb, placé entre XIX.e Expérience.

deux lames de verre blanc; & la communication a été établie avec deux morceaux d'une petite branche de pommier verd, ou nouvellement coupée à l'arbre.

Effets. Après la commotion, une petite portion du verre de plomb s'eſt trouvée noircie; mais ce noir n'a été que ſuperficiel, & le verre de plomb a conſervé ſa tranſparence. L'endroit correſpondant des lames de verre, qui ſervoient de ſupport, étoit marqué d'une tache noirâtre, mais il y avoit auſſi de pareilles taches à des endroits où il n'y avoit point de verre de plomb, & qui n'avoient été touchés que par le bois.

On pourroit nous objecter que dans cette expérience il y a de la chaux noircie, & par conſéquent réduite, ſans qu'on ſe ſoit ſervi de conducteurs métalliques.

Voyons 1.° ſi ce noir prouve une véritable réduction; 2.° s'il eſt produit par le ſeul fluide électrique. Pour cela nous avons fait les expériences ſuivantes.

XX.e Expérience. Nous avons mis de la craie en poudre, entre deux lames de verre blanc, & avons établi la communication avec deux morceaux de bois verd pareils aux précédens.

Effets. Après la commotion, qui a été aſſez forte pour faire éclater un des morceaux de bois en pluſieurs pièces, il s'eſt trouvé une petite portion de la craie noircie, & des taches pareilles à celles de l'expérience précédente.

Nous avons fait auſſi des expériences ſemblables avec des conducteurs de métal.

XXI.e Expérience. Nous avons donc mis du gypſe en poudre, entre deux lames de verre blanc, & avons établi la communication avec deux lames de cuivre.

Effets. Par la commotion, les extrémités des deux lames de cuivre ont été fondues, & une petite portion du gypſe a été noircie.

XXII.e Expérience. Nous avons encore mis du même gypſe entre deux lames de verre blanc; & la communication a été établie avec des conducteurs de fer.

Effets. Le gypſe a encore été un peu noirci, & le verre a été en quelques endroits attaqué & décompoſé. Dans ces dernières expériences, les commotions ont été très-violentes.

Ces expériences prouvent bien clairement, 1.° que la couleur noire eſt produite par les conducteurs, ſoit de métal, ſoit de bois verd, & non pas par le fluide électrique ſeul; car ſi le fluide électrique pouvoit produire la couleur noire, il s'en trouveroit à toutes les expériences, ce qui n'arrive pas, comme on l'a vu ci-deſſus; 2.° que cette couleur noire n'eſt point la preuve d'une véritable réduction des chaux métalliques, puiſqu'elle exiſte indépendamment de ces chaux; à moins qu'on ne diſe, comme je l'ai en effet entendu dire, que toutes les terres & les pierres ſont ſuſceptibles de devenir métal, & peuvent être regardées comme des chaux métalliques.

Quoique ce ſoit une opinion bien neuve & bien haſardée, nous avons cependant voulu y répondre, & prouver que, quand cela ſeroit, la couleur noire qui ſe trouve dans nos expériences, ne ſeroit pas une preuve de réduction des chaux métalliques. Pour cela nous avons fait les expériences ſuivantes.

Nous avons mis entre deux lames de verre blanc, deux morceaux de bois verd, pareils à ceux des expériences dix-neuf & vingt, ſans y ajouter aucune chaux métallique, ni aucune terre. XXIII.° Expérience.

Après la commotion, qui a été aſſez forte pour faire éclater un des morceaux de bois en pluſieurs pièces, qui ont ſauté de tous côtés, il s'eſt trouvé ſur le verre une tache noirâtre pareille à celles de l'expérience dix-neuf, dans laquelle nous éprouvions le verre de plomb; ainſi qu'à celles de l'expérience vingt, où nous avions mis de la craie. Effets.

Nous avons fait la même expérience avec des conducteurs de métal. Nous avons donc mis, entre deux lames de verre blanc, deux lames de cuivre minces, ſans y rien ajouter de plus. XXIV.° Expérience.

Après la commotion, les extrémités des deux lames de cuivre ſe ſont trouvées fondues; une partie étoit en grenaille, & l'autre en filets; & il s'eſt trouvé ſur les deux lames de Effets.

verre, des portions décomposées & entourées de tâches noirâtres, mêlées de couleurs cuivreuses. Ce qui est une preuve de plus que ces taches sont produites par les conducteurs qui établissent la communication.

XXV.e Expérience. Nous avons encore fait la même expérience avec des conducteurs de fer.

Effets. Nous avons eu le même résultat; de plus un des conducteurs de fer s'est trouvé soudé à la plaque de cuivre de la batterie.

Dans ces trois dernières expériences, nous avons la couleur noirâtre, quoiqu'il n'y ait aucune chaux métallique; cette couleur n'est donc pas une preuve de la réduction de ces chaux.

Par toutes les expériences dont nous venons de donner le détail, nous croyons avoir bien prouvé, 1.° que le métal en grenaille que l'on y trouve, est l'effet de la fusion des conducteurs qui servent à établir la communication; 2.° que la couleur noire ou noirâtre est produite par ces conducteurs; 3.° que cette couleur n'est point une preuve de la réduction des chaux métalliques; d'où nous pouvons conclure que le fluide électrique, auquel on connoît très-bien la propriété de faire fondre & de calciner les métaux, n'a en aucune façon celle de revivifier les chaux métalliques. En effet la foudre, que tout le monde sait être une électricité en grand, a souvent fait fondre ou calciné les métaux : jamais elle n'en a revivifié les chaux.



MÉMOIRE
SUR
DEUX CONJONCTIONS DE SATURNE
À LA LUNE,
En FÉVRIER *&* MARS *1775;*
Avec des Réflexions sur l'Erreur des Tables.

Par M. LE MONNIER.

ON a lû à l'Académie, il y a un mois ou environ, les Obſervations faites de la première de ces conjonctions, dont je n'ai pu obſerver exactement avec ma lunette de 9 pieds que la fin de l'Éclipſe, ſavoir l'émerſion totale à $10^h\ 10'\ 38''$, ou bien $1'\ 5''$ après l'émerſion du centre; j'ai différé de comparer auſſi la Lune & Saturne aux Tables, juſqu'aux temps de l'oppoſition, laquelle doit nous donner beaucoup mieux la longitude héliocentrique de Saturne. 29 Mars 1775.

Voici la deuxième conjonction que j'ai obſervée, le matin 18 Mars, au paſſage par le Méridien. Le centre de la Lune a paru plus auſtral de $16'\frac{2}{3}$ que Saturne; & comme ce même centre de la Lune a précédé Saturne au Méridien de $3'\ 8''\frac{1}{2}$ à ma Pendule; que d'ailleurs la diſtance de la Lune au pôle boréal augmentoit néceſſairement, l'Aſtre étant dans les ſignes deſcendans; il doit s'enſuivre qu'il n'y a eu cette fois-ci qu'une appulſe & non pas une occultation de Saturne à la Lune: voici le détail des Obſervations.

$12^h\ 24'\ 52''\frac{1}{8}$,	paſſage de la Lune en $2'\ 6''\frac{1}{2}$ de temps écoulé à la Pendule, la diſtance des deux bords au Zénith étant au Méridien.........	$48^d\ 52'\ 0''$.	
		$49.\ 23.\ 2\frac{1}{2}$.	
$12.\ 28.\ 0\frac{2}{3}$,	paſſage de Saturne............	$48.\ 50.\ 52\frac{1}{2}$.	
$12.\ 31.\ 25\frac{1}{2}$,	γ de la Vierge...............	$49.\ 3.\ 42\frac{1}{2}$.	

La Pendule avançoit de 7 secondes par jour sur la révolution des Étoiles fixes; & parce que le Soleil avoit passé au vrai Méridien à $23^h 49' 9''$, on en a déduit le passage de Saturne par le Méridien à $0^h 36' 56''$ de temps vrai; l'étoile γ, à laquelle on a comparé Saturne, est double & se voit telle dans la lunette du quart-de-cercle mural. J'ai parlé de cette Étoile dans le troisième cahier de mes Observations de la Lune, *p. 60*, & le passage & la distance au Zénith que j'ai observés, conviennent au milieu de l'intervalle entre ces deux Étoiles; on aura donc $0^h 3' 24'' \frac{5}{6}$ de temps écoulé à la Pendule, lesquels répondent à $51' 12'' \frac{1}{2}$, & par conséquent l'ascension droite apparente de ♄ sera $186^d 43' 27'' \frac{1}{2}$, en supposant celle de γ telle que je l'ai établie en 1759 dans le Catalogue que j'en ai publié, & ayant égard aux nutations & aberrations: la distance de Saturne au Zénith étoit $48^d 50' 55''$, ce qui donne sa déclinaison boréale de $7'' \frac{1}{2}$ seulement, & par conséquent sa longitude ♎ $6^d 10' 16''$, avec une latitude boréale de $2^d 40' 27'' \frac{1}{2}$; Saturne étoit alors dans ses moyennes distances, son anomalie étant $8^s 28^d \frac{1}{2}$, & les Tables de Halley donnent sa longitude plus avancée seulement de $2' 13'' \frac{1}{2}$. Quant à l'erreur en latitude, savoir $0' 31'' \frac{1}{2}$ en excès, la plus grande partie de la différence provient de ce que la distance de Saturne peut être un peu différente de celle que représentent ces mêmes Tables: l'année dernière, le 13 Mars à $12^h 1' 3''$ de temps vrai, j'ai trouvé la longitude de Saturne $22^d 45' 21''$ de la Vierge, & l'erreur des Tables de Halley $+ 1' 28''$ ou positive.

En voici les détails. Le 13 Mars, midi vrai à la Pendule par les hauteurs correspondantes du Soleil, $23^h 40' 38'' \frac{1}{4}$, & en vingt-quatre heures par les passages du Soleil au quart-de-cercle mural, la Pendule avoit accéléré sur le Temps vrai de $3' 53''$; mais par les Étoiles & par α de l'Aigle, je trouve $12'' \frac{1}{3}$ seulement sur la révolution des Fixes.

A $11^h 39' 44'' \frac{2}{3}$, passage de Saturne achronique; distance au zénith, $43^d 43' 5''$, & l'étoile ν de la Vierge avoit précédé de $0^h 2' 52''$; ayant égard aux erreurs du plan, à cause que ν a passé

a passé à $41^d\ 3'\ 50''$ du Zénith, & supposant l'ascension droite apparente de ν $173^d\ 24'\ 36''\frac{1}{2}$, on aura celle de Saturne $174^d\ 17'\ 26''\frac{1}{2}$; par α de l'Aigle, ayant aussi égard aux erreurs du plan, je trouve $174^d\ 17'\ 16''$; en sorte que j'ai adopté $174^d\ 17'\ 20''$ avec une déclinaison boréale de $5^d\ 8'\ 7''\frac{1}{2}$.

J'ai aussi conclu la latitude $2^d\ 26'\ 37''$ boréale, plus grande de $2'\ 9''$ que selon les Tables de Halley.

On voit par-là que les erreurs des Tables en longitude, s'accroissent du même sens sans être absolument uniformes, savoir en 1773 — $1'\ 14''$, en 1774 + $1'\ 28''$, & en 1775 + $2'\ 13''\frac{1}{2}$.

Digression succinte & nécessaire sur les Erreurs des Tables relatives aux Configurations semblables de Saturne à Jupiter.

En 1598, l'erreur des Tables, comparée avec celles de 1657 & de 1716, donnoit des différences d'accroissement presqu'égales, savoir $18'\frac{1}{2}$, $16'$; & pareillement par celles de 1583 à 1642 & 1702, on a pour les conjonctions de Saturne à Jupiter, des différences d'accroissement presqu'égales, savoir $11'\frac{1}{2}$, $10'$: d'où il étoit aisé d'inférer, puisque l'uniformité d'accroissement étoit imparfaite aux erreurs de ces Tables, qu'on pourroit dans la suite trouver la loi de progression dans les accroissemens.

Il n'étoit pas possible de remonter plus haut que les Observations de Tycho, & comme les comparaisons se faisoient de cinquante-neuf en cinquante-neuf ans, il n'a été accordé à nos recherches que d'attendre aux années 1761 & 1775 pour correspondre aux années 1702 & 1716: or j'ai découvert enfin la loi de progression, parce que les deuxièmes différences deviennent constantes.

Depuis l'impression de mon Mémoire en 1746, nous avons reçu de Londres, les Tables de Halley, dont j'ai commencé dès-lors à faire usage, comme s'écartant moins du ciel

que celles de Street, que j'avois employées pour lors : il a été assez indifférent au reste, dans la recherche présente où Saturne a paru dans ses moyennes distances, d'employer les unes ou les autres de ces Tables.

J'ajouterai de plus ici les configurations de Saturne à l'égard de Jupiter dans chaque demi-cercle d'anomalie moyenne.

Années.	*Anom. moy.*	♃ — ♄	*Erreurs.*	*1.re Diff.*	*2.e Differ.*
1598	8s 28d	8s 20d	+ 0′ 37″		
				4′ 3″	
1658*	9. 11	8. 29	+ 4. 40		2′ 28″
				1. 35	
1716	8. 28	7. 29	+ 6. 15		2. 27.
				4. 2	
1775	8. 28½	7. 18	+ 2. 13		

D'où il est visible que les deuxièmes différences sont constantes, & il sera aisé par la voie d'interpolation, si bien expliquée par Ozanam, dans sa *Trigonométrie*, de retrouver les erreurs des Tables, sachant la loi de cette progression.

Années.	*Anom. moy.*	♃ — ♄	*Erreurs.*	*1.re Diff.*	*2.e Differ.*
1583	3s 1d	0s 3d	+ 2′ 11″		
				1′ 26″	
1642	3. 1	11. 22	+ 0. 43		6′ 9″
				7. 35	
1702	3. 14	0. 3	− 6. 52		6. 25.
				14. 0	
1761	3. 14	11. 22	−20. 52		

La quatrième colonne représente l'erreur des Tables de Halley pour Saturne, sur quoi il ne faut pas donner l'exclusion à l'uniformité des deuxièmes différences pour 1657, puisque les erreurs des observations faites il y a près de deux cents ans, sont susceptibles au moins d'une minute d'erreur en longitude.

Mais il est visible que les inégalités remarquées dans le mouvement de Saturne, sont assujetties à une loi constante, dont la théorie commence à se développer depuis nos observations commencées aux années 1731 & 1745.

* Tables de Halley. *Series oppositionum, &c.*



MÉMOIRE
SUR LA CONJONCTION DE LA LUNE AVEC ALDEBARAN,
Observée au passage par le Méridien, le 4 Avril 1775.

Par M. LE MONNIER.

CETTE conjonction peut servir à vérifier la plus grande quantité de la variation de la Lune, dans les moyennes distances de la Terre au Soleil; c'est pourquoi je vais en déduire tous les détails. Lû le 7 Avril 1775.

Le 4 Avril 1746, à $3^h\ 30' 46''$ de temps vrai, je trouve la longitude vraie de la Lune ♉ $7^d 21' 48'' \frac{2}{3}$, plus avancée de $0'\ 28''$, que selon les Tables Newtoniennes des Institutions astronomiques; j'ai comparé la Lune avec *Aldebaran* à d'autres fils que le fil du centre de la Lunette du quart-de-cercle mural, & qui confirment les passages observés soigneusement au fil central, dont voici uniquement les observations.

$0^h\ 56'\ 28''$ midi vrai par les hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, & la Pendule avançoit de 6 secondes par jour sur la révolution des Fixes, ou bien sur le mouvement vrai du Soleil de $3'\ 45''$, en vingt-quatre heures.

$4^h\ 26'\ \ 7'' \frac{1}{3}$ pass. d'*Aldebar.* à dist. appar. du Zénith $32^d\ 49'\ \ 7'' \frac{1}{2}$.
$4.\ 27.\ \ 46 \frac{3}{4}$ ou $47''$, du 1.er bord de la Lune & 1' avant le bord inférieur......... $33.\ 7.\ 52 \frac{1}{2}$.

Si l'on suppose l'ascension droite moyenne d'*Aldebaran*, $65^d\ 45'\ 48'' \frac{1}{2}$, on aura, ayant égard à la nutation & à l'aberration de cette Étoile, l'ascension droite du 1.er bord de la Lune $66^d\ 10'\ 19'' \frac{1}{2}$ & celle du centre $66^d\ 26'\ 12''$, la déclinaison étant $16^d\ 19'\ 0''$ boréale.

OBSERVATIONS DE SATURNE, EN 1775, VERS LE TEMPS DE SON OPPOSITION.

Par M. CASSINI DE THURY.

29 Mars 1775. SATURNE eſt de toutes les Planètes, celle dont la théorie eſt encore la plus imparfaite; les Tables de mon Père, qui en 1762, repréſentoient aſſez exactement les obſervations, en ſont éloignées préſentement de plus de 22 minutes de degré, tandis que celles de M. Halley, qui dans la même année s'en écartoient de la même quantité de 22 minutes, en approchent préſentement de manière qu'on n'y remarque plus qu'une différence de deux minutes, comme on le verra dans la Table où j'ai marqué les différences entre le calcul des Tables de Halley & de Caſſini, & l'obſervation pour le temps des oppoſitions de Saturne, depuis 1755 juſqu'à préſent.

L'erreur actuelle dans les Tables de mon Père, provient en partie, du moyen mouvement de Saturne qu'il a déduit des obſervations anciennes de $12^d\ 13'\ 33''$, beaucoup plus grand que ne le donnoient les obſervations anciennes, & du lieu de l'aphélie qu'il falloit avancer de 30 minutes, comme il l'a remarqué dans le Mémoire qu'il a publié en 1746 *(p. 472)*; car quoique le retardement du mouvement de Saturne ſoit bien prouvé par les obſervations, il n'eſt pas aſſez conſidérable pour produire l'erreur que l'on remarque dans nos Tables; d'ailleurs les obſervations que mon Père rapporte, dans les Élémens d'Aſtronomie, donnent le moyen mouvement de $12^f\ 13^d\ 23'\ 50''$, & le lieu de l'aphélie en 1697, de $8^f\ 28^d\ 57'\ 19''$; mais mon Père avoit cru devoir donner la préférence aux obſervations anciennes.

On ne ſauroit donc trop multiplier les obſervations pour

reconnoître, s'il eſt poſſible, la marche & l'ordre qui règnent dans les irrégularités du mouvement de Saturne, reconnues par tous les Aſtronomes.

Le temps ayant été favorable les jours qui ont précédé la dernière oppoſition de Saturne, j'ai commencé les obſervations, le 22 Mars; j'avois comparé l'année dernière Saturne à l'étoile *β* de la Vierge, & pour avoir plus préciſément le mouvement de Saturne d'une oppoſition à l'autre, j'ai obſervé cette année la même Étoile, & en même temps l'Étoile *γ* de la même conſtellation, la même avec laquelle Saturne étoit en conjonction au temps de ſon oppoſition, l'année 229 avant Jéſus-Chriſt; obſervation calculée par mon Père.

Le 22 Mars, *β* de la Vierge a paſſé au Méridien $0^h\ 46'\ 20''$ avant Saturne, l'Étoile paroiſſoit plus élevée de $2^d\ 52'\ 0''$, l'Étoile *γ* de la Vierge a paſſé $4'\ 49''$ après Saturne, plus baſſe de $22'\ 20''$. Saturne a paſſé au Méridien à $12^h\ 17'\ 26''$.

Le 23 Mars, l'étoile *γ* de la Vierge a paſſé au Méridien $5'\ 4''\ \frac{1}{2}$ après; le paſſage de Saturne à $12^h\ 13'\ 30''$, l'Étoile étoit plus baſſe de $24'\ 5''$.

Le 24 Mars, l'Étoile a paſſé $5'\ 25''$ après Saturne, dont le paſſage a été obſervé à $12^h\ 9'\ 34''$; Saturne étoit plus élevé de $26'\ 0''$.

Le 26 Mars, jour de l'oppoſition, l'Étoile a paſſé $6'\ 0''$ après Saturne, dont le paſſage a été obſervé à $12^h\ 1'\ 47''$, Saturne plus élevé que l'Étoile de $29'\ 42''$.

Enfin, le 27 Mars, *β* de la Vierge avoit paſſé $44'\ 56''$ avant Saturne, dont le paſſage a été obſervé à $11^h\ 57'\ 57''$, l'Étoile étoit plus élevée de $2^d\ 42'\ 30''$; *γ* de la Vierge a paſſé $6'\ 14''$ après, moins élevée de $31'\ 45''$.

En ſuppoſant la longitude du Soleil, le 26 Mars à midi, de $0^f\ 5^d\ 39'\ 11''$; la longitude le 26 Mars à $12^h\ 1'\ 47''$, de $6^f\ 5^d\ 27'\ 35''$; on trouve que l'oppoſition a dû arriver le 25 Mars à $20^h\ 19'$, le lieu de Saturne étant alors de $6^f\ 5^d\ 30'\ 2''$; les Tables de Halley donnent la longitude pour ce temps plus grande de $2'\ 40''$.

Pour reconnoître ſi cette différence augmente, ou diminue proportionnellement dans le même ſens, j'ai calculé l'oppo-

ſition de l'année dernière, en employant l'étoile β de la Vierge, la même que cette année, & qui donnoit l'aſcenſion droite de Saturne plus petite de 33 ſecondes que γ de la Vierge.

Le 13 Mars 1774, à $12^h\ 1'\ 5''$, Saturne a paſſé au Méridien, $1'\ 48''$ avant l'étoile β de la Vierge, & plus élevé que l'Étoile de $2^d\ 6'\ 0''$, en ſuppoſant l'aſcenſion droite de l'Étoile, en 1774, de $174^d\ 43'\ 45''$, & ſa déclinaiſon de $3^d\ 2'\ 21''$, on trouva l'aſcenſion droite de Saturne de $174^d\ 16'\ 31''$, & la déclinaiſon boréale de $5^d\ 8'\ 20''$.

Le 14 Mars, à $11^h\ 57'\ 0''$ Saturne a paſſé au Méridien, $2'\ 6''$ avant la même Étoile qui paroiſſoit plus baſſe de $2^d\ 7'\ 55''$, ce qui donne l'aſcenſion droite de Saturne de $174^d\ 12'\ 10''$, & ſa déclinaiſon de $5^d\ 10'\ 16''$.

En ſuppoſant la longitude du Soleil, le 13 Mars, de $11^f\ 23^d\ 0'\ 12''$, ſon mouvement diurne de $59'\ 40''$, on trouve le temps de l'oppoſition, le 12 Mars, à $18^h\ 6'\ 22''$ dans $5^f\ 22^d\ 45'\ 29''$; les Tables de Halley donnent la longitude plus grande de $1'\ 20''$, avec une différence plus petite qu'en 1775, mais dans le même ſens.

Pour déterminer l'année où les Tables de Halley, qui dans les oppoſitions calculées par M. Jeaurat, étoient en défaut par rapport à l'obſervation, ſe ſont trouvées d'accord, & ont paſſées enſuite au ſigne contraire; j'ai cru devoir remonter aux années antérieures à 1774, & la différence en 1774 étoit ſi petite, que l'année que je cherchois n'en devoit pas être fort éloignée.

Pour mettre les Aſtronomes à portée de vérifier mes calculs, je rapporterai ici les obſervations que j'ai employées pour calculer les oppoſitions de Saturne depuis 1671; car malgré le grand nombre de Tables, de Catalogues d'Étoiles, que l'on ne ceſſe de publier, l'incertitude ſur les Élémens que l'on emploie, bien loin de diminuer, augmente les différences que l'on remarque dans les réſultats donnés par différens Obſervateurs.

Le 31 Janvier 1771, Saturne a paſſé au Méridien à $12^h\ 3'\ 44''$, l'étoile κ du Lion a paſſé $0^h\ 52'\ 36''$ après, la

différence de hauteur ſut trouvée de 5′ 20″: en ſuppoſant l'aſcenſion droite de l'Étoile de 148^d 42′ 12″, & ſa déclinaiſon de 17^d 52′ 22″; on trouve l'aſcenſion droite de Saturne de 135^d 30′ 55″, & ſa déclinaiſon de 17^d 57′ 42″.

Le 1.er Février, Saturne a paſſé au Méridien à 11^h 59′ 32″, la même Étoile, 0^h 52′ 56″ après, plus baſſe de 7′ 15″; donc l'aſcenſion droite de Saturne étoit de 135^d 26′ 2″, & ſa déclinaiſon de 17^d 59′ 37″.

L'oppoſition de Saturne eſt arrivée, ſelon ces deux obſervations, le 1.er Février à 3^h 46′ 58″.

Le temps n'a permis de faire qu'une ſeule obſervation; le 14 Février à 12^h 3′ 55″, Saturne a paſſé au Méridien, *Regulus* l'avoit précédé de 0′ 31″; Saturne paroiſſoit plus élevé de 1^d 9′ 35″, en ſuppoſant l'aſcenſion droite de l'Etoile de 149^d 3′ 24″, & ſa déclinaiſon de 13^d 4′ 29″; on trouve l'aſcenſion droite de Saturne de 149^d 11′ 10″, & ſa déclinaiſon de 14^d 14′ 4″.

Le 26 Février 1773, Saturne a paſſé au Méridien à 12^h 6′ 54″, l'étoile β de l'Écreviſſe l'avoit précédé de 2^h 43′ 55″; Saturne étoit moins élevé que l'Étoile de 2′ 40″: en ſuppoſant ſon aſcenſion droite de 121^d 2′ 58″, & ſa déclinaiſon de 9^d 52′ 13″; on trouve l'aſcenſion droite de Saturne de 162^d 8′ 37″, & ſa déclinaiſon de 9^d 49′ 33″.

Le 27 Février, Saturne a paſſé au Méridien à 12^h 2′ 54″, 2^h 43′ 38″ après l'étoile β, & moins élevé de 0′ 40″; ce qui donne ſon aſcenſion droite de 162^d 4′ 11″, & ſa déclinaiſon de 9^d 51′ 33″.

Enfin, le 28 Février, Saturne a paſſé au Méridien à 11^h 58′ 51″, 2^h 43′ 20″ après l'Étoile, & plus élevé de 1′ 16″; ce qui donne ſon aſcenſion droite de 161^d 59′ 40″, & ſa déclinaiſon de 9^d 53′ 38″.

Il réſulte de ces obſervations, que l'oppoſition eſt arrivée le 27 Février à 10^h 37′.

Le calcul des dernières oppoſitions a prouvé ce que j'avois conjecturé, que de 1770 à 1771, les Tables de Halley devoient s'accorder avec l'obſervation; en effet, en 1771,

l'erreur des Tables n'étoit que de 54 secondes en sens contraire, la même que l'on remarque présentement; ainsi dans l'intervalle de neuf années l'erreur croît d'une quantité, dont le *maximum* est de 22′ 0″, & diminue ensuite de la même quantité, dans le même intervalle de temps, pour passer au signe contraire; les Tables de mon Père suivent à-peu-près la même marche, de manière que la différence dans ces dernières est la plus grande, lorsque celles de Halley, est la plus petite, & c'est ce que l'inspection de la Table suivante fait voir; car en 1762, où l'erreur des Tables de Halley étoit la plus grande; celle dans les Tables de mon Pere étoit la plus petite.

Erreur des Tables de	HALLEY.	*de* CASSINI.
1755	— 15′ 53″.	
1756	— 17. 29.	
1757	— 19. 0.	
1758	— 20. 19.	
1759	— 21. 10.	
1760	— 20. 45.	
1761	— 22. 0.	+ 1′ 50″.
1762	— 20. 56.	+ 0. 9.
1765	— 17. 26.	
1766	— 15. 37.	
1767	— 13. 12.	
1770	— 0. 0.	
1771	+ 0. 54.	
1772	+ 1. 8.	
1773	+ 1. 19.	
1774	+ 1. 50.	
1775	+ 2. 50.	+ 22. 40.

Le signe — exprime la quantité dont les Tables de Halley sont en défaut par rapport au lieu observé au temps de l'opposition de Saturne; on trouve le calcul des oppositions, depuis 1755 jusqu'en 1767, dans les Volumes de l'Académie de 1763 & 1767.



NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE:

Et en général pour réduire les Obſervations de cet Aſtre, faites à la ſurface de la Terre, au lieu vu du centre.

DOUZIÈME MÉMOIRE.

Par M. DIONIS DU SÉJOUR.

Expoſition du Sujet.

(1.) LA plupart des recherches contenues dans ce Mémoire, ont été lûes en 1767 & 1769; on en peut voir une expoſition ſommaire dans mes premiers Mémoires. J'ai cru cependant à propos de remettre ſous les yeux du Lecteur, l'analyſe plus détaillée de ces Problèmes.

Lû en 1775 & remis le 1.er Déc. 1777.

L'objet de cette partie de mon Ouvrage eſt principalement relative à la réfraction des rayons ſolaires dans l'atmoſphère de la Terre, à l'inflexion que ces rayons éprouvent en paſſant près du limbe de la Lune, & aux préparations de calculs qu'il faut en conſéquence faire ſubir aux obſervations avant de les employer dans les formules de mes précédens Mémoires. Je m'explique : il n'eſt pas poſſible d'obſerver immédiatement la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, quoique ce ſoit à cet élément principal que toutes les obſervations doivent ſe rapporter; il eſt donc indiſpenſable de déduire cette diſtance, des obſervations que l'on peut faire immédiatement.

On ſait que le diſque de la Lune, en ſe projetant ſur le diſque du Soleil, forme deux eſpèces de pointes ſemblables aux cornes de la Lune dans ſon croiſſant. A meſure que la

Lune s'avance ſur le diſque ſolaire, la diſtance des cornes varie; on peut donc juger de la diſtance des centres par la diſtance de ces cornes: cette méthode, la plus préciſe de toutes, eſt fort en uſage en Aſtronomie.

Il y a encore une autre manière de déterminer la quantité de l'Écliple; elle conſiſte à conſidérer la diſtance des limbes du Soleil & de la Lune. Je devois donc expoſer les méthodes par leſquelles on peut conclure les diſtances des centres du Soleil & de la Lune, des obſervations des diſtances des cornes & des diſtances des limbes; mais les grandeurs obſervées peuvent être affectées des erreurs cauſées par la réfraction dans notre atmoſphère & par l'inflexion que ſubiſſent les rayons ſolaires en paſſant près du limbe de la Lune; il s'agit donc de les dépouiller de ces deux ſources d'erreur: je commence par la réfraction.

On ſait que l'effet de la réfraction eſt de déformer le diſque du Soleil & d'altérer toutes les grandeurs verticales. Géométriquement parlant, il n'y a aucun cas, excepté toutefois celui d'une diſtance horizontale, où les diſtances obſervées ne ſoient altérées par la réfraction: il eſt cependant vrai de dire que ſi la hauteur du Soleil, lors des obſervations, ſurpaſſoit 30 degrés, il ſeroit ſuperflu de rectifier les diſtances obſervées. En effet, les altérations cauſées par la réfraction, ne doivent entrer en ligne de compte qu'autant que chaque point du diſque du Soleil éprouve une réfraction différente; autrement, la totalité du diſque étant déplacée d'une même quantité, les apparences ne ſont point troublées. Le diamètre moyen du Soleil eſt d'environ 32 minutes; la différence des réfractions qu'éprouvent les bords ſupérieur & inférieur de cet aſtre, n'eſt que de 2 ſecondes, en ſuppoſant le Soleil élevé de 30 degrés ſur l'horizon; la réfraction n'altère donc que de 2 ſecondes une grandeur verticale de 32 minutes, tandis qu'elle n'opère aucune altération dans les grandeurs horizontales. Les quantités que l'on meſure dans une Écliple, ne peuvent pas ſurpaſſer le diamètre du Soleil; le *maximum* d'erreur que l'on puiſſe commettre en négligeant

l'effet de la réfraction, eſt donc une erreur de 2 ſecondes, en ſuppoſant la quantité obſervée entièrement verticale; mais l'erreur eſt d'autant moindre que la quantité eſt plus petite, & que ſa poſition approche davantage d'être horizontale. On doit donc conclure que dans tous ces cas l'on peut n'avoir aucun égard à la réfraction. Il n'en ſeroit pas de même ſi la hauteur du Soleil lors des obſervations, étoit moindre de 30 degrés; il pourroit alors devenir indiſpenſable de dépouiller les quantités obſervées, de l'effet de la réfraction, ſurtout ſi ces quantités étoient un peu conſidérables, & qu'elles fuſſent verticales.

Pour dépouiller les quantités obſervées, des erreurs cauſées par la réfraction, je cherche l'équation au diſque déformé du Soleil, en partant de la loi de la réfraction adoptée par les Aſtronomes. Cette équation eſt donnée par une ſuite infinie, qui amène l'équation à l'ellipſe, ſi l'on ſe contente des trois premiers termes de la ſérie; & cette approximation eſt ſuffiſante tant que la hauteur du Soleil ſur l'horizon ſurpaſſe un degré. Comme il n'eſt pas propoſable d'employer des obſervations faites dans des circonſtances où la hauteur de cet aſtre ſeroit plus petite qu'un degré, je pars de la ſuppoſition que le demi-diamètre du Soleil eſt rigoureuſement elliptique; je détermine le rapport des axes de cette ellipſe pour toutes les hauteurs ſur l'horizon; les propriétés correſpondantes de l'ellipſe & du cercle, donnent des moyens faciles pour dépouiller les grandeurs obſervées, des erreurs de la réfraction.

Après avoir dépouillé les obſervations de l'effet de la réfraction, la ſuite des problèmes me conduit naturellement à déterminer la relation entre la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, & les diſtances des limbes & des cornes. Si les rayons ſolaires ne ſouffroient aucune déviation de leur route rectiligne en paſſant près de la Lune, ce problème n'offriroit aucune difficulté; mais les différens phénomènes que j'ai diſcutés dans cet Ouvrage, ne paroiſſent pas permettre de s'en tenir à cette hypothèſe ſimple; il ſuffit d'ailleurs que l'hypothèſe contraire ſoit poſſible, pour chercher

à démêler la vérité : je détermine donc tout de ſuite la relation entre la diſtance des centres, la diſtance des limbes, la diſtance des cornes, & les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, en ſuppoſant que les rayons ſolaires s'infléchiſſent en paſſant près de ce dernier aſtre.

Comme il n'eſt pas poſſible d'attribuer l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune (en cas toutefois que le phénomène exiſte) à une autre cauſe qu'à une atmoſphère répandue autour de cet aſtre, & qui infléchit les rayons du Soleil, je pars de cette hypothèſe ſimple : je cherche quelle eſt alors l'équation au diſque de la Lune & au diſque infléchi du Soleil ; je fais voir que l'effet de l'inflexion conſiſte uniquement à changer le diſque apparent du Soleil, de manière que la valeur du demi-diamètre de cet aſtre & la poſition du centre, éprouvent une altération ſenſible : il ne faut donc plus combiner le diſque de la Lune avec le véritable diſque du Soleil, mais avec un diſque fictif dont j'aſſigne le demi-diamètre & la poſition du centre. Ces conſidérations me permettent de donner la véritable relation entre la diſtance apparente des limbes, la diſtance vraie des centres du Soleil & de la Lune, leurs véritables diamètres, la loi de l'inflexion, les diſtances obſervées des cornes, &c. L'on peut déterminer ſucceſſivement chacune de ces valeurs, en ſuppoſant les autres quantités connues.

Après avoir donné la relation entre l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, la diſtance des centres de ces aſtres, & la diſtance des cornes, &c. je m'occupe particulièrement de la recherche des obſervations les plus propres à déterminer la quantité de l'inflexion.

Si l'on ſuit la marche d'une Éclipſe annulaire, & que l'on obſerve les différentes diſtances des cornes correſpondantes aux différentes diſtances des centres, on verra facilement que la diſtance des cornes commence par être nulle, qu'elle augmente enſuite à meſure que la diſtance des centres diminue ; qu'elle parvient à ſa plus grande valeur, diminue enſuite à

meſure que la diſtance des centres continue à diminuer, devient nulle, puis imaginaire; recommence enſuite à croître à meſure que la diſtance des centres augmente; parvient une ſeconde fois à ſa plus grande valeur, puis diminue à meſure que la diſtance des centres augmente.

Ces derniers phénomènes ſont communs à l'hypothèſe des rayons infléchis & des rayons non infléchis; mais ſi l'on examine de plus près la marche des cornes dans les deux hypothèſes, il ſera aiſé de remarquer des différences très-ſenſibles dans les diſtances des cornes correſpondantes aux mêmes diſtances des centres. Pour me faire entendre par un exemple, prenons le cas d'une éclipſe de Soleil qui arriveroit dans les moyennes diſtances de cet Aſtre à la Terre, la Lune étant d'ailleurs apogée. Le calcul ſera facilement connoître, que ſi l'on ſuppoſe une inflexion d'environ 4 à 5 ſecondes, les cornes ſeront d'abord ſenſiblement plus petites dans l'hypothèſe des rayons infléchis, que dans l'hypothèſe des rayons non infléchis; les diſtances des cornes deviendront égales dans les deux hypothèſes, lorſque la diſtance des centres ſera d'environ 22 minutes; les diſtances des cornes ſeront enſuite plus grandes dans l'hypothèſe des rayons infléchis que dans l'hypothèſe contraire, pendant tout l'eſpace où les diſtances des centres ſeront compriſes entre 22 minutes & 6 minutes; & dans cet intervalle, le *maximum* de différence répondra à environ $11' 46''$ de diſtance des centres; les cornes redeviendront égales lorſque la diſtance des centres ſera de 6 minutes, pour être enſuite plus petites dans l'hypothèſe des rayons infléchis, que dans l'hypothèſe des rayons non infléchis, juſqu'à ce qu'enfin l'anneau ſoit totalement formé. On doit dire la même choſe, mais dans un ordre renverſé, des phénomènes qui ont lieu depuis le milieu de l'Éclipſe juſqu'à la fin.

Je commence d'abord par donner les formules pour déterminer généralement ces cas ſinguliers; j'obſerve enſuite, d'après ces dernières remarques, qu'il eſt intéreſſant d'avoir la relation entre les diamètres du Soleil & de la Lune, la loi de l'inflexion,

les diſtances des cornes à deux inſtans quelconques, & le chemin du centre de la Lune par rapport au centre du Soleil, dans l'intervalle des deux obſervations. En effet, les diamètres vrais du Soleil & de la Lune, ainſi que le chemin relatif du centre de la Lune, étant abſolument indépendans de l'inflexion, ſi l'on choiſit les ſuppoſitions extrêmes, celles où les diſtances des cornes diffèrent le plus qu'il eſt poſſible, en plus & en moins, dans les deux hypothèſes dont il s'agit, on déterminera la quantité préciſe de l'inflexion; par la comparaiſon de ces diſtances, je parviens à une équation fort ſimple, dans laquelle j'emploie toujours pour premier terme de comparaiſon la diſtance nulle des cornes.

Ces premières recherches m'ont conduit à examiner une autre queſtion. Si l'on cherche à quelles diſtances des centres répond la plus grande diſtance des cornes, on verra que ces diſtances diffèrent entr'elles d'une manière très-ſenſible dans les deux hypothèſes du rayon infléchi & du rayon non infléchi; on pourroit donc, théoriquement parlant, faire ſervir le temps écoulé entre les obſervations des plus grandes diſtances des cornes, à la détermination de la quantité de l'inflexion. Il ſe préſente cependant une objection contre cette méthode. Comme il n'eſt pas facile de ſaiſir exactement l'inſtant précis du *maximum* de diſtance des cornes, attendu que vers cet inſtant, ces diſtances ſont ſtationnaires, on doit craindre que l'erreur de l'obſervation ne ſoit du même ordre que la quantité que l'on veut déterminer.

Après avoir déterminé ce qui eſt relatif à la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, je paſſe aux formules d'après leſquelles on peut établir la variation de l'inflexion, eu égard à la diſtance du rayon ſolaire au limbe de la Lune.

Dans les Mémoires de Berlin, pour l'*année 1748,* M. Euler, à l'occaſion de l'Éclipſe du 25 Juillet de la même année, a cherché à déterminer cette variation, par une hypothèſe ſur la denſité de l'atmoſphère lunaire: je ne ſais ſi ſes

recherches ont atteint le but qu'il s'eſt propoſé. Quoi qu'il en ſoit, je fais abſtraction de toute hypothèſe ſur la loi de la variation tirée de la denſité de l'atmoſphère de la Lune, & je me contente de donner les formules pour conclure, d'après les obſervations qui m'ont paru les plus directes, la quantité de l'inflexion correſpondante aux différentes diſtances des limbes.

Je paſſe enſuite à l'application de cette théorie, à des exemples particuliers. Parmi la multitude d'obſervations que nous a fournies l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, j'ai choiſi celles faites à Londres, & celles faites à Pello en Lapponie. La première ſuite d'obſervations a été faite par M. Short. Tout le monde ſavant connoît l'exactitude de cet habile Obſervateur, que la mort a depuis enlevé aux Sciences : il étoit pourvu des meilleurs inſtrumens ; il s'eſt particulièrement attaché pendant la durée de l'Éclipſe à ſuivre la marche des cornes, & celle des limbes vers l'inſtant de la plus grande phaſe : l'accord non prévu entre les phénomènes & le calcul, ne laiſſe aucun doute ſur l'exactitude de ſes obſervations ; d'ailleurs l'Éclipſe ayant été preſque annulaire à Londres, elle a paſſé par tous les degrés qui ont fait l'objet de nos recherches.

La ſuite d'obſervations faites à Pello, par M. Hellant, n'eſt pas moins intéreſſante, quoique moins nombreuſe : l'Éclipſe a été annulaire dans ce lieu déjà fameux par la meſure du Degré du Méridien ; M. Hellant étoit muni d'une excellente lunette, de la même force à-peu-près que celle de M. Short, & il n'a rien oublié de tout ce qui pouvoit rendre ſes obſervations utiles à l'Aſtronomie.

Je n'entrerai point dans le détail des équations que j'ai employées dans ce travail ; il me ſuffit de dire qu'elles ſont analogues à celles dont j'ai déjà fait uſage précédemment. Je n'ai omis aucune des obſervations, afin d'éviter tout ſoupçon de les avoir choiſies ; j'ai calculé l'inflexion qui en réſulte, en employant des élémens hypothétiques (ceux qui ſatisfont à la totalité des obſervations faites en Europe) ; j'ai enſuite déterminé la variation des réſultats

relativement à la variation des élémens; en un mot, je crois pouvoir dire de ces calculs, ce que j'ai dit précédemment de ceux que j'ai présentés à l'Académie, que ces résultats sont de tous les temps, puisqu'ils ne sont liés à aucun système particulier d'élémens; & que quand même je me serois trompé sur les conséquences que j'ai tirées de mes équations, mon travail au fond n'en seroit pas moins utile, puisque ce seroit dans mon ouvrage que l'on puiseroit les plus fortes objections pour me combattre.

Dans les Éclipses de Soleil, j'ai distingué deux phénomènes très-séparés, & que la forme des équations ne permet pas de confondre; j'ai désigné le premier, sous le nom d'*irradiation du disque solaire.* Par cette désignation, je n'ai voulu exprimer que la cause, quelle qu'elle soit, qui fait que les diamètres du Soleil tirés des Tables astronomiques, ne satisfont pas aux observations des éclipses. Ces diamètres sont-ils mal déterminés dans ces Tables, ainsi que je l'ai entendu soutenir? Doit-on au contraire attribuer cette diminution à une lumière parasite dont le disque lumineux du Soleil paroît environné, & dont il est dépouillé dans les éclipses de Soleil? Ce sont des questions dans lesquelles je n'entrerai point. Il me suffit de dire que le 1.er Avril 1764, le demi-diamètre du Soleil de 16′ 0″,5, tiré des Tables, ne satisfait aucunement aux observations; & qu'il doit être diminué de 4″,5, si l'on admet pour cette Éclipse, les mouvemens horaires tirés des Tables de M. Clairaut; & seulement de 3″,3, si l'on admet les mouvemens horaires de M. Mayer; j'ai appelé ce premier phénomène *irradiation du disque solaire.*

Le second phénomène dont les calculs m'ont rendu également certain, c'est que les diamètres de la Lune tirés des Tables, ne satisfont pas davantage aux observations des Éclipses. J'ai désigné par *inflexion des rayons solaires*, la cause, quelle qu'elle puisse être, de cet effet. J'ai supposé que des points du disque du Soleil sont visibles lorsque le calcul indique qu'ils sont encore cachés sous le disque de la Lune; cette supposition si plausible & si analogue à ce que l'on observe

observe dans notre atmosphère, a été la base de toutes les recherches précédentes; mais quelque plausible que soit cette hypothèse, je n'ai point dissimulé que l'on expliqueroit également la plupart des Phénomènes, si l'on admettoit une diminution réelle dans le demi-diamètre horizontal de la Lune. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, mes calculs m'ont fait voir que cette inflexion ou diminution du demi-diamètre de la Lune, est de 5 secondes en partant des mouvemens horaires de M. Clairaut; & de 3″,6 seulement si l'on part des mouvemens horaires de M. Mayer.

Il ne faut cependant pas imaginer que la théorie conduise uniquement à l'alternative de l'une de ces deux conclusions, ou que l'inflexion est d'une certaine quantité, ou que le demi-diamètre de la Lune doit être diminué de cette même quantité. La forme des équations m'a fait voir qu'il y a des observations vraiment décisives pour prendre un parti entre les deux hypothèses; voici le fondement de cette assertion. Si l'on jette les yeux sur les relations différentielles entre la variation de l'inflexion & la variation du demi-diamètre de la Lune, il sera aisé de se convaincre que pour une très-grande partie de l'Éclipse, lorsque sur-tout il s'agit des contacts, les coëfficiens de la variation de l'inflexion & du demi-diamètre de la Lune, ont des signes différens. On satisfait donc également à l'équation, soit que l'on fasse varier dans un sens, l'inflexion des rayons solaires, soit que l'on fasse varier le demi-diamètre de la Lune dans le sens opposé; mais quoique cette proposition soit vraie en général, il y a cependant de certaines distances des centres où ces coëfficiens ont le même signe. On doit sentir combien il seroit intéressant d'observer la marche des cornes dans ces circonstances, & de la comparer avec celle qui a lieu vers le commencement ou vers la fin de l'Éclipse. Je n'insisterai point sur l'esprit de cette méthode qu'il seroit difficile de développer sans avoir les équations sous les yeux; elle peut seule décider irrévocablement entre l'inflexion des rayons solaires, & la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune.



Je n'ai eu garde de paſſer ſous ſilence les limites des diſtances des centres, entre leſquelles ces obſervations doivent être faites; j'aſſigne généralement ces limites. Par exemple, dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, les diſtances des cornes auroient été intéreſſantes à meſurer à Londres pendant tout le temps où les diſtances des centres ont été compriſes entre 21′ 50″ & 5′ 52″, & ſur-tout vers 11′ 46″. Pendant cet intervalle, M. Short n'a fait qu'une ſeule obſervation, celle de 9^h 48′ 42″, & certainement il les auroit multipliées, s'il en avoit ſenti l'importance. On doit attendre du zèle des Aſtronomes qu'ils ne négligeront point ce genre d'obſervations, qui peut ſeul décider une queſtion délicate. J'ajouterai ici que l'obſervation faite par M. Short, eſt favorable au ſyſtème de l'inflexion; mais elle eſt trop iſolée, ſi je puis m'exprimer ainſi, pour être déciſive. Au reſte, on ſent aſſez que les obſervations demandent à être faites avec ſoin.

Quoique l'obſervation de 9^h 48′ 42″ ne ſoit pas abſolument déciſive, pluſieurs circonſtances de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, conduiſent à la même concluſion. Nous avons dit que les obſervations des contacts ne laiſſoient que l'alternative d'admettre une inflexion dans les rayons ſolaires, ou une diminution dans les demi-diamètres de la Lune. Vers le milieu de l'Éclipſe, M. Short a meſuré deux fois le demi-diamètre de la Lune projeté ſur le diſque du Soleil; il l'a trouvé deux fois, à une ſeconde près, égal à celui des Tables; la diminution réelle du diamètre de la Lune paroît donc exclue par cette obſervation. D'ailleurs les diſtances des limbes, meſurées dans les mêmes circonſtances, concourent toutes à faire rejeter la diminution du diamètre de la Lune; le phénomène obſervé doit donc être attribué à une véritable inflexion. J'ajouterai enfin que les diſtances des limbes obſervées par M. Short, vers le milieu de l'Éclipſe, établiſſent que ſi l'on adopte les mouvemens horaires de M. Clairaut, les rayons ſolaires qui ont paſſé à la diſtance d'environ 2′ 40″ du limbe de la Lune, éprouvoient encore une petite inflexion;

cette inflexion étoit abſolument nulle dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Mayer.

La meſure du demi-diamètre de la Lune, faite par M. Short, le 1.er Avril 1764, répond à une objection que l'on m'a propoſée. *Ne ſeroit-il pas poſſible,* a-t-on dit, *que le diamètre de la Lune alors apogée, fût réellement plus petit que celui donné par les Tables; & ne doit-on pas attribuer cette diminution à la libration de la Lune!* Je réponds d'abord que la différence des axes de la Lune eſt extrêmement petite, & que l'étendue de la libration étant d'un petit nombre de degrés, la variation qui peut en réſulter ſur les diamètres que la Lune nous préſente, eſt abſolument inſenſible. Je dis plus, ſi cette variation étoit aſſez grande pour produire 8 ſecondes de diminution ſur le diamètre de la Lune, eſt-il croyable qu'on ne s'en ſoit point aperçu juſqu'ici; & que M.rs Mayer & Clairaut n'aient point fait entrer cet élément en ligne de compte dans leurs Tables? L'inflexion a bien pu échapper aux Aſtronomes, il faut une Éclipſe pour la rendre ſenſible; mais une variation auſſi grande, auſſi réelle & auſſi permanente dans le diamètre de la Lune n'auroit point échappé à leurs recherches. Il ſuffit pour s'en convaincre, de ſe rappeler les obſervations multipliées, d'après leſquelles on a déterminé le rapport de la parallaxe au demi-diamètre de la Lune, pour toutes les poſitions de cet Aſtre. D'ailleurs que répondre à la meſure du demi-diamètre, faite le jour même de l'Éclipſe? Je dirai la même choſe de l'inégalité des demi-diamètres du Soleil que l'on a mis en avant, & des petites aſpérités que l'on aperçoit à la ſurface de la Lune. Toutes ces objections peuvent jeter quelque inquiétude, ſur la quantité préciſe de l'inflexion; mais elles n'expliqueront jamais une diminution de 4 ſecondes ſur le demi-diamètre du Soleil, & une pareille diminution ſur le demi-diamètre de la Lune.

Je dois encore répondre à une objection que l'on pourroit faire. J'ai fait voir dans le cours de ce Mémoire, que, ſi dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, l'on part des mouvemens

horaires de M. Mayer; c'eſt-à-dire, ſi l'on augmente de 2",2 les mouvemens horaires donnés par les Tables de M. Clairaut, on aura une inflexion plus petite de 1",2 que dans la première hypothèſe; on peut donc en augmentant les mouvemens horaires, faire diſparoître totalement l'inflexion, qui peut-être, dira-t-on, n'eſt dûe qu'à l'erreur de cet élément. Géométriquement parlant, la concluſion eſt exacte, mais je doute qu'elle ſoit aſtronomiquement admiſſible; en effet, pour faire diſparoître l'inflexion, il faudroit augmenter d'environ 7 ſecondes les mouvemens horaires de M. Mayer, & de 9 ſecondes les mouvemens horaires de M. Clairaut. Cette ſimple réflexion ſuffit pour faire rejeter cette hypothèſe. Au reſte, je ne puis trop inſiſter ſur la ſcrupuleuſe attention qu'on doit avoir dans le choix des mouvemens horaires; autrement il ſeroit à craindre qu'on ne parvînt à des concluſions précipitées

Les recherches auxquelles je me ſuis livré, relativement à la réfraction & à l'inflexion qu'éprouvent les rayons ſolaires dans l'atmoſphère de la Lune, m'ont conduit à diſcuter quelle peut être la cauſe d'un phénomène aſſez ſingulier. On ſait que lors des occultations de certaines Étoiles par la Lune, l'Étoile paroît quelquefois ſur le diſque de cet Aſtre pendant 4 ou 5 ſecondes de temps, de ſorte que la diſparition n'a lieu que lorſque l'Étoile a parcouru environ une ou deux ſecondes ſur le diſque lunaire.

Pluſieurs Aſtronomes ont donné des explications de ce phénomène; on peut les réduire à trois principales. M. de la Hire, à l'occaſion de l'occultation d'*Aldébaran* arrivée le 19 Août 1699, attribue le phénomène à une illuſion optique qui fait paroître le diamètre lumineux de la Lune plus grand qu'il n'eſt en effet, de ſorte que l'on voit l'Étoile au travers d'une eſpèce de lumière paraſite: il ajoute qu'on expliqueroit également le phénomène par une atmoſphère qui envelopperoit la Lune. M. de Mairan imagine une autre cauſe; il ſuppoſe l'atmoſphère de la Lune moins denſe que l'éther dans lequel nage cette Planète, & il penſe que l'on doit attribuer le phénomène à une diffraction ou inflexion négative.

Je diſcute chacune de ces explications. Je fais voir d'abord qu'une atmoſphère répandue autour de la Lune n'expliqueroit point le phénomène, & que dans cette hypothèſe, l'Étoile diſparoîtroit toujours lorſqu'elle ſeroit tangente au diſque lunaire : quant à l'explication de M. de Mairan, indépendamment de la précédente objection qui eſt commune à ſon ſyſtème, je crois que l'exiſtence d'une atmoſphère lunaire moins denſe que l'éther, ſera difficilement admiſe par les Géomètres.

Il n'en eſt pas de même de l'explication tirée de l'irradiation du diſque lunaire; elle me paroît extrêmement ingénieuſe, & je ſuis fort éloigné de prétendre qu'elle doive être rejetée ſans un examen ſcrupuleux ; je ſuis cependant obligé de remarquer qu'elle contredit l'opinion établie parmi les Aſtronomes, depuis l'obſervation de l'Eclipſe de Soleil, faite en Ecoſſe en 1748, ſur l'égalité du diamètre de la Lune, ſoit qu'on l'obſerve lumineux ſur l'azur du Ciel, ſoit qu'on l'obſerve obſcur ſur le diſque lumineux du Soleil. En effet, cet anneau de lumière paraſite qui entoure la Lune, & qui eſt d'environ 2 ſecondes, ſuivant M. de la Hire, doit évidemment faire paroître le diamètre lumineux de la Lune plus grand de 4 ſecondes, que lorſqu'on le meſure ſur le diſque du Soleil. Cette diminution devroit même paroître plus conſidérable ; car ſi le diamètre lumineux de la Lune eſt ſujet à l'irradiation, à plus forte raiſon le diſque lumineux du Soleil, ſur lequel ſe projette le diſque obſcur de la Lune, doit-il avoir la même propriété: le diamètre obſcur de la Lune devroit donc en être d'autant diminué.

Cette difficulté & la remarque que l'on a faite, que le phénomène n'a pas toujours lieu, circonſtance que l'on a expliquée par l'état de l'atmoſphère, m'ont fait ſonger à une conjecture qui pourroit donner l'explication du phénomène. On ſait que la lumière éprouve une réfraction en paſſant dans l'atmoſphère terreſtre; le Soleil, les Étoiles, la Lune, les Planètes ſont également ſujets à cette illuſion optique, dont l'effet eſt d'élever l'Aſtre dans le vertical.

Mais eſt-il bien démontré que tous les Aſtres ſont préciſément ſujets à la même réfraction? (il s'agit ici d'une légère différence de 2 ſecondes) Qui pourra aſſurer que *Syrius*, dont la lumière eſt très-blanche, éprouve préciſément la même réfraction qu'*Aldébaran* ou *Antarès* dont la lumière eſt plus rouge? Admettons pour un moment que la lumière de la Lune ſoit plus réfrangible que le rayon émané d'*Antarès* & d'*Aldébaran*, tout s'explique naturellement. Lors du contact de l'Étoile, le limbe de la Lune en paſſant par l'atmoſphère terreſtre, ſera plus réfracté que l'Aſtre; ce limbe paroîtra plus élevé; l'Étoile ſe projettera donc ſur le diſque lunaire, quoique réellement l'on ne ſoit qu'au moment du contact. Telle eſt la conjecture que je propoſe pour expliquer le phénomène dont il s'agit; elle peut être ſujette à des objections, mais elle mérite au moins d'être rapprochée des faits. Je dois ajouter que cette conjecture a des ſymptômes diſtinctifs qui la caractériſent; elle doit être abandonnée ſi de nouvelles expériences & les faits aſtronomiques ſont contraires à la théorie que j'ai miſe ſous les yeux du Lecteur.

Quoique les Éclipſes de Lune ne ſoient pas auſſi intéreſſantes que celles de Soleil, j'ai cru cependant que l'on verroit avec plaiſir l'application des principes détaillés dans mon Ouvrage, à ce genre de phénomène. J'ai conſidéré le problème dans toute la rigueur géométrique dont il eſt ſuſceptible; la ſimilitude de ſa théorie avec celle des éclipſes des Satellites de Jupiter, m'a fait prendre ce parti. J'ai regardé l'ombre de la Terre comme elliptique; j'ai donné l'expreſſion générale du grand axe & du petit axe de cette ellipſe à l'endroit où paſſe la Lune; j'ai déterminé la poſition des axes relativement à une droite connue; j'ai calculé la valeur des différens demi-diamètres de l'ombre; j'ai même fait entrer la conſidération que le point de contact de la Lune avec l'ombre, ſe fait dans la normale, & non dans le prolongement des diamètres: en un mot, j'ai calculé l'hypothèſe rigoureuſe de l'ombre elliptique.

Les recherches auxquelles je m'étois livré précédemment,

ſur l'inflexion que les rayons ſolaires éprouvent dans l'atmoſphère de la Lune, m'ont fait ſonger à chercher ſi l'on ne pourroit point expliquer naturellement, par les mêmes principes, la raiſon pour laquelle, dans les Éclipſes de Lune, cet Aſtre ne diſparoît pas, quoiqu'il ſoit entièrement plongé dans l'ombre de la Terre. Ce que l'on trouve à ce ſujet dans les différens Traités d'Aſtronomie, eſt exprimé ſi vaguement que l'on doit plutôt le regarder, ſuivant moi, comme un ſimple aperçu, que comme une véritable explication du phénomène : j'ai donc penſé que le calcul ſeul pouvoit décider la queſtion. J'ai ſuppoſé la réfraction horizontale ſur la Terre de 32 minutes, & j'ai appliqué au Problème, les équations relatives à l'inflexion. Voici mes réſultats.

Dans les circonſtances les plus défavorables, lorſque la Terre étant aphélie, la Lune eſt apogée, ſi l'on reçoit l'ombre de la Terre ſur un plan paſſant par la Lune; au centre de l'ombre, les trois quarts du diſque du Soleil paroîtront environner la Terre comme un anneau lumineux. A une diſtance de ce centre égale à 0,08, la totalité du diſque du Soleil paroît environner notre globe, comme une zône lumineuſe (j'ai pris pour échelle de ces calculs le demi-petit axe de la Terre, que j'ai ſuppoſé égal à 1) : à une diſtance du centre de l'ombre égale à 0,22, on voit entre la Terre & l'anneau lumineux du Soleil, une quantité d'azur céleſte égale au quart du diſque de cet Aſtre : à une diſtance du centre égale à 0,37, l'azur céleſte compris entre la Terre & l'anneau lumineux eſt égal à la moitié du diſque ſolaire : à une diſtance du centre égale à 0,67, l'azur céleſte compris entre la Terre & l'anneau lumineux, paroît égal au diſque entier du Soleil : enfin à une diſtance du centre égale à 0,72, le limbe du Soleil non réfracté commence à paroître à la circonférence de l'atmoſphère de la Terre.

Ces réſultats donnent une explication complète des différens phénomènes que l'on obſerve dans les Éclipſes de Lune. Cet Aſtre ne doit jamais diſparoître, puiſqu'au centre même de l'ombre de la Terre, on voit encore les trois quarts du

diſque du Soleil à la circonférence de notre globe. La Lune doit paroître rouge, par la même raiſon qui fait paroître le Soleil rouge à l'horizon; elle doit être fort éteinte, parce que la lumière du Soleil qui lui parvient, a parcouru dans l'atmoſphère de la Terre, le double de chemin que parcourent les rayons ſolaires à l'horizon, pour parvenir juſqu'à nous; la teinte de la Lune doit varier quelquefois, à cauſe des différentes décompoſitions qu'éprouvent les rayons du Soleil dans l'atmoſphère de la Terre qui ſert alors de priſme. On ne doit donc plus chercher la raiſon pour laquelle, généralement parlant, la Lune ne diſparoît pas dans les Éclipſes avec demeure dans l'ombre; il faut plutôt chercher les raiſons particulières qui la font diſparoître quelquefois dans de certaines Éclipſes.

Je paſſe enſuite à l'application de mes formules à la détermination de la route des taches du Soleil. La ſolution que je donne de ce Problème, eſt fort différente, quant à la forme, des ſolutions que l'on trouve dans les Traités d'Aſtronomie. Je commence d'abord par mettre le Problème en équation; je ſuppoſe enſuite que l'on connoît les élémens d'une manière aſſez approchée pour employer les méthodes différentielles; en un mot, j'applique à cette queſtion un genre d'analyſe entièrement ſemblable à celle dont j'ai fait uſage pour les Eclipſes de Soleil : j'ajouterai que je ne ſuppoſe pas que les taches ſoient adhérentes à la ſurface du Soleil, & que j'ai aſſez d'équations pour déterminer la queſtion, ſans compliquer le Problème.

Je termine ce Mémoire par l'application des latitudes corrigées, à pluſieurs Problèmes géodéſiques; tels que le calcul de la perpendiculaire à la méridienne, & des loxodromiques dans l'hypothèſe de la Terre elliptique,

ARTICLE

ARTICLE PREMIER.

Des Erreurs occaſionnées par la Réfraction.

(2.) Les diſtances obſervées des cornes & des limbes, que je conſidérerai dans ce Mémoire, doivent être évaluées en minutes & ſecondes de degré; au reſte, cette première opération ne préſente aucune difficulté. On commencera d'abord par meſurer le diamètre du Soleil, au moyen d'un micromètre; & comme cet élément eſt connu pour le jour de l'Éclipſe, on remarquera le nombre de tours du micromètre auquel il répond; on évaluera enſuite en minutes & ſecondes de degré, les quantités obſervées, par la ſimple proportion ſuivante.

Le nombre de tours du micromètre qui répond au diamètre du Soleil, eſt au nombre connu de ſecondes de degré que renferme cet élément, comme le nombre de tours du micromètre qui meſure la quantité obſervée, eſt au nombre de ſecondes de degré que contient cette dernière quantité.

(3.) Je ne parlerai point de l'évaluation de l'Éclipſe par le nombre de doigts éclipſés du diſque du Soleil; outre que cette évaluation n'eſt pas ſuſceptible du même degré d'exactitude que la diſtance des limbes, il eſt aiſé de ſentir que cette manière de repréſenter la grandeur de l'Éclipſe, retombe dans les évaluations précédentes; puiſqu'elle conſiſte à partager le diſque du Soleil en douze doigts, & chaque doigt en ſoixante minutes, au lieu de le ſuppoſer partagé en minutes, & chaque minute en ſecondes.

SECTION PREMIÈRE.

Méthode pour dépouiller les grandeurs obſervées, des erreurs de la réfraction.

(4.) Je me propoſe de déterminer dans cette Section les diſtances vraies des limbes & des cornes, d'après l'obſervation de ces mêmes diſtances affectées de la réfraction. On ſait que l'effet de cette illuſion optique eſt de déformer le diſque

du Soleil, qui, de circulaire, devient elliptique. La théorie des réfractions n'est pas rigoureusement connue, elle dépend de plusieurs circonstances variables, qu'il n'est pas possible de faire entrer en ligne de compte: il faut donc, en général, pour des déterminations délicates, éviter d'employer des observations faites trop près de l'horizon. Il y a cependant des observations que la réfraction ne peut point altérer: telles sont, par exemple, celles du commencement & de la fin de l'Éclipse. Comme il s'agit alors d'un contact sans étendue, la proximité de l'horizon ne change rien aux résultats. Dans tout autre cas, les distances observées sont d'autant plus altérées, que le Soleil est plus près de l'horizon, & que ces distances approchent plus de la ligne verticale.

(5.) Quoique, géométriquement parlant, il n'y ait aucun cas où les distances observées ne soient altérées par la réfraction, il est cependant vrai de dire, que si la hauteur du Soleil, lors des observations, surpassoit 30 degrés, il seroit superflu de rectifier les distances observées. En effet, les altérations causées par la réfraction, ne doivent entrer en ligne de compte qu'autant que chaque point du disque du Soleil éprouve une réfraction différente, autrement, la totalité du disque étant déplacée d'une même quantité, les apparences ne seroient point troublées. Le diamètre moyen du Soleil est d'environ 32 minutes de degré. La différence des réfractions qu'éprouvent les bords supérieur & inférieur de cet astre, n'est que de 2 secondes, en supposant le Soleil élevé de 30 degrés sur l'horizon; la réfraction n'altère donc que de 2 secondes une grandeur verticale de 32 minutes, tandis qu'elle n'opère aucune altération sensible dans les grandeurs horizontales. Les quantités que l'on mesure dans une Éclipse, c'est-à-dire, les distances des cornes, des limbes, &c. ne peuvent pas surpasser le diamètre du Soleil: le *maximum* d'erreur que l'on puisse commettre en négligeant l'effet de la réfraction, est donc une erreur de 2 secondes, en supposant la quantité observée entièrement verticale. Mais l'erreur est d'autant moindre que cette quantité est plus petite, &

que ſa poſition approche davantage d'être horizontale. On doit donc conclure que ſi, lors des obſervations, la hauteur du Soleil, ſurpaſſe 30 degrés, l'on peut n'avoir aucun égard à la réfraction. Il n'en ſeroit pas de même ſi la hauteur du Soleil, étoit moindre que 30 degrés; il pourroit alors devenir indiſpenſable de dépouiller les quantités obſervées, de l'effet de la réfraction, ſur-tout ſi ces quantités étoient un peu conſidérables & qu'elles fuſſent verticales.

(6.) Si tous les points du diſque du Soleil éprouvoient une égale réfraction, toutes les grandeurs priſes ſur ce diſque ne ſeroient point altérées; le diſque paroîtroit ſeulement déplacé; la déformation du diſque vient de l'inégalité des réfractions. La partie inférieure éprouvant une réfraction plus grande que la partie ſupérieure, les points inférieurs ſont rapprochés des ſupérieurs, & les diſtances verticales ſont accourcies. Pour ne point compliquer ce ſujet par des difficultés étrangères à la queſtion, je ſuppoſerai que dans l'eſpace qu'occupe le diſque du Soleil, les angles formés par les rayons directs & réfractés, émanés des différens points du diſque, varient d'une manière uniforme dans le ſens vertical. Je n'aurai pareillement point égard à l'altération que peuvent éprouver les grandeurs horizontales, par l'effet de la réfraction, attendu que cette altération eſt très-petite.

Pour s'en convaincre, on remarquera que l'altération d'une grandeur horizontale quelconque, par l'effet de la réfraction, s'exprime par l'équation ſuivante,

$$(1)\quad d\,(\text{diſtance horizontale}) = \frac{\text{diſtance horizontale} \times \text{réfraction}}{\text{tangente diſtance au zénith}}.$$

La diſtance horizontale ne peut dans aucun cas ſurpaſſer le diamètre du Soleil, c'eſt-à-dire, environ 32 minutes; la quantité $d\,(\text{diſtance horizontale})$ eſt donc toujours ſenſiblement nulle; je ferai voir dans la ſuite, l'exactitude de cette concluſion.

(7.) La remarque précédente, donne tout de ſuite la manière d'avoir l'équation au diſque du Soleil déformé par la réfraction. Soit en effet *IMAmI* le diſque du Soleil, *I* le Fig. 1.

Fig. 1. bord inférieur, A le bord supérieur, SA le rayon du disque circulaire, HIR une ligne horizontale menée par le bord inférieur I; ISA la verticale passant par les points I, S, A du disque. Si maintenant l'on nomme

s le demi-diamètre du Soleil,
x l'abscisse IP,
y l'ordonnée PM,

& que l'on cherche l'équation au disque du Soleil, par rapport aux coordonnées IP, PM, & à l'origine I, l'on aura pour équation

$$(1)\quad x^2 - 2sy + y^2 = 0.$$

Cherchons maintenant l'équation au disque déformé du Soleil, par rapport aux mêmes lignes des coordonnées, & à la même origine I. Soit

x l'abscisse IP,
y' la nouvelle ordonnée PM'.

D'après la construction précédente, le point I sera réfracté en I', & la quantité II' sera celle qui convient à la réfraction du bord inférieur du Soleil. Quant au point M, il sera réfracté en M'; mais PM' ne sera point égal à $II' + PM$, ce qui auroit lieu, si tous les points du disque éprouvoient une égale réfraction; l'on aura au contraire $PM' = II' + PM - \varepsilon$, ε étant d'ailleurs une quantité proportionnelle à PM; ou, ce qui revient au même, l'on aura

$PM' = II' + PM - \frac{f}{g} PM$, $\frac{f}{g}$ étant une quantité constante. Soit

$\beta = II' =$ la réfraction du bord inférieur,
$\frac{f}{g} =$ un rapport que nous apprendrons à connoître.

On aura évidemment $x' = x$; $y' = \beta + y - \frac{f}{g} y$; & substituant ces valeurs dans l'équation (1), elle deviendra

$$(2)\quad \left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 x'^2 - 2\left(1 - \frac{f}{g}\right) \times (y' - \beta) s + (y' - \beta)^2 = 0.$$

Cette équation eſt à une ellipſe, dont le centre eſt ſitué ſur la ligne $II'A$, à la diſtance $\beta + s\left(1 - \frac{f}{g}\right)$ du point I; le grand axe de cette ellipſe $= 2s$, & le petit axe $= 2s\left(1 - \frac{f}{g}\right)$. Fig. 1.

(8.) Pour déterminer maintenant la valeur de $\frac{f}{g}$, je remarque que $2s =$ le grand axe de l'ellipſe dont il s'agit, & que $2s\left(1 - \frac{f}{g}\right) =$ le petit axe; $2s \times \frac{f}{g}$ exprime donc la différence du grand axe au petit axe; mais d'ailleurs il eſt aiſé de voir *a priori*, que cette différence eſt égale à la quantité dont la réfraction du bord inférieur du Soleil ſurpaſſe la réfraction du bord ſupérieur; ſi donc l'on nomme

δ la différence des réfractions qu'éprouvent les bords inférieur & ſupérieur du Soleil,

on aura $2s \times \frac{f}{g} = \delta$, ou

$$(1) \quad \frac{f}{g} = \frac{\delta}{2s},$$

équation qui ſervira à déterminer la valeur de $\frac{f}{g}$. Un exemple va nous éclaircir.

(9.) Suppoſons qu'à un certain jour & à une certaine heure, le limbe inférieur du Soleil paroiſſe élevé de $9^d\,44'$ ſur l'horizon, que la hauteur apparente du limbe ſupérieur ſoit de $10^d\,16'$, que le diſque de cet Aſtre ſoit de $32'\,17''$, & imaginons que l'on veuille déterminer dans cette hypothèſe toutes les quantités qui entrent dans les équations précédentes. Je cherche dans les Tables de réfractions, celle qui convient à une diſtance du zénith de $80^d\,16'$ & de $79^d\,44'$; je trouve pour la diſtance de $80^d\,16'$ du zénith, $5'\,37''$ de réfraction; & $5'\,20''$ pour une diſtance de $79^d\,44'$. On

aura donc $\beta = 5' 37''$, $\delta = 17''$, $2s = 32' 17''$, $\frac{f}{g} = \frac{17''}{32' 17''} = \frac{17}{1937}$; l'équation au disque du Soleil déformé par la réfraction sera donc une ellipse, dont le grand axe, c'est-à-dire l'axe horizontal, sera au petit axe, c'est-à-dire à l'axe vertical, comme 1 est à $1 - \frac{17}{1937}$, comme 1937 est à 1920.

(10.) Les considérations précédentes fournissent une méthode bien simple pour dépouiller une grandeur quelconque mesurée sur le disque du Soleil déformé par la réfraction, de l'effet de cette illusion optique.

Fig. 1. Soit $m'M'$ la grandeur mesurée sur le disque déformé du Soleil, Mm la grandeur correspondante sur le disque non déformé; il s'agit de conclure la grandeur Mm, de la quantité $M\,m'$. Pour y parvenir, des points M', m', j'abaisse sur l'horizontale HIR, les droites $M'P$, $m'p$, qui d'après la construction passent par les points M, m. Des points M', M, je mène à la ligne verticale $m'mp$, les perpendiculaires $M'n'$, Mn; & j'appelle A, l'angle $m'M'n'$. D'après les constructions précédentes, puisque les points M', m' du disque déformé du Soleil, correspondent aux points M, m du disque non déformé, on a d'abord $M'n' = Mn$; d'ailleurs (§. 7),

$$PM' = \beta + PM - \frac{f}{g} PM,$$

$$pm' = \beta + pm - \frac{f}{g} pm.$$

Donc

$$m'n' = pm' - PM' = pm - PM - \frac{f}{g} \times (pm - PM) = mn - \frac{f}{g} \times mn = \left(1 - \frac{f}{g}\right) \times mn.$$

De plus $M'n' = \frac{M'm' \text{ cof. } A}{\text{rayon}}$; $m'n' = \frac{M'm' \text{ fin. } A}{\text{rayon}}$; Fig. 1.

donc $Mn = \frac{M'm' \text{ cof. } A}{\text{rayon}}$; $(1 - \frac{f}{g}) mn = \frac{M'm' \text{ fin. } A}{\text{rayon}}$;

& par conféquent $mn = \frac{M'm' \text{ fin. } A}{(1 - \frac{f}{g}) \text{ rayon}}$;

donc $Mm : M'm' :: \sqrt{(\text{cof.}^2 A + \frac{\text{fin.}^2 A}{(1 - \frac{f}{g})^2})} : \text{rayon}$;

donc $Mm = \frac{M'm' \sqrt{[(1 - \frac{f}{g})^2 \text{cof.}^2 A + \text{fin.}^2 A]}}{(1 - \frac{f}{g}) \text{ rayon}}$.

Soit enfin L un angle tel que tang. $L = \frac{\text{tang. } A}{1 - \frac{f}{g}}$;

on aura

$$(1)\ Mm = \frac{M'm' \text{ cof. } A}{\text{cof. } L}.$$

(11.) Il eft évident, d'après les conftructions précédentes, que l'angle L eft l'angle que fait avec une droite horizontale menée fur le difque non déformé du Soleil, la véritable diftance Mm; c'eft-à-dire, qui eût été obfervée fans la réfraction.

Si l'on part des fuppofitions du *§. 9*, que l'on fuppofe de plus que la grandeur obfervée $M'm'$ foit de 10 minutes, & qu'elle faffe un angle de 45 degrés avec la ligne horizontale menée par le centre du Soleil, on aura $1 - \frac{f}{g} = 1 - \frac{17}{1937} = \frac{1920}{1937}$; angle $A = 45^d$; tang. A = rayon; tang. $L = \frac{1937}{1920}$ rayon; angle $L = 45^d\ 15'\ 10''$;
$M'm' = \frac{10' \times \text{cof. } 45^d}{\text{cof. } (45^d\ 15'\ 10'')} = 10'\ 2'',8$.

Les Tables des réfractions, telles qu'on les a, font conftruites en partant des hauteurs apparentes; c'eft-à-dire

qu'étant donnée une hauteur apparente d'un Aſtre, on trouve par les Tables, la réfraction que cet Aſtre a éprouvée. Suppoſons donc que l'on ait obſervé la hauteur apparente du limbe inférieur du Soleil, on aura bien la réfraction que ce limbe aura éprouvée; mais on n'aura pas immédiatement celle du limbe ſupérieur. Au reſte, il ſera facile, au moyen des Tables en uſage parmi les Aſtronomes, de conclure cette quantité, ainſi que les réfractions pour les hauteurs vraies.

(12.) Dans les recherches précédentes, nous avons ſuppoſé connu l'angle *A*, c'eſt-à-dire l'angle que fait la quantité obſervée, avec la droite horizontale menée par le centre du Soleil. Comme il n'eſt pas néceſſaire que ce dernier élément ſoit déterminé avec la dernière exactitude, il ſera facile, dans chaque ciconſtance, d'imaginer des moyens ſimples qui donnent cet élément avec une exactitude ſuffiſante. Un des moyens les plus faciles, eſt celui que j'ai vu pratiqué par M. le Préſident de Saron: il conſiſte à diriger un fil mobile dans le ſens de la quantité obſervée, & de meſurer l'angle de ce fil avec un fil horizontal mené par le centre du Soleil; l'angle ſe détermine auſſi exactement qu'il eſt néceſſaire avec un ſimple rapporteur. On peut auſſi ſuppléer à l'obſervation par le moyen du calcul, en remarquant que la diſtance des limbes n'eſt que le prolongement de la droite, qui joint les centres du Soleil & de la Lune; & que la ligne qui joint les cornes eſt perpendiculaire à cette droite. Si donc, au moyen d'élémens tirés de bonnes Tables aſtronomiques, l'on calcule pour l'inſtant de l'obſervation, l'angle que fait la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la ligne que j'ai définie dans mes précédens Mémoires, *ligne de comparaiſon;* & que de plus l'on détermine par les Méthodes de l'*article VII*
Année 1774. de mon *onzième Mémoire*, l'angle de cette ligne de comparaiſon avec la droite horizontale menée par le Soleil, on en conclura l'angle de la grandeur obſervée avec la ligne horizontale en queſtion, c'eſt-à-dire l'angle *A;* & ce calcul ſuppléera à l'obſervation. Nous pouvons donc ſuppoſer maintenant

maintenant les quantités obſervées dépouillées des erreurs occaſionnées par la réfraction.

SECTION SECONDE.

Diſcuſſion du Principe employé dans les Recherches précédentes.

(13.) Dans les recherches précédentes, nous avons ſuppoſé que dans l'eſpace qu'occupe le diſque du Soleil, & qui eſt d'environ 32 minutes, les angles formés par les rayons directs & réfractés, émanés des différens points du diſque, varient d'une manière uniforme dans le ſens vertical; c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi le bord inférieur éprouve une réfraction de 2 minutes, & que le bord ſupérieur éprouve une réfraction de 1′ 50″, nous avons ſuppoſé que le centre éprouvera une réfraction de 1′ 55″. Quoique le ſimple énoncé de ce principe ſuffiſe pour le faire adopter, il ne ſera cependant pas inutile de le rapprocher de la règle adoptée par les Aſtronomes, pour calculer les réfractions.

(14.) L'Aſtronomie nous apprend que la réfraction, ou ſi l'on veut, l'angle formé par le rayon direct & par le rayon réfracté, eſt proportionnel à la tangente de la diſtance au zénith, diminuée de trois fois la réfraction; ainſi, par exemple, ſi l'on nomme α la réfraction qui convient à la diſtance de 45 degrés du zénith, augmentée de trois fois la réfraction, pour que cette diſtance diminuée de trois fois la réfraction ſoit égale à 45 degrés, la quantité α ſera d'environ 57″; & l'on aura, en nommant

z la diſtance au zénith diminuée de trois fois la réfraction.

$$(1)\ \text{Réfraction} = \frac{\text{tang. } z}{r} \times \alpha.$$

Je ſupprime les petites attentions de calcul qu'il faut avoir, eu égard à la température de l'air & à la hauteur du baromètre; elles ſont abſolument étrangères à la queſtion que j'agite; j'emprunte uniquement de l'Aſtronomie, la forme de l'équation.

Fig. 1. (15.) Il suit de l'équation précédente, que si l'on nomme

β la réfraction du point I,

H la hauteur vraie de ce point;

& par conséquent

$H + 4\beta$ la hauteur apparente augmentée de trois fois la réfraction, on aura

$$(1)\quad \beta = \frac{\alpha}{r} \times \text{cotang.}\,(H + 4\beta).$$

Si l'on nomme ensuite

R la réfraction du point M,

sa hauteur vraie étant $H + y$, on aura

$$(2)\quad R = \frac{\alpha}{r} \times \text{cotang.}\,(H + y + 4R) = \frac{\alpha}{r} \times \text{cotang.}\,(H + 4\beta + y + 4R - 4\beta);$$

& en développant cette quantité par la méthode connue des suites, & supposant $d(H + 4\beta)$ constant, on aura

$$(3)\quad R = \frac{\alpha}{r}\,\text{cotang.}\,(H + 4\beta) + \frac{\alpha}{r}(y + 4R - 4\beta) \times \frac{d\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{d\,(H + 4\beta)} + \frac{\alpha}{r}(y + 4R - 4\beta)^2 \times \frac{d^2\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{2\,d(H + 4\beta)^2} + \text{\&c.}$$

Retranchant de cette équation, l'équation (1), on aura

$$(4)\quad R - \beta = \frac{\alpha}{r}(y + 4R - 4\beta) \times \frac{d\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{d\,(H + 4\beta)} + \frac{\alpha}{r}(y + 4R - 4\beta)^2 \times \frac{d^2\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{2\,d\,(H + 4\beta)^2} + \text{\&c.}$$

Si l'on suppose, pour simplifier,

$$(5)\quad R - \beta = \beta';$$

on aura

$$(6)\quad \beta' = \frac{\alpha}{r}\,(y + 4\beta') \times \frac{d\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{d\,(H + 4\beta)} + \frac{\alpha}{r}\,(y + 4\beta')^2 \times \frac{d^2\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{2\,d\,(H + 4\beta)^2} + \text{\&c.}$$

(16.) Si l'on ne veut avoir égard qu'aux termes de l'ordre αy, on aura

$$(1)\quad \beta' = \frac{\alpha}{r}\, y \times \frac{d\,\text{cot.}\,(H + 4\beta)}{d\,(H + 4\beta)}.$$

Mais si l'on veut pousser la précision jusqu'aux termes de l'ordre $\alpha^2 y$ & αy^2, on substituera cette première valeur de β' dans le premier terme de l'équation (6) du §. 15, & l'on aura

$$(2)\quad \beta' = \frac{\alpha}{r} y \times \frac{d\,\text{cot.}\,(H+4\beta)}{d(H+4\beta)} + \frac{4\alpha^2}{r^2}\, y \times \left(\frac{d\,\text{cot.}\,(H+4\beta)}{d(H+4\beta)}\right)^2$$
$$+ \frac{\alpha}{r}\, y^2 \times \frac{d^2\,\text{cot.}\,(H+4\beta)}{2\,d\,(H+4\beta)^2}.$$

En suivant cette méthode, on pourra facilement porter la précision aussi loin qu'on le jugera à propos; mais il est aisé de voir que la quantité $\frac{\alpha y}{r}$ étant déjà très-petite, les quantités suivantes peuvent être négligées.

Présentement, par nos constructions, on a $y' = y + R$; d'ailleurs [§. 15, *équat.* (5)] $R = \beta + \beta'$; donc si l'on substitue à β' sa valeur, on aura pour y' une expression de cette forme,

$$(3.)\quad y' = \beta + y - \frac{f}{g} \times y + \frac{f'}{g'} \times y^2 + \&c.$$

(17.) Pour parvenir à l'équation au disque déformé du Soleil, nous nous sommes contentés des trois premiers termes; c'est-à-dire que nous avons supposé $y' = \beta + y - \frac{f}{g} \times y$, en négligeant les termes ultérieurs. Nous avons même poussé la précision du calcul, jusqu'à donner à $\frac{f}{g}$, une expression telle que lors des plus grandes valeurs de y', ces valeurs cadrassent avec celles données par le développement rigoureux de la véritable expression.

Nous remarquerons ici, que si l'on vouloit continuer le développement de la valeur de y' du §. 16, & s'arrêter au terme suivant, l'équation au disque déformé du Soleil seroit du

quatrième degré; elle feroit du fixième degré, fi l'on ajoutoit encore le terme fuivant, & ainfi de fuite. Nous remarquerons auffi que toutes les grandeurs qui font linéaires fur le difque non déformé du Soleil, telles que les diftances des centres, des cornes, des limbes, &c. & qui reftent linéaires dans notre fuppofition, deviendroient courbes dans les autres hypothèfes. En effet, toutes les grandeurs linéaires, fur le difque non déformé du Soleil, font repréfentées par des équations de la forme fuivante,

$$(1)\ x + y - \delta = 0.$$

Le degré des équations ne s'élevera donc point dans notre fuppofition, mais il s'éleveroit dans les fuppofitions contraires.

(18.) On fait qu'il n'eft pas poffible de compter fur des obfervations faites à l'horizon; l'incertitude des réfractions, & mille autres circonftances qu'il eft inutile de détailler ici, feroient certainement rejeter de pareilles obfervations, s'il étoit queftion de déterminations délicates. Ces remarques font voir que l'hypothèfe, à laquelle je me fuis arrêté, eft fuffifamment exacte dans la pratique. En effet, fi l'on fuppofe le bord inférieur du Soleil, élevé feulement de 2 degrés fur l'horizon, & que l'on repréfente le difque du Soleil, par l'équation (2) du *§. 7,* au lieu de le repréfenter par l'équation rigoureufe, on trouvera que le *maximum* de différence, fur la hauteur apparente des points du difque qui s'éloignent le plus dans les deux hypothèfes, ne produit aucune erreur fenfible dans la totalité des obfervations dont on peut faire ufage.

(19.) On peut également fentir la vérité de l'affertion par laquelle nous avons terminé le *§. 6.* En effet, puifque la réfraction eft fenfiblement proportionnelle à la tangente de la diftance au zénith (je néglige la légère inexactitude de cette fuppofition), la quantité d (diftance horizontale) eft conftante pour toutes les hauteurs de l'Aftre. Prenons une diftance horizontale de 32 minutes (c'eft la plus grande que l'on puiffe fuppofer, puifqu'elle eft égale au diamètre du Soleil), & fuppofons le Soleil élevé de 45 degrés; comme

la réfraction pour 45 degrés, eſt d'environ 58 ſecondes, on aura

$$d \text{ (diamètre du Soleil)} = \frac{58'' \times \text{arc } 32'}{\text{rayon}} = 0'',4\,;$$

on peut donc, dans tous les cas, négliger cette conſidération. Nous remarquerons ici, que la théorie s'applique au cas où le Soleil ſeroit au zénith, ainſi que nous l'avons obſervé. En effet, dans ce cas la réfraction eſt d'environ un quart de ſeconde pour 16′ de degré de diſtance au zénith; les bords du Soleil ſont donc rapprochés du zénith d'environ un quart de ſeconde; & par conſéquent, les diamètres de cet Aſtre ſont diminués d'une demi-ſeconde.

Il ſuit de-là que les diamètres du Soleil que l'on a meſurés, ſont moindres d'une demi-ſeconde que les diamètres réels. Au reſte, ſi l'on vouloit avoir égard à la petite correction que cette conſidération exige, on pourroit employer le diamètre des Tables, qui, comme nous venons de le voir, eſt moindre d'une demi-ſeconde que le diamètre réel, en ayant ſoin de diminuer de cette même quantité, l'effet de la réfraction ſur le diamètre vertical du Soleil; & alors on pourra ne tenir aucun compte de l'effet de la réfraction dans le ſens horizontal.

SECTION TROISIÈME.

De quelques Queſtions relatives à la détermination des diſtances apparentes des cornes, & à l'angle que la ligne qui joint les cornes, fait avec la droite horizontale menée par le centre du Soleil.

(20.) Dans les paragraphes précédens, nous avons indiqué les moyens qui nous ont paru les plus propres & les plus faciles pour déterminer les diſtances obſervées ſur le diſque du Soleil, & l'angle qu'elles font avec la droite horizontale menée par le centre de cet aſtre : nous allons préſenter maintenant quelques Queſtions relatives au même objet. Dans ces recherches, nous appellerons *diſtances horizontales*, les diſtances meſurées ſur le diamètre horizontal du diſque du

Soleil, & évaluées en parties du disque : nous appellerons *distances verticales*, les distances mesurées sur le diamètre vertical du Soleil, & évaluées pareillement en parties du
Fig. 2. disque. Ainsi, par exemple, les distances *AB*, *Ac*, sont des distances horizontales ; les distances *DE*, *DF*, sont des distances verticales.

(21.) Si l'on considère une distance *GH* des cornes, & que des points *G*, *H*, l'on abaisse sur le diamètre horizontal & sur le diamètre vertical du Soleil, les perpendiculaires *GB*, *Hc*, *GE*, *HF*; il est évident que cette distance *GH* est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont la différence des distances horizontales *Ac*, *AB* comprise entre les perpendiculaires abaissées sur le diamètre horizontal, est un des côtés, & dont la différence des distances verticales *DF*, *DE*, comprise entre les perpendiculaires abaissées sur le diamètre vertical, est l'autre côté. Donc, toutes les fois que l'on connoîtra la différence des distances horizontales & verticales des cornes, on connoîtra facilement la distance des cornes, & l'inclinaison que fait avec le diamètre horizontal du Soleil la ligne qui joint ces cornes. On concluroit aussi facilement cette inclinaison si l'on connoissoit la distance des cornes, avec la différence des distances horizontales ou la différence des distances verticales; mais il est inutile de s'étendre sur ce sujet. Je me contenterai de résoudre les Questions suivantes, dont la solution ne se présente pas aussi facilement.

Étant données les distances horizontales observées de chacune des cornes au limbe du Soleil, déterminer la distance vraie des cornes, & l'inclinaison sur le diamètre horizontal du Soleil !

Étant données les distances verticales observées de chacune des cornes au limbe du Soleil, déterminer la distance vraie des cornes, & l'inclinaison sur le diamètre horizontal du Soleil !

(22.) Pour déterminer la distance vraie des cornes & l'inclinaison de cette ligne, sur le diamètre horizontal du Soleil, d'après l'observation des distances horizontales de chacune des cornes au limbe du Soleil ; je remarque que

la réfraction n'agissant point sur ces distances, on peut Fig. 2.
conclure directement la distance des cornes qui auroit lieu, si le disque du Soleil n'étoit pas déformé par la réfraction, ainsi que le véritable angle que fait cette distance avec le diamètre horizontal du Soleil.

En effet, si l'on nomme

s le demi-diamètre du Soleil,
x l'abscisse AB,
y l'ordonnée BG,

& que l'on cherche l'équation au disque du Soleil, par rapport au diamètre horizontal mené par le point A, & à la parallèle au diamètre vertical menée par le même point A, on aura

$$(1)\quad x^2 - 2sx + y^2 = 0.$$

Dans cette équation, supposons successivement deux abscisses particulières x' & x'', & cherchons la valeur correspondante des ordonnées y' & y''; l'on aura évidemment,

$$y' = \sqrt{(2sx' - x'^2)},\quad y'' = \sqrt{(2sx'' - x''^2)};$$

& comme la distance des cornes demandée est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont les deux côtés sont $x'' - x'$, & $y'' \pm y'$; on aura

$$(2)\ \text{Distance des cornes} = \sqrt{\left\{(2s - x')\,x'' + (2s - x'')\,x' \pm 2\sqrt{[x'x'' \times (2s - x') \times (2s - x'')]}\right\}}.$$

On doit entendre par x' & x'', les deux distances horizontales des cornes, au limbe du Soleil.

(23.) L'équation du paragraphe précédent, donne une double valeur pour la distance des cornes; & en effet, il est aisé de voir que les mêmes distances horizontales des cornes au limbe du Soleil, peuvent convenir à deux distances différentes GH, gH des cornes. Le choix des deux expressions n'est pas difficile; on prendra la plus grande valeur, si l'observation fait connoître que les deux pointes des cornes sont situées de côté différent, par rapport au diamètre horizontal du Soleil; on prendra la plus petite valeur, si les pointes des cornes sont situées du même côté, par rapport au diamètre horizontal.

Quant à l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, il a pour expreſſion de ſon coſinus,

$$(1)\ \text{coſ. (angle de la ligne des cornes avec le diam. horiz. } \odot) = \frac{r(x'' - x')}{\text{diſt. des cornes}}.$$

(24.) La détermination de la diſtance vraie des cornes & de l'inclinaiſon de la ligne des cornes ſur le diamètre horizontal du Soleil, d'après l'obſervation des diſtances verticales de chacune des cornes au limbe du Soleil, ne préſente pas plus de difficulté. Nous remarquerons d'abord, que la réfraction altérant les diſtances verticales, il faudroit naturellement avoir recours à l'équation au diſque déformé du Soleil; mais ſi l'on fait attention que ces diſtances verticales ſont toutes altérées d'une manière uniforme, & dans le rapport du petit axe au grand axe de l'ellipſe, qui repréſente le diſque déformé du Soleil, on verra facilement qu'en augmentant toutes les diſtances verticales obſervées, dans le rapport du grand axe au petit axe du diſque déformé du Soleil, on retombera dans l'hypothèſe du diſque ſphérique. Cette première opération permettra d'employer une équation analogue à l'équation (2) du *§. 22;* ſi donc nous exprimons par y'' & y', les deux diſtances verticales des cornes au limbe du Soleil, corrigées ainſi qu'il a été dit ci-deſſus, on aura

$$(1)\ \text{Diſtance des cornes} = \sqrt{\{(2s - y') \times y'' + (2s - y'') \times y' \pm 2\sqrt{[y'y'' \times (2s - y') \times (2s - y'')]}\}}.$$

Quant à l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, il a pour expreſſion de ſon ſinus

$$(2)\ \text{ſin. (angle de la ligne des cornes avec le diam. horiz. du } \odot) = \frac{r(y'' - y')}{\text{diſt. des cornes}}.$$

(25.) Les expreſſions de la diſtance des cornes, & de l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, des paragraphes précédens, ſont celles qui ont lieu pour le diſque non déformé du Soleil. Si l'on vouloit avoir les expreſſions analogues pour le diſque déformé, on remarquera qu'en ſuppoſant, comme dans le *§. 7,* que le grand

grand axe de l'ellipſe qui repréſente le diſque déformé du Soleil, eſt au petit axe, dans le rapport de 1 à $1 - \frac{f}{g}$; l'équation au diſque déformé, ſera

$$(1)\quad \left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \times (x^2 - 2sx) + y^2 = 0.$$

Donc en nommant x', x'' les deux diſtances horizontales des cornes, au limbe du Soleil, on aura

(2) Diſtance des cornes ſur le diſque déformé =

$$\sqrt{\left\{(x'' - x')^2 + \left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \times [x'(2s - x') + x''(2s - x'')]\right.}$$
$$\overline{\left.\pm\, 2\left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \sqrt{[x'x'' \times (2s - x') \times (2s - x'')]}\right\}}.$$

Quant à l'angle de la ligne des cornes, avec le diamètre horizontal du Soleil, l'expreſſion de ſon coſinus a la même forme que dans le *§. 23.*

(26.) On pourroit pareillement conclure la diſtance des cornes ſur le diſque déformé du Soleil, & l'inclinaiſon de la ligne des cornes ſur le diamètre horizontal du Soleil, d'après l'obſervation des diſtances verticales de chacune des cornes au limbe du Soleil. Si donc l'on entend par y'', y' les deux diſtances verticales des cornes, au limbe du Soleil, qui dans ce cas doivent être employées comme elles ſont données immédiatement par l'obſervation, on aura

(1) diſtance des cornes ſur le diſque déformé $= \dfrac{1}{1 - \frac{f}{g}} \times$

$$\sqrt{\left\{\left(1 - \frac{f}{g}\right)^2 \times (y'' - y')^2 + y'\left[2s\left(1 - \frac{f}{g}\right) - y'\right] + y''\left[2s\left(1 - \frac{f}{g}\right) - y''\right]\right.}$$
$$\overline{\left.\pm\, 2\sqrt{\left[y'y''\left[2s\left(1 - \frac{f}{g}\right) - y'\right] \times \left[2s\left(1 - \frac{f}{g}\right) - y''\right]\right]}\right\}}$$

Quant à l'angle de la ligne des cornes avec le diamètre horizontal du Soleil, l'expreſſion de ſon ſinus a la même forme que dans le *§. 24.*

(27.) On pourroit auſſi ſe propoſer de déterminer l'inclinaiſon de la ligne des cornes ſur le diamètre horizontal du

Soleil, en ſuppoſant connues la diſtance des cornes & la diſtance, ſoit horizontale, ſoit verticale d'une des cornes au limbe du Soleil. En effet, puiſque les équations (1) & (2) des *§. 23 & 24,* déterminent cette inclinaiſon, en ſuppoſant toutefois connues la diſtance des cornes & la diſtance ſoit horizontale, ſoit verticale de chacune des cornes au limbe du Soleil; que d'ailleurs, la diſtance des cornes entr'elles, ainſi que la diſtance d'une des cornes au limbe du Soleil, ſont données par l'obſervation; le Problème ſe réduit à déterminer la diſtance inconnue de l'autre corne, au limbe du Soleil, par l'une des équations (2) ou (1), des *§. 25 & 26.* Il eſt vrai que dans le cas du diſque elliptique du Soleil, le Problème eſt du quatrième degré; mais il s'abaiſſe au ſecond dans le cas du diſque circulaire, ainſi qu'il eſt aiſé de le vérifier par l'inſpection des équations (2) & (1), des *§. 22 & 24.* Quoique dans ce dernier cas, il ſoit très-facile de réſoudre l'équation du ſecond degré qui donne la ſolution de la queſtion: voici une conſtruction plus ſimple qui conduira au même but.

Fig. 3. (28.) Soit GH la diſtance obſervée des cornes dans l'hypothèſe du diſque circulaire; AB la diſtance horizontale d'une des cornes G au limbe du Soleil; S le centre du Soleil. Par la corne G, je mène le rayon SG; par le point D milieu de la diſtance des cornes, je mène la perpendiculaire SD, & je ſuppoſe la diſtance GH des cornes prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre le diamètre SA du Soleil, quelque part en un point R.

Il eſt évident d'après cette conſtruction, que l'angle SRD, eſt l'angle que l'on ſe propoſe de connoître. Cet angle eſt le complément de l'angle RSD; or ce dernier angle eſt égal à la ſomme des angles GSD, GSR. Si donc l'on nomme x la diſtance horizontale donnée d'une des cornes au limbe du Soleil, & φ, φ' deux angles tels que

$$(1)\ \text{ſin.}\ \varphi = \frac{\text{rayon} \cdot \times \tfrac{1}{2}\ \text{diſtance des cornes}}{\text{demi-diamètre}\ \odot},$$

(2) $\text{cos}.\ \varphi' = \frac{(\text{demi-diamètre} \odot - x) \times \text{rayon}}{\text{demi-diamètre} \odot}$, Fig. 3.

on aura

(3) angle de la ligne des cornes avec le demi-diam. horiz. du $\odot = 90^d - \varphi - \varphi'$.

(29.) On résoudroit le Problème d'une manière analogue dans le cas où ce seroit une distance verticale d'une des cornes au limbe du Soleil qui seroit connue. Il pourroit aussi arriver que l'angle *RSD*, au lieu d'être égal à la somme des angles *GSD*, *GSR*, fût égal à la différence de ces angles, alors on auroit

(1) angle de la ligne des cornes avec le demi-diam. horiz. $\odot = 90^d - \varphi + \varphi'$.

C'est à l'observation à indiquer le cas particulier qui a lieu.

Nous n'insisterons pas davantage sur ces recherches; je passe à ce qui regarde l'inflexion des rayons solaires.

ARTICLE II.

De l'Inflexion des Rayons solaires.

SECTION PREMIÈRE.

Recherches préliminaires relatives à l'inflexion des rayons solaires.

(30.) Après avoir dépouillé les observations de l'effet de la réfraction, je dois déterminer la relation entre la distance des centres du Soleil & de la Lune, & les distances des limbes & des cornes. Si les rayons solaires ne souffroient aucune déviation de leur route rectiligne en passant près de la Lune, les Problèmes que je me propose de résoudre, offriroient moins de difficultés, mais les différens phénomènes que j'ai discutés jusqu'ici, ne paroissent pas permettre de s'arrêter à cette hypothèse simple. Il suffit même que l'hypothèse contraire soit possible, pour chercher à deméler la vérité. Je vais donc pour éviter la multiplicité des formules, déterminer tout de suite la relation entre la distance des centres, la distance des limbes & des cornes, & les demi-diamètres du Soleil &

de la Lune, en ſuppoſant que les rayons ſolaires s'infléchiſſent d'une manière quelconque, en paſſant près de la Lune. Le cas plus ſimple de l'inflexion nulle ſera un cas particulier des formules générales.

(31.) Comme il n'eſt pas poſſible d'attribuer l'inflexion des rayons ſolaires qui paſſent près de la Lune, en cas toutefois que le phénomène exiſte, à une autre cauſe qu'à une atmoſphère répandue autour de cet Aſtre, & qui réfracte les rayons du Soleil, c'eſt au centre de la Lune, comme terme de comparaiſon, que je rapporterai toutes les conſtructions. Je mènerai par le centre de la Lune & par l'œil de l'obſervateur une droite indéfinie; j'évaluerai l'inflexion relativement à cet axe; je ſuppoſerai que les rayons du Soleil qui parviennent à l'Obſervateur, éprouvent une déviation de leur route rectiligne, telle que le nouvel angle qu'ils forment avec cet axe ſoit dans un rapport quelconque avec l'angle qu'ils auroient formé s'ils fuſſent arrivés en ligne droite à l'Obſervateur. Il eſt ſuperflu d'avertir que dans tout ce que je vais dire, j'entendrai toujours par le demi-diamètre du Soleil, celui qui eſt donné, ſoit par les Tables, ſoit par l'obſervation pour le jour de l'Éclipſe; & par le demi-diamètre de la Lune, ſon demi-diamètre apparent, celui en un mot qui convient à l'inſtant de l'obſervation & dont nous avons
Année 1766. donné l'expreſſion *(IV.e Mémoire, §. 122)*. Paſſons à l'analyſe du Problème.

Fig. 4. (32.) Soit L le centre du diſque apparent de la Lune; S le centre du diſque du Soleil; $ELSe$ la droite qui joint les centres du Soleil & de la Lune; CED le diſque apparent de la Lune, que je ſuppoſe circulaire; eCD le diſque apparent du Soleil que je ſuppoſe également circulaire; LS la ligne des abſciſſes relativement à laquelle je cherche l'équation au diſque du Soleil & de la Lune; L l'origine des coordonnées. Soit de plus

l le demi-diamètre apparent LC de la Lune.

s le demi-diamètre SC du Soleil.

x l'abſciſſe LN. Fig. 4.

y l'ordonnée NC.

u' l'abſciſſe Ln.

z' l'ordonnée nm.

λ la diſtance LS des centres du Soleil & de la Lune.

On aura évidemment pour équation au diſque de la Lune,

$$(1)\ x^2 + y^2 - l^2 = 0;$$

& pour équation au diſque du Soleil,

$$(2)\ (u' - \lambda)^2 + z'^2 - s^2 = 0.$$

Telles ſeroient les équations qui auroient lieu ſi les rayons ſolaires n'étoient point infléchis en paſſant près de la Lune; mais ſi l'on ſuppoſe dans la lumière une déviation de la route rectiligne, les équations précédentes pourront être troublées: examinons ce qu'elles deviennent dans cette nouvelle hypothèſe.

(33.) D'après les conſtructions du §. 31, le diſque apparent de la Lune n'eſt point altéré par l'inflexion des rayons ſolaires; l'équation (1) du *paragraphe précéd.* repréſente donc toujours le diſque de cet Aſtre; & en cela l'hypothèſe eſt conforme à ce qui paroît avoir été conſtaté par M. le Monnier, dans l'Éclipſe annulaire du 25 Juillet 1748, & par M. Short dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764. Mais il n'en eſt pas de même du diſque du Soleil. Soit en effet L le centre de la Lune; LSS' la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune; S le centre du diſque ſolaire non altéré par l'inflexion des rayons; S' le centre du nouveau diſque altéré par l'inflexion; & conſervons les dénominations du §. 32, en nommant d'ailleurs Fig. 5.

u l'abſciſſe Ln du diſque déformé,

z l'ordonnée correſpondante.

En vertu des ſuppoſitions du §. 31, on a LP eſt à Lp dans un rapport donné. Soit

Fig. 5. $\frac{m}{n}$ le rapport dont il s'agit (j'apprendrai par la suite à déterminer ce rapport).

on aura $\sqrt{(u^2 + z^2)} : \sqrt{(u'^2 + z'^2)} :: n : m;$

de plus $u : z :: u' : z'$; l'équation (2) du §. 32 deviendra donc

$$(3)\ u^2 + z^2 - 2\lambda u \times \frac{n}{m} + (\lambda^2 - s^2) \times \frac{n^2}{m^2} = 0.$$

C'eſt l'équation au diſque du Soleil affecté de l'inflexion.

(34.) Si l'on diſcute cette dernière équation, on verra facilement que la courbe qu'elle repréſente eſt un cercle dont le rayon $= \frac{sn}{m}$, & dont le centre eſt ſitué ſur la ligne des abſciſſes, à une diſtance $= \frac{\lambda n}{m}$ du centre de la Lune. L'effet de l'inflexion des rayons ſolaires, conſiſte donc à changer le diſque apparent du Soleil, de manière que la valeur du demi-diamètre & la poſition du centre éprouvent une altération ſenſible : il faut alors combiner le diſque apparent de la Lune, non pas avec le véritable diſque du Soleil, mais avec un diſque fictif dont le rayon $= \frac{sn}{m}$, & dont le centre eſt ſitué à une diſtance $= \frac{\lambda n}{m}$ du centre de la Lune. Nous verrons bientôt quel uſage on peut faire de cette conſidération dans les Problèmes qu'il s'agira de réſoudre.

(35.) Pour déterminer maintenant le rapport de n à m, je remarque que $n : m :: Lp : LP$. En vertu des conſtructions précédentes, Lp eſt la diſtance du centre de la Lune au point du diſque du Soleil tranſporté de P en p par l'effet de l'inflexion; LP eſt la diſtance du centre de la Lune au point du diſque du Soleil non affecté de l'inflexion.

Suppoſons maintenant que l'on trace le diſque $C\pi c$ de la Lune, on aura évidemment

Lp = demi-diam. appar. $L\pi$ de la Lune + dist. πp du rayon solaire infléchi, au limbe de la Lune; Fig. 5.
LP = demi-diam. appar. $L\pi$ de la Lune + dist. πp du rayon solaire infléchi, au limbe de la Lune — inflexion Pp qu'a subi le rayon solaire pour parvenir à l'Observateur.

Donc

$$(1)\ \frac{n}{m} = \frac{\text{demi-diam. appar. de la Lune + dist. du rayon solaire infléchi au limbe de la Lune}}{\text{demi-diam. appar. de la Lune + dist. du rayon infléchi au limbe ☾ — inflexion}}.$$

Cette dernière équation pourra pareillement servir à connoître l'inflexion lorsque la valeur de $\frac{n}{m}$ sera bien déterminée; on a en effet

$$(2)\ \text{Inflexion} = \left(1 - \frac{m}{n}\right) \times (\text{demi-diam. ☾ + dist. du rayon infléchi au limbe de la Lune});$$

(36.) Si l'on connoissoit la loi qui règne entre la distance des limbes & l'inflexion correspondante, on pourroit avoir dans tous les cas la valeur de $\frac{n}{m}$. M. Euler, dans les Mémoires de Berlin pour l'*année 1748,* à l'occasion de l'Éclipse du 25 Juillet de la même année, a cherché à déterminer cette loi, par des considérations sur la densité de l'atmosphère de la Lune. Quoi qu'il en soit, il m'a paru que, pour l'Éclipse du 1.er Avril 1764, si l'on part des diamètres de la Lune donnés par les Tables, il est difficile de ne pas admettre une inflexion d'environ 4 secondes dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. J'ai donc supposé inflexion = 4″, lorsque la distance du rayon solaire infléchi au limbe de la Lune = 0. Cette hypothèse m'a donné

$$\frac{n}{m} = \frac{887}{883} = 1,0045\ldots\text{Log.}\ \frac{n}{m} = 0,0019629.$$

Au reste, je n'ai point dissimulé dans le cours de cet ouvrage, que l'hypothèse de l'inflexion des rayons solaires, quelque plausible qu'elle soit, peut donner lieu à des objections; & qu'il n'est pas impossible d'expliquer les phénomènes par d'autres considérations tirées de la mesure des diamètres de

la Lune & du rapport de la parallaxe au diamètre horizontal de cet Aſtre. C'eſt au temps ſeul à décider irrévocablement cette queſtion. J'obſerverai auſſi que par l'inflexion des rayons ſolaires, j'entends l'inflexion que ces rayons paroiſſent ſubir dans l'atmoſphère de la Lune, & qui eſt tant ſoit peu différente de celle qu'ils ſubiſſent réellement, attendu l'effet de cette même inflexion ſur les diamètres apparens de la Lune, ainſi que je l'expliquerai dans la ſuite.

(37.) Lorſque j'ai dit que l'équation (3) du *§. 33*, repréſentoit le diſque du Soleil déformé par l'inflexion des rayons qui paſſent près du limbe de la Lune, il ne faut pas croire que tous les points du diſque ſolaire, tel qu'il paroît à nos yeux, ſoient véritablement aſſujettis à la loi d'où j'ai déduit l'équation en queſtion. En effet, il eſt naturel de penſer que la ſphère d'activité de la force infléchiſſante ne s'étend pas à une grande diſtance de la Lune; on peut donc imaginer que les points du Soleil les plus éloignés du limbe de la Lune, n'éprouvent aucun déplacement, ou que du moins ce déplacement eſt beaucoup moins ſenſible que ne le ſuppoſe la loi en queſtion. Mais il ſuffit pour l'exactitude de l'hypothèſe, que les points du diſque ſolaire que nous conſidérons, ſoient aſſujettis à la loi dont il s'agit; le reſte du diſque eſt abſolument indifférent à la queſtion. Nous avons cru devoir préſenter ces réflexions, qui répondent d'avance aux objections que l'on pourroit faire ſur la manière dont nous avons enviſagé le Problème.

(38.) Nous remarquerons en finiſſant cette Section, que le cas de $\frac{n}{m} = 1$, donne l'inflexion nulle; que le cas de $\frac{n}{m}$ plus grand que 1, donne une véritable inflexion; que le cas de $\frac{n}{m}$ moindre que 1, donne une inflexion négative, c'eſt-à-dire, une diffraction.

SECTION

SECTION SECONDE.

De la relation entre la distance des centres & la distance des limbes.

(39.) Je vais donner dans cette Section, la relation entre la distance des centres & la distance des limbes, dans l'hypothèse du rayon infléchi; cette relation servira à résoudre les deux questions suivantes,

Étant donnée la distance apparente des limbes, déterminer la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune!

Étant donnée la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune, déterminer la distance apparente des limbes!

Pour résoudre ces deux questions, on se rappellera que pour avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, il faut combiner le disque apparent de la Lune, non pas avec le véritable disque du Soleil, mais avec un disque fictif dont le rayon $= \frac{n}{m}$ demi-diam. solaire, & dont le centre est situé à une distance $= \frac{n}{m}$ distance vraie des centres. D'ailleurs il est aisé de vérifier que si L est le centre de la Lune, S le centre du disque du Soleil altéré par l'inflexion, NG le disque de la Lune, $N'E$ le disque apparent du Soleil; la distance GE des limbes égale la distance apparente LS des centres, plus le demi-diamètre apparent SE du Soleil, moins le demi-diamètre LG de la Lune. La distance apparente LS des centres $= \frac{n}{m}$ distance vraie des centres; le demi-diamètre apparent SE du Soleil $= \frac{n}{m}$ demi-diamètre vrai; on a donc Fig. 6.

(1) Distance des limbes $-\frac{n}{m}$ distance vraie des centres $-\frac{n}{m}$ demi-diamètre du Soleil $+$ demi-diamètre de la Lune $= 0$;

d'où l'on conclura

(2) Diſtance des limbes $= \frac{n}{m}$ diſtance vraie des centres $+ \frac{n}{m}$ demi-diamètre vrai du Soleil — demi-diamètre de la Lune.

(3) Diſtance vraie des centres $= \frac{m}{n}$ diſtance des limbes $+ \frac{m}{n}$ demi-diamètre de la Lune — demi-diamètre du Soleil.

On peut donc réſoudre les queſtions propoſées.

(40.) On pourroit auſſi conclure le demi-diamètre apparent de la Lune, ainſi que le demi-diamètre du Soleil, & la quantité de l'inflexion, ſi toutes les autres quantités étoient parfaitement connues. L'on auroit

(1) Demi-diam. ☾ $= \frac{n}{m}$ diſt. vr. des centres $+ \frac{n}{m}$ demi-diam. ☉ — diſt. des limbes.

(2) Demi-diam. ☉ $= \frac{m}{n}$ diſt. des limbes $+ \frac{m}{n}$ demi-diam. ☾ — diſt. des centres.

$$(3)\ \frac{n}{m} = \frac{\text{diſtance des limbes + demi-diamètre de la Lune}}{\text{diſtance des centres + demi-diamètre du Soleil}},$$

(41.) On remarquera que l'équation (1) du *§. 39,* exprime la relation entre la diſtance viſible des limbes & les autres quantités de cette équation, lorſque le diſque de la Lune n'eſt pas totalement projeté ſur le diſque du Soleil. Dans le cas où le diſque de la Lune eſt entièrement projeté ſur le diſque du Soleil, elle exprime la relation entre la plus grande des deux diſtances des limbes & les autres quantités qu'elle renferme. Si l'on vouloit avoir dans ce dernier cas, l'expreſſion de la plus petite des deux diſtances des limbes, on changeroit le ſigne de la diſtance des centres, & l'on auroit

(1) Diſt. des limbes $+ \frac{n}{m}$ diſt. vr. des centres $- \frac{n}{m}$ demi-diam. ☉ + demi-diam. ☾ $= 0$.

Il faudroit alors faire des changemens analogues dans les équations (2), (3) du *§. 39,* (1), (2) & (3) du précédent paragraphe.

Comme la relation entre les diſtances des limbes & l'inflexion que ſubiſſent les rayons ſolaires, n'eſt pas bien connue,

ainſi que nous l'avons déjà remarqué, il n'eſt pas poſſible d'avoir une ſécurité complète ſur la diſtance des centres que l'on conclut de la diſtance obſervée des limbes. Cette réflexion conduit à préférer à toute autre eſtime de la grandeur de l'Éclipſe, celle qui ſe déduit de la diſtance des cornes. Ces diſtances, que j'ai toujours vu très-aiguës & très-prononcées, me paroiſſent ſuſceptibles d'être obſervées avec beaucoup d'exactitude à l'aide du micromètre objectif: d'ailleurs le calcul a l'avantage de ne ſuppoſer que la connoiſſance de l'inflexion particulière que ſubiſſent les rayons qui raſent le limbe de la Lune.

SECTION TROISIÈME.

De la relation entre la diſtance des centres, la diſtance des cornes, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, & l'inflexion que ſubiſſent les rayons ſolaires.

(42.) Je vais donner dans cette Section, la relation entre la diſtance des centres, la diſtance des cornes, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, & l'inflexion que ſubiſſent les rayons ſolaires; cette relation ſervira à réſoudre les queſtions ſuivantes.

Étant donnés, la diſtance apparente des cornes, les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, & la loi de l'inflexion, déterminer la diſtance vraie des centres du Soleil & de la Lune!

Étant donnés, la diſtance vraie des centres du Soleil & de la Lune, les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, & la loi de l'inflexion, déterminer la diſtance apparente des cornes!

Étant donnés, la diſtance vraie des centres, la diſtance des cornes, le demi-diamètre du Soleil, & la loi de l'inflexion, déterminer le demi-diamètre apparent de la Lune!

Étant donnés, la diſtance vraie des centres, la diſtance des cornes, & les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, déterminer la loi de l'inflexion!

(43.) Pour réſoudre ces queſtions, on ſe rappellera que

si l'on conserve toutes les dénominations des paragraphes précédens, on a, pour déterminer les équations au disque de la Lune & au disque déformé du Soleil,

$$(1)\ x^2 + y^2 - l^2 = 0,$$

$$(2)\ u^2 + z^2 - 2\lambda u \times \frac{n}{m} + (\lambda^2 - s^2) \times \frac{n^2}{m^2} = 0.$$

Dans ces équations,

l = demi-diamètre apparent de la Lune,
λ = distance vraie des centres du Soleil & de la Lune,
s = demi-diamètre vrai du Soleil,
$\frac{n}{m}$ = le rapport qui exprime l'inflexion,
x = l'abscisse.. } au disque lunaire,
y = l'ordonnée. }
u = l'abscisse... } au disque altéré du Soleil.
z = l'ordonnée. }

De plus, puisque dans la question présente, il s'agit de points communs au disque de la Lune & au disque altéré du Soleil, on a $u = x$, $z = y$; & l'équation (2) devient

$$(3)\ x^2 + y^2 - 2\lambda x \times \frac{n}{m} + (\lambda^2 - s^2) \times \frac{n^2}{m^2} = 0.$$

D'ailleurs y étant l'ordonnée commune aux disques du Soleil & de la Lune, y est évidemment la moitié de la distance des cornes; si donc dans l'équation (3), on élimine la quantité x, au moyen de l'équation (1), on aura

$$(4)\ m^4 l^4 - 2m^2 n^2 l^2 \lambda^2 - 2m^2 n^2 l^2 s^2 + \lambda^4 n^4 - 2\lambda^2 s^2 n^4 + s^4 n^4 + 4m^2 n^2 \lambda^2 y^2 = 0.$$

Et comme $y = \frac{1}{2}$ distance des cornes, l'on aura

(5) distance des cornes =

$$\frac{\sqrt{\begin{cases}(\text{demi-diamètre} \odot + \frac{m}{n}\text{ demi-diamètre} \,☾ + \text{distance centres})\\ \times(\text{demi diamètre} \odot + \frac{m}{n}\text{ demi-diamètre} \,☾ - \text{distance centres})\\ \times(\text{distance centres} + \text{demi-diamètre} \odot - \frac{m}{n}\text{ demi-diamètre} \,☾)\\ \times(\text{distance centres} - \text{demi-diamètre} \odot + \frac{m}{n}\text{ demi-diamètre} \,☾)\end{cases}}}{\frac{m}{n}\text{ distance des centres}}$$

(6) distance des centres $= \pm$

$\frac{m}{n} \surd[($demi-diam. ☾ $+ \frac{1}{2}$ dist. cornes$) \times ($demi-diam. ☾ $- \frac{1}{2}$ dist. cornes$)]$

$\pm \surd[($demi-diam. ☉ $+ \frac{m}{n} \frac{1}{2}$ dist. corn.$) \times ($demi-diam. ☉ $- \frac{m}{n} \frac{1}{2}$ dist. cor.$)]$.

L'expreſſion de la diſtance des cornes, eſt imaginaire dans deux cas; lorſque

diſtance centres ſurpaſſe demi-diamètre ☉ $+ \frac{m}{n}$ demi-diamètre ☾;

& lorſque

diſtance centres eſt moindre que $\pm$ demi-diam. ☉ $\mp \frac{m}{n}$ demi-diam. ☾.

Dans le premier cas, l'Éclipſe n'eſt pas encore commencée; dans le ſecond cas, le diſque de la Lune eſt entièrement projeté ſur le diſque du Soleil, ou le diſque du Soleil eſt totalement caché par la Lune.

(44.) Si l'on jette les yeux ſur l'expreſſion de la diſtance des centres du paragraphe précédent, il ſera aiſé de ſe convaincre que cette diſtance peut être égale à la ſomme ou à la différence de deux quantités radicales. On ne peut pas ſe ſervir arbitrairement de l'une ou de l'autre de ces valeurs, & l'on ſeroit induit en erreur, ſi l'on ſe méprenoit ſur leur uſage. La première a lieu, lorſque les centres du Soleil & de la Lune ſont ſitués de côté différent, par rapport à la ligne des cornes; la ſeconde valeur a lieu, lorſque les centres ſont ſitués du même côté, par rapport à la ligne des cornes. Nous remarquerons ici qu'avant l'inſtant de la plus grande phaſe, les centres du Soleil & de la Lune ſont ſitués de côté différent, par rapport à la ligne des cornes, lorſque les diſtances des cornes ſont croiſſantes; ils ſont ſitués du même côté, lorſque les diſtances des cornes ſont décroiſſantes. Les combinaiſons contraires ont lieu après l'inſtant de la plus grande phaſe.

(45.) On pourra auſſi facilement conclure des obſervations, le demi-diamètre apparent de la Lune, lorſque toutes les autres quantités ſeront parfaitement connues. L'on aura alors

$$(1)\ \text{demi-diam.}\ ☾ = \surd\left\{\left(\frac{n}{m}\,\text{diſtance des centres} + \frac{n}{m}\,\text{demi-diam.}\ \odot\right)^2 - \frac{2n}{m}\,\text{diſtance des centres} \times \left[\frac{n}{m}\,\text{demi-diamètre du}\ \odot \pm \surd\left(\frac{n}{m}\,\text{demi-d.}\ \odot + \tfrac{1}{2}\,\text{diſt. cor.}\right) \times \left(\frac{n}{m}\,\text{demi-d.}\ \odot - \tfrac{1}{2}\,\text{diſt. cor.}\right)\right]\right\}.$$

(46.) On conclura également des obſervations, l'inflexion que ſubiſſent les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, ou, ſi l'on veut, la valeur de $\frac{n}{m}$, lorſque toutes les autres quantités ſeront bien connues; on aura alors

$$(1)\ \frac{n}{m} = \pm \frac{\surd[(\text{demi-diam.}\ ☾ \times \text{demi-diam.}\ \odot)^2 - (\text{diſt. centres} \times \frac{1}{2}\,\text{diſt. cornes})^2]}{(\text{diſt. centres} + \text{demi-diam.}\ \odot) \times (\text{diſt. centres} - \text{demi-diam.}\ \odot)} \pm \frac{\text{diſt cent.}\surd[(\text{demi-diam.}\ ☾ + \frac{1}{2}\,\text{diſt.corn.}) \times (\text{demi-diam.}\ ☾ - \frac{1}{2}\,\text{diſt. cor.})]}{(\text{diſt. centres} + \text{demi-diam.}\ \odot) \times (\text{diſt. centres} - \text{demi-diam.}\ \odot)}.$$

(47.) Les valeurs du demi-diamètre de la Lune, du *§. 45*, ſont doubles. On ne peut pas ſe ſervir arbitrairement de l'une ou de l'autre de ces valeurs, & l'on ſeroit induit en erreur, ſi l'on ſe méprenoit ſur leur uſage. On doit employer la première valeur pour toutes les obſervations, lorſque le diſque de la Lune eſt plus petit que le diſque du Soleil. Et lors même que le diſque de la Lune eſt plus grand que le diſque du Soleil, on doit employer cette première valeur pour toutes les obſervations qui ont lieu depuis le commencement de l'Éclipſe, juſqu'à l'inſtant de la plus grande diſtance des cornes; & après la plus grande phaſe, depuis l'inſtant de la plus grande diſtance des cornes juſqu'à la fin de l'Éclipſe. Quant à la ſeconde valeur, on ne doit en faire uſage que dans le petit nombre de circonſtances qui ne ſont pas compriſes ci-deſſus.

(48.) L'uſage de l'équation du *§. 46* préſente, quant aux ſignes, un peu plus d'embarras que l'équation du *§. 45*. Si l'on reprend les définitions du *§. 43*, cette équation aura la forme ſuivante,

$$\frac{n}{m} = \pm \frac{\surd(l^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}{\lambda^2 - s^2} \pm \frac{\lambda \surd(l^2 - y^2)}{\lambda^2 - s^2},$$

Au commencement de l'Éclipse, & jusqu'à l'instant où $l^2 s^2 - \lambda^2 y^2 = 0$, on a

$$\frac{n}{m} = + \frac{\sqrt{(l^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{\lambda^2 - s^2} + \frac{\lambda \sqrt{(l^2 - y^2)}}{\lambda^2 - s^2}.$$

Depuis l'instant où $l^2 s^2 - \lambda^2 y^2 = 0$, jusqu'à celui où $l^2 - y^2 = 0$, la valeur de $\frac{n}{m}$ a la forme suivante,

$$\frac{n}{m} = - \frac{\sqrt{(l^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{\lambda^2 - s^2} + \frac{\lambda \sqrt{(l^2 - y^2)}}{\lambda^2 - s^2}.$$

Depuis l'instant où $l^2 - y^2 = 0$, jusqu'à l'instant de la plus grande phase, on a

$$\frac{n}{m} = - \frac{\sqrt{(l^2 s^2 - \lambda^2 y^2)}}{\lambda^2 - s^2} - \frac{\lambda \sqrt{(l^2 - y^2)}}{\lambda^2 - s^2};$$

& ainsi de suite, depuis le milieu de l'Éclipse jusqu'à la fin, mais dans un ordre renversé.

Lorsque $\lambda = s$, on a

$$\frac{n}{m} = \frac{l^2}{2 \lambda \sqrt{(l^2 - y^2)}}.$$

Nous remarquerons enfin que si l'on suppose dans l'équation (4) du §. 43, $l^2 s^2 - \lambda^2 y^2 = 0$; on aura pour condition correspondante, $\lambda = \sqrt{(s^2 + \frac{m^2}{n^2} l^2)}$.

On pourroit également déterminer le demi-diamètre du Soleil; mais nous avons cru devoir supprimer cette formule, attendu qu'il n'est pas proposable d'avoir recours à ce moyen, beaucoup moins précis que la mesure immédiate du diamètre de cet astre.

EXEMPLE PREMIER.

(49.) *On demande quelle a dû être à Londres la distance des cornes à 9h 16′ 17″ du matin, le 1.er Avril 1764, en supposant que la distance des centres fut alors de 26′ 27″, le demi-diamètre du Soleil de 15′ 56″, le demi-diamètre apparent de la Lune de 14′ 54″,6, & la valeur de* $\frac{n}{m} = 1,0045$;

SOLUTION. Puiſque par la ſuppoſition, le demi-diamètre du Soleil étoit de 15′ 56″, le demi-diamètre apparent de la Lune de 14′ 54″,6, & la diſtance des centres de 26′ 27″; on avoit

$$\frac{m}{n}\ \text{demi-diam. de la Lune} = 14'\ 50'',6,$$

$$\frac{m}{n}\ \text{diſtance des centres} = 26'\ 20''.$$

demi-diam. ⊙ + $\frac{m}{n}$ demi-d. ☾ + diſt. cent. = 57′ 13″,6 = 3433″,6... Log. = 3,5357497.
demi-diam. ⊙ + $\frac{m}{n}$ demi-d. ☾ — diſt. cent. = 4. 19, 6 = 259, 6... Log. = 2,4143047.
diſt. centres + demi-d. ⊙ — $\frac{m}{n}$ demi-d. ☾ = 27. 32, 4 = 1652, 4... Log. = 3,2181152.
diſt. centres — demi-d. ⊙ + $\frac{m}{n}$ demi-d. ☾ = 25. 21, 6 = 1521, 6... Log. = 3,1823005.

Somme.... = 12,3504701.
Demi-ſomme = 6,1752350.

$\frac{m}{n}$ diſt. centres = 26′ 20″,0 = 1580″,0.... Log. = 3,1986571.

Log. (diſtance des cornes) = 2,9765779.

Diſtance des cornes = 947″,5 = 15′ 47″,5.

EXEMPLE SECOND.

(50.) *On demande quelle a dû être à Londres la diſtance des centres à 9^h 16′ 17″ du matin, le 1.er Avril 1764, en ſuppoſant que le demi-diamètre du Soleil fut de 15′ 56″, la diſtance des cornes 15′ 50″,6, le demi-diamètre apparent de la Lune de 14′ 54″,6, la valeur de* $\frac{n}{m} = 1,0045$; *& qu'à l'inſtant de l'obſervation, les centres du Soleil & de la Lune fuſſent ſitués de côté différent, par rapport à la ligne des cornes.*

SOLUTION. Puiſque par la ſuppoſition, la diſtance des cornes étoit de 15′ 50″,6, on avoit

$\frac{1}{2}$ diſt. des cornes = 7′ 55″,3; $\frac{m}{n} \times \frac{1}{2}$ diſt. des cornes = 7′ 53″,4.

D'ailleurs, le demi-diamètre du Soleil étoit de 15′ 56″, le demi-diamètre apparent de la Lune de 14′ 54″,6, donc

Demi-diam.

Demi-diam. ☾ + $\frac{1}{2}$ dist. cornes = 22′ 49″,9 = 1369″,9.... Log. = 3,1366889.

Demi-diam. ☾ − $\frac{1}{2}$ dist. cornes = 6.59,3 = 419,3.... Log. = 2,6225249.

Somme.................. 5,7592138.

Demi-somme............. 2,8796069.

Logarithme $\frac{m}{n}$.......... − 0,0019629.

2,8776440.

Demi-diam. ☉ + $\frac{m}{n} \times \frac{1}{2}$ dist. cornes = 23.49,4 = 1429,4.... Log. = 3,1551538.

Demi-diam. ☉ − $\frac{m}{n} \times \frac{1}{2}$ dist. cornes = 8. 2,6 = 482,6.... Log. = 2,6835873.

Somme.................. 5,8387411.

Demi-somme............. 2,9193705.

Distance des centres = 754″,5 + 830″,6 = 1585″,1 = 26′ 25″,1.

Pour ne pas multiplier les exemples, je ne donnerai point de type du calcul des formules des *paragraphes 45 & 46 ;* ces calculs ne présentent aucune difficulté, d'après ce qui vient d'être dit.

SECTION TROISIÈME.

Détermination de la loi qui a lieu entre la variation de la distance des centres, de la distance des cornes, des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, des distances des limbes, & de la quantité de l'inflexion.

(51.) Il peut être intéressant de connoître la loi qui a lieu entre la variation de la distance des centres, de la distance des cornes, des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, des distances des limbes & de la quantité de l'inflexion; je vais m'occuper de ces recherches.

Si l'on conſerve les dénominations du *§. 43*, on parviendra facilement à l'équation ſuivante,

$$(1)\ \frac{n^2}{m^2}(\lambda^2+s^2)-l^2 \mp \frac{2n}{m} \times \lambda \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2}-y^2\right)}=0.$$

Donc, en différenciant,

$$(2)\left[\frac{n}{m}(\lambda^2+s^2)\mp\lambda\sqrt{\left(\frac{n^2s^2}{m^2}-y^2\right)}\mp\frac{n^2}{m^2}\times\frac{\lambda s^2}{\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2}s^2-y^2\right)}}\right]$$

$$\times\, d\left(\frac{n}{m}\right)+\frac{n}{m}\left[\frac{n}{m}\lambda\mp\sqrt{\left(\frac{n^2s^2}{m^2}-y^2\right)}\right]d\lambda$$

$$+\frac{n^2}{m^2}\left[s\mp\frac{\frac{n}{m}\lambda s}{\sqrt{\left(\frac{n^2s^2}{m^2}-y^2\right)}}\right]ds$$

$$-\,l\,dl\pm\frac{\frac{n}{m}\lambda y}{\sqrt{\left(\frac{n^2s^2}{m^2}-y^2\right)}}dy=0.$$

Au moyen de cette dernière équation, il eſt aiſé de calculer combien la variation de chaque élément influe ſur les réſultats.

(52.) On ne doit point ſe ſervir arbitrairement de l'une ou de l'autre ſuite de ſignes des équations (1) & (2) du paragraphe précédent; on ſeroit induit en erreur, ſi l'on ſe méprenoit dans ce choix. La première ſuite de ſignes doit être employée dans preſque toutes les obſervations, ainſi qu'il a été dit dans le *§. 47*. En un mot, la règle eſt la même que pour l'équation (1) du *§. 45*.

Nous ne donnerons point d'exemple de ces calculs qui n'ont aucune difficulté.

(53.) Si l'on différencioit pareillement de toutes les façons poſſibles, les équations (1) & (1) des *§. 39 & 41*, on auroit

(1) $d$diſt. limbes + $d$demi-diam. ☾ — (demi-diam. ☉ ± diſt. centres)

$\times\, d\left(\frac{n}{m}\right)-\frac{n}{m}$ ($d$demi-diam. ☉ ± d diſt. centres) ± 0.

La première ſuite de ſignes appartient aux ſuppoſitions du §. 39 ; la ſeconde ſuite appartient aux ſuppoſitions du §. 41.

(54.) Si l'on différencie enfin l'équation (2) du §. 35, on aura à cauſe de $d(\frac{m}{n}) = - \frac{n^2}{m^2} d(\frac{n}{m})$,

(2) d inflexion $= (1 - \frac{m}{n}) \times (d$ demi-diam. ☾ + d diſtance du rayon infléchi au limbe ☾$) + \frac{n^2}{m^2} d(\frac{n}{m}) \times ($demi-diamètre ☾ + diſtance rayon infléchi au limbe ☾$)$.

Dans l'uſage des équations précédentes, on pourra ſuppoſer $\frac{n}{m} = 1$; attendu la petiteſſe des coëfficiens.

ARTICLE III.

Recherches des Obſervations les plus propres à déterminer la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune.

(55.) Dans l'article précédent, nous avons donné la relation entre l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, la diſtance des centres de ces aſtres, & la diſtance des cornes : nous allons nous occuper maintenant de la recherche des Obſervations les plus propres à déterminer la quantité de cette inflexion.

SECTION PREMIÈRE.

Détermination de la plus grande diſtance des cornes, & de la diſtance des centres correſpondante.

(56.) Lorſque l'Éclipſe eſt annulaire pour un certain lieu, il eſt évident que, ſi l'on cherche pour ce lieu particulier, les diſtances des cornes correſpondantes aux différentes

diſtances ſucceſſives des centres, on trouvera que cette diſtance commence par être nulle, qu'elle augmente enſuite, à meſure que la diſtance des centres diminue, qu'elle parvient à ſa plus grande valeur, diminue enſuite à meſure que la diſtance des centres continue à diminuer, devient nulle, puis imaginaire; recommence enſuite à croître à meſure que la diſtance des centres augmente, parvient une ſeconde fois à ſa plus grande valeur, puis diminue, à meſure que la diſtance des centres augmente. Nous allons déterminer à quelle diſtance des centres répond la plus grande diſtance des cornes; & la valeur de cette plus grande diſtance.

(57.) Rien n'eſt plus ſimple que cette détermination; en effet, ce n'eſt qu'un cas particulier de l'équation (2) du *§. 51*, dans laquelle on regardera l'inflexion, & les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, comme des quantités conſtantes, & les diſtances des cornes & des centres, comme des variables. On aura alors

$$(1)\ \left[\frac{n}{m}\lambda \mp \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)}\right] \times \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} d\lambda \pm \lambda y\, dy = 0,$$

ou à cauſe de $dy = 0$,

$$(2)\ \left[\frac{n}{m}\lambda \mp \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)}\right] \times \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} = 0.$$

On a donc pour condition du Problème,

$$(3)\ \frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2 = 0;$$

$$(4)\ \frac{n}{m}\lambda \mp \sqrt{\left(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2\right)} = 0.$$

(58.) De l'équation (3) du *paragraphe précédent*, l'on tire $y = \frac{n\ s}{m}$; & ſi l'on porte cette valeur dans l'équation (1) du *§. 51*, on aura pour valeur correſpondante de la diſtance des centres,

$$(1)\ \lambda = \pm \sqrt{[(\frac{ml}{n} + s) \times (\frac{ml}{n} - s)]}.$$

(59.) Si l'on combine l'équation (4) du §. 57, avec l'équation (1) du §. 51, cette dernière équation deviendra, à cause de $\pm \sqrt{(\frac{n^2 s^2}{m^2} - y^2)} = \frac{n}{m} \lambda$,

$$(1)\ \frac{n^2}{m^2} (\lambda^2 - s^2) + l^2 = 0;$$

d'où l'on tire d'abord

$$(2)\ \lambda = \pm \sqrt{[(s + \frac{m}{n} l) \times (s - \frac{m}{n} l)]}.$$

Si l'on combine ensuite l'équation (4) du §. 57, avec l'équation (1) du présent paragraphe, on aura

$$(3)\ y = l;$$

c'est la valeur correspondante de la distance des cornes.

(60.) Pour entendre ce que signifient ces deux solutions, on remarquera que le Problème renferme essentiellement deux cas différens. En effet, le demi-diamètre apparent de la Lune, peut être plus petit ou plus grand que le demi-diamètre apparent du Soleil. Dans le premier cas, on a pour résoudre la question, les équations du §. 59; dans le second cas, on a pour résoudre la question, les équations du §. 58. On observera aussi que le *maximum* de distance des cornes n'a pas lieu indistinctement pour tous les lieux de la Terre qui voient l'Éclipse; il faut d'ailleurs que par les circonstances astronomiques, les distances des centres du Soleil & de la Lune puissent être égales aux quantités déterminées ci-dessus.

(61.) Si l'on fait attention aux solutions des §. 58 & 59, on verra que lorsque la plus grande distance des cornes dépend de la grandeur du demi-diamètre de la Lune, la quantité de cette plus grande distance est absolument la même, soit que l'on

ſuppoſe le rayon infléchi, ſoit qu'il ne ſubiſſe aucune inflexion. Il n'en eſt pas de même lorſque la plus grande diſtance des cornes dépend du demi-diamètre du Soleil. Il ſuit enfin de cette théorie, que lorſque le demi-diamètre apparent de la Lune eſt plus petit que le demi-diamètre apparent du Soleil, l'on peut très-légitimement déduire le diamètre apparent de la Lune, de l'obſervation de la plus grande diſtance des cornes.

(*62.*) Si l'on jette les yeux ſur les expreſſions des diſtances des centres correſpondantes aux plus grandes diſtances des cornes des *§. 58 & 59*, on verra que ces expreſſions ſont différentes dans les hypothèſes du rayon infléchi & du rayon non infléchi. L'on a, par exemple, *§. 59*, pour expreſſion de la diſtance des centres correſpondant à la plus grande diſtance des cornes dans l'hypothèſe du rayon infléchi,

$$\lambda = \sqrt{(s^2 - \frac{m^2}{n^2} l^2)};$$

& dans l'hypothèſe du rayon non infléchi, l'on a

$$\lambda = \sqrt{(s^2 - l^2)}.$$

Il y a donc une différence ſenſible entre le temps écoulé dans les deux hypothèſes, pendant l'intervalle des deux plus grandes diſtances des cornes. Cette différence a évidemment pour expreſſion, le temps que le centre de la Lune emploie à parcourir l'eſpace $2 [\sqrt{(s^2 - \frac{m^2}{n^2} l^2)} - \sqrt{(s^2 - l^2)}]$; ou $2 [\sqrt{(l^2 - s^2)} - \sqrt{(\frac{m^2}{n^2} l^2 - s^2)}]$; ſuivant que l'on eſt dans le cas des *§. 59* ou *58*. Il pourroit arriver que ce temps fut très-ſenſible, & ſous ce point de vue, on

emploieroit avec ſuccès le temps écoulé entre les plus grandes diſtances des cornes, à la détermination de l'inflexion des rayons ſolaires; mais d'un autre côté l'on peut objecter qu'il n'eſt pas facile de diſtinguer l'inſtant précis du *maximum* de diſtance des cornes, attendu que vers le *maximum*, ces diſtances ſont ſtationnaires. Je ſoumets ces réflexions aux Aſtronomes.

SECTION SECONDE.

Détermination des cas particuliers où les diſtances des cornes ſont égales dans l'hypothèſe du rayon infléchi & du rayon non infléchi.

(63.) Quoique la marche des cornes ſoit différente dans l'hypothèſe du rayon infléchi & du rayon non infléchi, il eſt poſſible que par rapport à de certaines diſtances particulières des centres, les diſtances des cornes ſoient égales dans les deux hypothèſes dont il s'agit: telle eſt la queſtion que je me propoſe d'examiner. On ſent aſſez que ces circonſtances ſont les moins favorables pour déterminer l'inflexion des rayons ſolaires. Il faut les éviter avec ſoin ſi l'on veut déterminer cette inflexion.

L'équation (4) du §. 43, fournit un moyen bien facile pour réſoudre la queſtion propoſée. En effet, l'on tire de cette équation

$$4\lambda^2 y^2 = -\frac{m^2}{n^2} l^2 + 2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - \frac{n^2}{m^2} (\lambda^2 - s^2)^2;$$

& dans le cas de $\frac{m}{n} = 1$,

$$4\lambda^2 y^2 = -l^2 + 2 l^2 (\lambda^2 + s^2) - (\lambda^2 - s^2)^2.$$

On a donc pour condition du Problème,

$$-\frac{m^2}{n^2}l^4 + 2l^2(\lambda^2 + s^2) - \frac{n^2}{m^2}(\lambda^2 - s^2)^2 + l^4$$
$$- 2l^2(\lambda^2 + s^2) + (\lambda^2 - s^2)^2 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(1)\ (n^2 - m^2) \times [m^2 l^4 - n^2(\lambda^2 - s^2)^2] = 0.$$

Les calculs précédens, donnent deux ſolutions,

$$(1)\ m^2 - n^2 = 0;$$
$$(2)\ n^2(\lambda^2 - s^2)^2 - m^2 l^4 = 0.$$

La première ſolution nous apprend, que ſi les rayons ſolaires ne ſont point infléchis, le Problème n'a pas de ſolution particulière; & en effet, quelles que ſoient les diſtances des centres, toutes les diſtances des cornes doivent coïncider. Si au contraire le rayon ſolaire eſt infléchi, le Problème n'a qu'un nombre fini de ſolutions.

(64.) De l'équation (2) du *paragraphe précédent*, l'on tire

$$(1)\ \lambda = \pm\sqrt{(s^2 + \frac{m}{n}l^2)},$$
$$(2)\ \lambda = \pm\sqrt{(s^2 - \frac{m}{n}l^2)}.$$

Les diſtances correſpondantes des cornes ſont

$$(1)\ 2y = \pm\frac{l\sqrt{[4s^2 - (1 - \frac{m}{n})^2 l^2]}}{\lambda},$$
$$(2)\ 2y = \pm\frac{l\sqrt{[4s^2 - (1 + \frac{m}{n})^2 l^2]}}{\lambda}.$$

Si l'on applique le calcul aux ſuppoſitions qui ont eu lieu à Londres, le 1.er Avril 1764, on verra que les diſtances des cornes ont été égales dans la double hypothèſe du

du rayon infléchi & du rayon non infléchi, lorſque les diſtances des centres étoient de $\pm \begin{cases} 21'\ 50'' \\ 5.\ 52 \end{cases}$. Depuis le commencement de l'Éclipſe, juſqu'à l'inſtant où la diſtance des centres s'eſt trouvée de 21′ 50″, les diſtances des cornes ont été conſtamment plus grandes dans l'hypothèſe du rayon non infléchi que dans l'hypothèſe du rayon infléchi. Elles ont enſuite été plus petites, depuis cet inſtant juſqu'à celui où la diſtance des centres s'eſt trouvée de 5′ 52″; elles ſont enfin redevenues plus grandes juſqu'au moment de la plus grande phaſe; & ainſi de ſuite, mais en ordre renverſé, depuis la plus grande phaſe juſqu'à la fin de l'Éclipſe.

SECTION TROISIÈME.

Détermination des cas particuliers, où les diſtances des cornes diffèrent entr'elles le plus qu'il eſt poſſible, dans l'hypothèſe du rayon infléchi & du rayon non infléchi.

(65.) Puiſque dans l'eſpèce du *§. 64*, les diſtances des cornes étoient égales lorſque les diſtances des centres étoient de 21′ 50″ & de 5′ 52″; & que dans l'intervalle compris entre 21′ 50″ & 5′ 52″, les diſtances des cornes ont été plus grandes, dans l'hypothèſe du rayon infléchi que dans l'hypothèſe du rayon non infléchi, on peut demander à quelle diſtance des centres répondoit dans cet intervalle, la plus grande différence des diſtances des cornes? Pour réſoudre cette queſtion, je remarque que ſi l'on nomme

$2y$ la diſtance des cornes correſpondante à une diſtance des centres dans l'hypothèſe du rayon infléchi,

$2y'$ la diſtance des cornes correſpondante à la même diſtance des centres dans l'hypothèſe du rayon non infléchi,

on aura *(§. 43)*, en conſervant toutes les définitions de ce paragraphe,

$$(1)\quad 2(y - y') = \frac{\sqrt{[2m^2n^2l^2(\lambda^2+s^2) - m^4l^4 - n^4(\lambda^2-s^2)^2]}}{\lambda m n} - \frac{\sqrt{[2l^2(\lambda^2+s^2) - l^4 - (\lambda^2-s^2)^2]}}{\lambda}.$$

La théorie de *maximis* & *minimis* donne donc pour condition du Problème,

$$(2)\quad [(l^2m^2 - s^2n^2)^2 - \lambda^4 n^4]^2 \times [2\,l^2(\lambda^2 + s^2) - l^4 - (\lambda^2 - s^2)^2] - m^2n^2\,[(l^2 - s^2)^2 - \lambda^4]^2 \times [2\,m^2n^2l^2(\lambda^2 + s^2) - m^4l^4 - n^4(\lambda^2 - s^2)^2] = 0.$$

(66.) Il n'eſt pas aiſé de tirer la valeur de λ de l'équation (2) du *paragraphe précédent*, en la laiſſant ſous la forme de ce paragraphe. Pour la rendre plus traitable, je remarque que

$$\frac{\sqrt{[2\,m^2n^2l^2(\lambda^2 + s^2) - m^4l^4 - n^4(\lambda^2 - s^2)^2]}}{\sqrt{[2\,l^2(\lambda^2 + s^2) - l^4 - (\lambda^2 - s^2)^2]}} = \frac{mny}{y'};$$

on peut donc mettre l'équation (2) du *paragraphe précédent*, ſous la forme qui ſuit,

$$(1)\quad (l^2m^2 - s^2n^2)^2 - m^2n^2\frac{y}{y'}(l^2 - s^2)^2 - \lambda^4 n^2\left(n^2 - \frac{m^2y}{y'}\right) = 0;$$

d'où l'on tire

$$(2)\quad \lambda = \sqrt[4]{\left\{\frac{n^2\left[\left(\frac{m}{n}l + s\right)\times\left(\frac{m}{n}l - s\right)\right]^2 - \frac{m^2y}{y'}[(l+s)\times(l-s)]^2}{\left[n - m\sqrt{\left(\frac{y}{y'}\right)}\right]\times\left[n + m\sqrt{\left(\frac{y}{y'}\right)}\right]}\right\}};$$

l'on connoîtra donc la valeur de λ, lorſque la valeur de $\frac{y}{y'}$ ſera connue.

(67.) Dans l'eſpace que nous conſidérons, il eſt aiſé de vérifier que la valeur de $\frac{y}{y'}$ diffère très-peu de l'unité; on aura donc une valeur approchée de λ, en ſubſtituant dans l'équation (2) du *§. 66*, 1 à $\frac{y}{y'}$. L'on trouvera enſuite fort facilement la valeur de λ, qui ſubſtituée dans l'équation (2) du *§. 65*, la rend nulle. Par exemple, dans le cas de Londres, on avoit $\lambda = 11' \, 46''$.

(68.) Indépendamment de la circonſtance particulière que nous venons de déterminer, lors de laquelle les diſtances des cornes dans les deux hypothèſes du rayon infléchi & du

rayon non infléchi, sont les plus différentes qu'il est possible; il y a d'autres circonstances où ces distances diffèrent entr'elles, d'une manière également sensible, quoique ce ne soit point un *maximum* géométrique. Sans entrer dans aucun calcul, il est aisé de voir *à priori* que c'est toujours au commencement & à la fin de l'Eclipse, & vers les instans de la formation & de la rupture de l'anneau, que ces dernières circonstances ont lieu.

(69.) On doit conclure de ce que je viens d'exposer, que toutes les observations des distances des cornes ne sont pas également propres à déterminer l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. A Londres, par exemple, les observations que l'on eût faites lorsque les distances des centres eussent été d'environ 21′ 50″, ou de 5′ 52″, n'auroient pu déterminer la quantité de l'inflexion, puisque les deux hypothèses du rayon infléchi & du rayon non infléchi, donnoient alors les mêmes distances des cornes, ainsi que je l'ai remarqué. En général les observations les plus concluantes sont celles qui se font au commencement & à la fin de l'Éclipse, ou vers la formation & la rupture de l'anneau; & il conviendra de les comparer avec celles indiquées dans les *§. 65, 66 & 67.*

ARTICLE IV.

Détermination de la loi, suivant laquelle l'inflexion varie relativement à la distance du limbe du Soleil au limbe de la Lune.

(70.) Dans les articles précédens, nous avons supposé connus les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, la distance des centres, la distance des cornes, la quantité de l'inflexion particulière que subissent les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, à l'exception toutefois de celui de ces élémens qu'il s'agissoit de déterminer; & nous avons fait voir comment une seule observation déterminoit l'élément inconnu. Dans le présent article, nous allons démontrer comment on

détermine la variation de l'inflexion des rayons solaires relativement à la distance du limbe du Soleil au limbe de la Lune. Nous emploierons à cet usage deux observations simultanées, l'une de la distance des cornes, & l'autre de la distance des limbes. Comme cette détermination exige que l'on fasse entrer dans l'équation (4) du *§. 43*, l'expression de la distance des cornes & de la distance simultanée des limbes, nous allons nous occuper de cette recherche préliminaire.

SECTION PREMIÈRE.

De la relation entre les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, les distances simultanées des cornes & des limbes, & l'inflexion des rayons solaires.

(71.) Nous nous proposons de donner dans cette Section, la relation entre les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, les distances simultanées des cornes & des limbes, & l'inflexion des rayons solaires; cette relation exige que l'on fasse entrer dans l'équation (4) du *§. 43*, l'expression de la distance des cornes & de la distance simultanée des limbes. Quoique l'on puisse employer indistinctement à cet usage les équations (5) & (6) du *§. 43*, (1) & (1) des *§. 45 & 46*; comme cependant l'équation (6) du *§. 43*, nous a paru mieux disposée pour le calcul, nous l'emploierons de préférence.

(72.) L'on a démontré *(§. 43)* équation (6), que

$$\text{Distance des centres} = \pm \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \,☾ - \tfrac{1}{4}\,\text{dist.}^2\,\text{cornes})}$$

$$\pm \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \tfrac{1}{4}\,\frac{m^2}{n^2}\,\text{dist.}^2\,\text{cornes})};$$

d'ailleurs *(§. 39)*

$$\frac{n}{m}\,\text{distance des centres} + \frac{n}{m}\,\text{demi-diam.} \odot = \text{distance des limbes}$$

$$+ \text{demi-diamètre de la Lune.}$$

Donc si l'on suppose

$$A = \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 ☾ - \tfrac{1}{4}\,\text{dist.}^2\ \text{cornes})} \pm \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 ⊙ - \tfrac{1}{4}\,\frac{m^2}{n^2}\,\text{dist.}^2\,\text{corn.})},$$

ou

$$A = \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 ⊙ - \tfrac{1}{4}\,\frac{m^2}{n^2}\,\text{dist.}^2\,\text{corn.})} \pm \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 ☾ - \tfrac{1}{4}\,\text{dist.}^2\ \text{corn.})};$$

suivant que le demi-diamètre apparent de la Lune sera plus grand ou plus petit que $\frac{n}{m}$ demi-diamètre du Soleil; on aura

$$(1)\ \frac{n}{m} A + \frac{n}{m}\,\text{demi-diam.}\ ⊙ - \text{dist. des limbes} - \text{demi-diam.}\ ☾ = 0.$$

(73.) Il est aisé de voir que chacune des valeurs de *A* du *§. 72* est double; on ne doit point se servir arbitrairement de l'une ou de l'autre suite de signes, & l'on seroit induit en erreur si l'on se méprenoit sur leur usage. La règle qui doit guider dans le choix des signes, est celle du *§. 44.*

(74.) On pourroit croire, au premier coup-d'œil, que l'équation que nous venons de développer dans le *§. 72*, est préférable à celle du *§. 43.* En effet, dans l'équation du *§. 72*, il n'entre que des quantités données immédiatement par l'observation; & la distance des centres que l'on est obligé d'emprunter du calcul, pour faire usage de l'équation du *§. 43*, se trouve éliminée; mais outre que cette dernière formule exige deux observations simultanées, elle est encore sujette à un autre inconvénient résultant de l'incertitude de la loi de la variation de l'inflexion des rayons solaires, relativement aux distances des limbes; je m'explique. Pour parvenir à l'équation (1) du *§. 72*, l'on a éliminé entre l'équation (6) du *§. 43*, & l'équation (1) du *§. 39.* Dans l'équation (6) du *§. 43*, la valeur de $\frac{n}{m}$ est celle qui convient à l'inflexion particulière des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune; dans l'équation (1) du *§. 39*, au contraire, la valeur de $\frac{n}{m}$ doit être celle qui convient

à l'inflexion particulière des rayons ſolaires qui paſſent à une diſtance du limbe de la Lune, égale à la diſtance obſervée. Il n'eſt nullement probable que ces deux valeurs ſoient égales; l'équation du *ſ. 72*, n'eſt donc probablement pas exacte.

(75.) Il n'eſt pas, à la vérité, difficile de rectifier cette expreſſion, en ſuppoſant que l'équation (1) du *ſ. 39*, au lieu de la forme que nous lui avons donnée, a véritablement la forme ſuivante,

$$(1)\ \frac{n - dn}{m} \times \text{diſt. des centr.} + \frac{n - dn}{m} \times \text{demi-diam.} \odot = \text{diſt. limbes} + \text{demi-diamètre de la Lune.}$$

Dans cette expreſſion, $\frac{n}{m}$ exprimera l'inflexion particulière des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, & $\frac{dn}{m}$ exprimera la différence entre cette inflexion & celle qui convient à la diſtance des limbes obſervée. L'équation (1) du *ſ. 72*, aura alors la forme ſuivante,

$$(2)\ \frac{n}{m}\,(A + \text{demi-diamètre} \odot) - \frac{dn}{m}\,(A + \text{demi-diamètre} \odot) - \text{diſtance des limbes} - \text{demi-diamètre de la Lune} = 0.$$

(76.) Nous remarquerons, que ſi l'on ſuppoſoit que les rayons ſolaires qui ont paſſé à la diſtance obſervée des limbes, n'avoient pas ſubi d'inflexion, on auroit $\frac{n - dn}{m} = 1$; d'où l'on concluroit $dn = n - m$.

SECTION SECONDE.

Méthode pour déterminer la variation de l'inflexion, relativement à la diſtance du limbe du Soleil au limbe de la Lune.

(77.) Nous avons donné dans les paragraphes précédens, des méthodes pour déterminer l'inflexion particulière que

ſubiſſent les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune. Il paroît difficile de ſe refuſer à l'exiſtence de cette inflexion. Mais en admettant une force infléchiſſante qui agit ſur ces rayons particuliers, cette force agit-elle également à une diſtance quelconque? Son activité, au contraire, n'eſt-elle pas limitée à une diſtance très-petite? Quelle eſt, en un mot, la loi de la variation, relativement à la diſtance du rayon ſolaire au limbe de la Lune? Tels ſont les faits qu'il s'agit de conſtater. Nous ſuppoſerons dans ces recherches, que les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, les diſtances des limbes & des cornes, ainſi que l'inflexion que ſubiſſent les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, ſont exactement connus.

(78.) L'équation (2) du *ſ. 75*, préſente un moyen facile pour parvenir au but propoſé. En effet, ſi l'on fait les obſervations qu'elle exige, & qui me paroiſſent les plus propres pour réſoudre la queſtion propoſée, & que d'ailleurs l'on conſerve les définitions de *A* du *ſ. 72*, on aura

$$(1)\quad \frac{dn}{m} = \frac{n}{m} - \frac{\text{diſtance des limbes} + \text{demi-diamètre} ☾}{A + \text{demi-diamètre} \odot}.$$

On pourra donc, au moyen d'obſervations exactes & d'élémens bien connus, déterminer la loi de la variation de l'inflexion, relativement aux diſtances des limbes; mais on doit ſentir combien de pareilles recherches exigent d'obſervations délicates & multipliées.

(79.) Dans la formule précédente, nous avons donné la méthode pour déterminer la variation de l'inflexion des rayons ſolaires relativement à la diſtance du limbe du Soleil au limbe de la Lune; cette méthode eſt indépendante de

la diſtance des centres de ces Aſtres, mais auſſi exige-t-elle deux obſervations ſimultanées. Si l'on croyoit cependant être aſſez ſûr de cette diſtance pour pouvoir l'employer dans le calcul, on ſeroit diſpenſé de l'obſervation de la diſtance des cornes, & l'on auroit à réſoudre des équations de la forme ſuivante,

$$(1)\ \frac{dn}{m} = \frac{n}{m} - \frac{\text{diſtance des limbes} + \text{demi-diamètre} ☾}{\text{demi-diam.} \odot + \text{diſtance des centres}},$$

ou

$$(2)\ \frac{dn}{m} = \frac{n}{m} - \frac{\text{diſtance des limbes} + \text{demi-diamètre} ☾}{\text{demi-diam.} \odot - \text{diſtance des centres}}.$$

La première équation appartient aux ſuppoſitions du *§. 39;* la ſeconde appartient aux ſuppoſitions du *§. 41.*

(80.) On pourroit auſſi faire varier tous les élémens, afin de déterminer l'influence de cette variation, ſur les réſultats. On auroit alors une équation de la forme ſuivante,

$$(1)\ d\,\text{diſt. des limbes} + d\,\text{demi-diam.}\,☾ - (\text{demi-diam.} \odot \pm \text{diſt. centres})$$

$$\times\, d\left(\frac{n}{m}\right) - \frac{n}{m}\left(d\,\text{demi-diamètre} \odot \pm d\,\text{diſt. des centres}\right)$$

$$+ \frac{dn}{m}\left(d\,\text{demi-diam.} \odot \pm d\,\text{diſt. des centres}\right)$$

$$+ d\left(\frac{dn}{m}\right)\left(\text{demi-diam.} \odot \pm \text{diſt. des centres}\right) = 0.$$

Dans cette dernière équation $\frac{dn}{m}$ exprime la variation de l'inflexion relativement à la diſtance des limbes; $d\left(\frac{dn}{m}\right)$ exprime la variation de cette variation; & $d\left(\frac{n}{m}\right)$ exprime l'erreur ſur l'inflexion particulière des rayons qui raſent le limbe de la Lune. La première ſuite de ſignes appartient aux ſuppoſitions du *§. 39;* la ſeconde appartient aux ſuppoſitions du *§. 41.*

SECTION

SECTION TROISIÈME.

De quelques solutions particulières relatives à la détermination de l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune.

(81.) Nous avons remarqué que les distances des cornes dans l'hypothèse du rayon infléchi, sont tantôt plus petites, tantôt plus grandes que dans l'hypothèse du rayon non infléchi. Nous avons fait voir, par exemple (§. 64), qu'en partant des données de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, & en appliquant le calcul à l'observation de Londres, les distances des cornes ont été constamment plus petites dans l'hypothèse du rayon infléchi, que dans l'hypothèse du rayon non infléchi, depuis le commencement de l'Éclipse jusqu'à l'instant où la distance des centres étant de 21′ 50″, les distances des cornes sont devenues égales dans les deux hypothèses. Les distances des cornes ont ensuite été plus grandes dans l'hypothèse du rayon infléchi, que dans l'hypothèse du rayon non infléchi, jusqu'à l'instant où la distance des centres étant de 5′ 52″, les distances des cornes ont encore été égales; & dans cet intervalle, le *maximum* de différence des cornes a répondu à une distance des centres d'environ 11′ 46″. On peut donc demander des méthodes pour conclure la quantité de l'inflexion, de la comparaison du commencement de l'Éclipse, temps auquel la différence des cornes est la plus grande dans un sens, avec une autre observation de distances des cornes, faite dans une circonstance où la différence est dans le sens opposé.

Quoique l'on puisse facilement déduire de nos formules, des solutions plus générales que celles que nous allons mettre sous les yeux du Lecteur, nous nous bornerons aux cas particuliers qui, en n'exigeant que les observations les plus faciles, conduiront aux résultats les plus simples & les moins précaires.

(82.) Si l'on jette les yeux sur l'équation (6) du §. 43, on verra que l'on a en général,

distance des centres $= \pm$

$\frac{m}{n} \sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☾ $- \frac{1}{4}$ dist.^{2} cor.) $\pm \sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☉ $- \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2}$ dist.^{2} cor.).

Supposons donc deux observations, l'une du commencement ou de la fin de l'Éclipse, & l'autre d'une distance des cornes, observée dans les circonstances du §. 81; nous supposons d'ailleurs que lors de la seconde observation, les centres du Soleil & de la Lune étoient situés de côté différent par rapport à la ligne des cornes. Soit

Distance des centres 1.	La distance des centres correspondante à celle des observations dans laquelle la distance des cornes est nulle.
Demi-diamètre ☾ 1.	Le demi-diamètre de la Lune correspondant à la même observation.
Distance des centres 2.	La distance des centres correspondante à celle des observations dans laquelle la distance des cornes n'est pas nulle.
Demi-diamètre ☾ 2.	Le demi-diamètre de la Lune correspondant à la même observation.

L'on aura

(1) Distance des centres 1 $= \frac{m}{n}$ demi-diam. ☾ 1 $+$ demi-diam. ☉.

(2) Distance des centres 2 $= \frac{m}{n} \sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☾ 2 $- \frac{1}{4}$ dist.^{2} cornes)

$+ \sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☉ $- \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2}$ dist.^{2} cornes).

Donc

(3) Distance des centres 1 $-$ distance des centres 2 $-$ demi-diam. ☉

$+ \frac{m}{n}$ [$\sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☾ 2 $- \frac{1}{4}$ dist.^{2} cornes) $-$ demi-diam. ☾ 1]

$+ \sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☉ $- \frac{1}{4} \frac{m^2}{n^2}$ dist.^{2} cornes) $= 0$.

Soit donc

$A =$ distance des centres 1 $-$ distance des centres 2 $-$ demi-diam. ☉,

$B = \sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☾ 2 $- \frac{1}{4}$ dist.^{2} cornes) $-$ demi-diam. ☾ 1.

On aura

$$(4)\ \frac{n}{m} = \frac{-AB \pm \sqrt{[B^2 \text{demi-diam.}^2 \odot - \frac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{cor.} (A^2 - \text{demi-d.}^2 \odot)]}}{A^2 - \text{demi-diamètre}^2 \odot}.$$

(83.) De l'équation (4) du *paragraphe précédent*, l'on tire une double valeur de $\frac{n}{m}$. Pour entendre ce que signifient ces deux valeurs, je remarque que l'on seroit également parvenu à l'équation (4) du *paragraphe précédent* (toutes les valeurs étant les mêmes que dans ce paragraphe), soit que l'on fût parti de l'équation (3) de ce paragraphe, soit que cette équation eût eu la forme suivante,

$$(1)\ \text{Distance des centres } 1 - \text{distance des centres } 2 - \text{demi-diam.} \odot + \frac{m}{n} [\sqrt{(\text{demi-diam.}^2 ☾ 2 - \tfrac{1}{4} \text{dist.}^2 \text{cornes})} - \text{demi-diam.} ☾ 1] - \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \tfrac{1}{4} \tfrac{m^2}{n^2} \text{dist.}^2 \text{cornes})} = 0.$$

Les observations que nous avons calculées, supposent la forme particulière de l'équation (3) du *§. 82.* Donc pour déterminer laquelle des deux valeurs de $\frac{n}{m}$ résout véritablement la question proposée, il faudra essayer laquelle de ces deux valeurs rend nulle l'équation (3) du *§. 82.*

On feroit un raisonnement analogue, si les observations avoient conduit à l'équation (1) du présent paragraphe.

(84.) Dans les paragraphes précédens, nous avons donné la formule pour comparer une observation du commencement ou de la fin de l'Éclipse, avec une distance des cornes observée dans les circonstances du *§. 81.* Lors des Éclipses avec demeure dans l'ombre, & lors des Éclipses annulaires, les distances des cornes sont également nulles lors de l'entrée & de la sortie de l'ombre, lors de la formation & de la rupture de l'anneau. Si donc l'on veut comparer une observation de l'entrée ou de la sortie de l'ombre, de la formation ou de la rupture de l'anneau, avec une distance des cornes observées dans des circonstances analogues à celles des *§. 81 & 82*, & que l'on nomme

Diſtance des centres 1.	La diſtance des centres correſpondante à celle des obſervations, dans laquelle la diſtance des cornes eſt nulle.
Demi-diamètre ☾ 1.	Le demi-diamètre de la Lune correſpondant à la même obſervation.
Diſtance des centres 2.	La diſtance des centres correſpondante à celle des obſervations, dans laquelle la diſtance des cornes n'eſt pas nulle.
Demi-diamètre ☾ 2.	Le demi-diamètre de la Lune correſpondant à la même obſervation.

On aura

(1) $\text{Diſtance des centres } 1 = \pm \frac{m}{n} \text{ demi-diam. ☾ } 1 \mp \text{demi-diam. } \odot.$

(2) $\text{Diſtance des centres } 2 = \frac{m}{n} \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ ☾ } 2 - \tfrac{1}{4} \text{diſt.}^2 \text{ corn.})} + \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \tfrac{1}{4} \tfrac{m^2}{n^2} \text{ diſt.}^2 \text{ cornes})}.$

Donc

(3) $\text{diſtance des centres } 1 - \text{diſtance des centres } 2 \pm \text{demi-diamètre } \odot + \frac{m}{n} [\sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ ☾ } 2 - \tfrac{1}{4} \text{diſt.}^2 \text{ cornes})} \mp \text{demi-diam. ☾ } 1] + \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \odot - \tfrac{1}{4} \tfrac{m^2}{n^2} \text{ diſt.}^2 \text{ cornes})} = 0.$

Soit donc

$A = \text{diſtance centres } 1 - \text{diſtance centres } 2 \pm \text{demi-diamètre } \odot,$

$B = \sqrt{(\text{demi-diam.}^2 \text{ ☾ } 2 - \tfrac{1}{4} \text{diſt.}^2 \text{ cornes})} \mp \text{demi-diam. ☾ } 1,$

on aura

(4) $\frac{n}{m} = \frac{-AB \pm \sqrt{[B^2 \text{ demi-diam.}^2 \odot - \tfrac{1}{4} \text{diſt.}^2 \text{ cornes} (A^2 - \text{demi-d.}^2 \odot)]}}{A^2 - \text{demi-diamètre}^2 \text{ du Soleil}}.$

La première ſuite de ſignes appartient aux Éclipſes avec demeure dans l'ombre ; la ſeconde ſuite appartient aux Éclipſes annulaires.

On appliquera à cette équation des remarques analogues à celles du *§. 83.*

(85.) Les équations qui ont servi à déterminer l'inflexion des rayons solaires, lorsque l'on a supposé connus les demi-diamètres de la Lune, pourroient également servir à déterminer ces demi-diamètres, si l'on connoissoit l'inflexion. En effet, nommons

δ l'excès du demi-diamètre ☾ 2 sur le demi-diamètre ☾ 1; cette différence se conclura facilement des Tables,

on aura

(1) demi-diamètre Lune 1 = demi-diamètre Lune 2 — δ;

& l'équation (3) du *§. 82*, deviendra

(2) dist. des centres 1 — dist. des centres 2 — demi-diamètre du Soleil

$+ \frac{m}{n}$ [$\sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☾ 2 — $\frac{1}{4}$ dist.^{2} cornes) — demi-diam. ☾ 2 + δ]

+ $\sqrt{}$(demi-diam.^{2} ☉ — $\frac{1}{4}$ $\frac{m^2}{n^2}$ dist.^{2} cornes) = 0.

Si donc l'on suppose

$A' = \frac{n}{m}$ (dist. centres 1 — dist. centres 2 — demi-diamètre ☉) + δ

+ $\sqrt{}$($\frac{n^2}{m^2}$ demi-diam.^{2} ☉ — $\frac{1}{4}$ dist.^{2} cornes),

on aura

(3) demi-diam. de la Lune 2 = $\frac{A'^2 + \frac{1}{4}\text{ dist.}^2\text{ cornes}}{2A'}$.

(86.) Dans le cas des équations du *§. 84*, si l'on suppose

$A' = \frac{n}{m}$ (distance centres 1 — dist. centres 2 $\pm$ demi-diam. ☉) $\pm$ δ

+ $\sqrt{}$($\frac{n^2}{m^2}$ demi-diam.^{2} ☉ — $\frac{1}{4}$ dist.^{2} cornes),

on aura

(1) demi-diamètre de la Lune 2 = $\pm$ $\frac{A'^2 + \frac{1}{4}\text{ dist.}^2\text{ cornes}}{2A'}$.

(87.) La différence des distances des centres correspondantes aux deux observations, ainsi que la différence des demi-diamètres de la Lune, seront données par les Tables. On ne peut élever aucun doute sur la différence des demi-diamètres

de la Lune; car quoique les Aſtronomes ne ſoient pas abſolument d'accord ſur la quantité préciſe des demi-diamètres de cet Aſtre, il n'eſt pas poſſible d'incidenter ſur leurs différences. Quant à la différence des diſtances des centres, qu'il faut déduire des élémens de l'Éclipſe, on ſent aſſez que cette conſidération diſpenſe de connoître les diſtances abſolues avec la derniere exactitude; & ſous ce point de vue, on pourroit accorder beaucoup de confiance aux méthodes. Si l'on conſidère cependant qu'en dernière analyſe, le Problème ſe réduit à déterminer l'inflexion, par la conſidération de la loi qui règne entre les différences des diſtances des centres & les différences ſimultanées des diſtances des cornes, dans deux hypothèſes très-voiſines, on ſera tenté d'accorder plus de confiance aux méthodes de l'*article II.*

ARTICLE V.

Application des Théories précédentes aux obſervations faites à Londres le 1.er Avril 1764 par M. Short, & à Pello par M. Hellant.

(88.) J'ai cru qu'il pourroit être agréable aux Aſtronomes de voir l'application des théories précédentes, à de bonnes obſervations; j'ai choiſi celles faites à Londres le 1.er Avril 1764 par M. Short. La célébrité de cet habile Obſervateur, la bonté des inſtrumens qu'il paroît avoir employés, l'accord non prévu entre les phénomènes & les calculs, ſemblent ne laiſſer aucun doute ſur l'exactitude des obſervations. J'appliquerai les mêmes théories aux obſervations faites à Pello par M. Hellant; j'examinerai enſuite les concluſions que l'on peut tirer de ces obſervations.

SECTION PREMIÈRE.

Application des théories précédentes aux obſervations de Londres.

(89.) Je vais rapporter ces obſervations telles qu'elles m'ont été communiquées.

OBSERVATION de l'Éclipse de Soleil du 1.er Avril 1764, faite à Londres, par M. Short.

Heures vraies.	*Distances des cornes.*	
9h 4′ 33″	0′ 0″,	commencement de l'Éclipse, non douteux.
9. 12. 27	13. 12,0.	
9. 14. 22	14. 32,0.	
9. 16. 17	15. 50,6.	
9. 18. 1	16. 50,6.	
9. 19. 37	17. 45,4.	
9. 48. 42	27. 7,0.	
10. 19. 15	29. 33,2.	
	Demi-diamètre de la Lune mesuré horizontalement, le diamètre étant alors projeté sur le Soleil.	
10. 23. 56	29. 49,5.	
	Distances des limbes.	
10. 26. 10	2. 58,7.	
10. 28. 28	2. 31,3.	
10. 30. 43	2. 26,2.	
	Demi-diamètre de la Lune mesuré horizontalement.	
10. 32. 8	29. 49,5.	
	Distances des cornes.	
11. 35. 23	21. 11,4.	
11. 37. 33	20. 18,4.	
11. 40. 49	18. 52,9.	

La fin de l'Éclipse n'a pu être observée à cause des nuages.

Diamètre horizontal du Soleil mesuré plusieurs jours avant & après l'observation, & réduit au temps de l'Éclipse = 31′ 59″.

Vers le milieu de l'Eclipse, c'est-à-dire à 10h 23′ 56″

& à $10^h 32' 8''$, M. Short a meſuré le diamètre horizontal de la Lune qui ſe trouvoit alors entièrement projeté ſur le diſque du Soleil, & il l'a trouvé de $29' 49'',5$. Le demi-diamètre calculé étoit de $14' 56'',1$, en ſuppoſant toutefois la parallaxe horizontale polaire de $54' 1'',5$, & le rapport du demi-diamètre horizontal à la parallaxe, comme 9000 à 32887. Le demi-diamètre obſervé de la Lune différoit donc du demi-diamètre calculé, de $1'',3$ cette différence étoit à trois dixièmes de ſeconde près, égale à celle obſervée entre le demi-diamètre du Soleil, déterminé par M. Short, & le demi-diamètre du Soleil tiré de la *Connoiſſance des Temps.* M. de la Lande en a conclu que les demi-diamètres du Soleil & de la Lune ayant paru diminués d'une manière ſemblable, il falloit attribuer la différence entre ſes données & les obſervations de M. Short, au micromètre objectif, dont cet Aſtronome s'eſt ſervi, & qui donnoit des angles un peu trop petits; que, par conſéquent, le demi-diamètre obſcur de la Lune, vu ſur le diſque lumineux du Soleil, étoit parfaitement égal à celui déterminé par le calcul, & conſéquemment à celui que l'on auroit obſervé lumineux ſur le fond obſcur du Ciel.

(90.) On pourroit croire, d'après quelques expreſſions de M. Short, que les grandeurs de $29' 49'',5$ obſervées à $10^h 23' 56''$, & à $10^h 32' 8''$, ſont des diſtances des cornes, & non pas des diamètres de la Lune, meſurés horizontalement ſur le diſque du Soleil, ainſi que je l'ai avancé. Il eſt facile de ſe détromper; en effet, les plus grandes diſtances des cornes ont eu lieu à Londres lorſque la diſtance des centres étoit d'environ $5' 57''$. A $10^h 19' 15''$ les diſtances des cornes étoient déjà décroiſſantes depuis quelques minutes: il n'eſt donc pas poſſible que M. Short les ait vues plus grandes à $10^h 23' 56''$ qu'à $10^h 19' 15''$. On peut faire, avec encore plus d'avantage, un raiſonnement analogue pour l'obſervation de $10^h 32' 8''$. Il eſt donc phyſiquement impoſſible que les diſtances des cornes aient pu être obſervées de $29' 49'',5$ à ces deux inſtans.

(91.) J'ai ſuppoſé dans ces recherches, que pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit les élémens ſuivans:

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'Obſervatoire de M. Short.........	$10^h\ 21'\ 28''$ matin.
Lieu de la conjonction.....................	$12^d\ 9'\ 56''$ ♈.
Mouvement horaire du Soleil..............	0. 2. 27,7.
Mouvement horaire de la Lune en longitude...	0. 29. 39.
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.....	0. 27. 11,3.
Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.	0. 39. 32 boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude....	0. 2. 44.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune......	0. 54. 1,5.
Obliquité de l'Écliptique..................	23. 28. 21.
Déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction.	4. 48. 50 boréale.
Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables.......	0. 16. 1.
Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation.	0. 15. 56.
Parallaxe horizontale du Soleil..............	0. 0. 10.

$$\text{Sin. (demi-diam. horiz. ☾)} = \frac{9000}{32887} \times \text{ſin. (parallaxe horiz. polaire)}.$$

Demi-diamètre horizontal de la Lune.........	0. 14. 47,1.
Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.	
Latitude vraie de l'Obſervatoire de M. Short....	51. 31. 0.

Au reſte, on ne doit point oublier que ces élémens, quoique déduits de la comparaiſon d'une quantité conſidérable d'obſervations indépendantes de celle de Londres, peuvent être regardés comme hypothétiques; & que la diſcuſſion même des obſervations ſervira à les vérifier. Il eſt ſuperflu d'avertir que dans toutes ces diſcuſſions, je n'ai fait uſage que de mes méthodes.

OBSERVATION de $9^h\ 4'\ 33''$.

(92.) Suivant M. Short, à $9^h\ 4'\ 33''$ temps vrai, la diſtance des cornes étoit de $0'\ 0''$; c'étoit le commencement non douteux de l'Éclipſe.

Si l'on ſubſtitue les données du *§. 91* dans la formule

Années 1765 & 1766. de l'*article II de mon III.e Mémoire*, & dans la formule du *§. 122 de mon IV.e Mémoire;* on trouvera qu'à cet instant, la distance des centres étoit de 30′ 44″,4; le demi-diamètre de la Lune de 14′ 54″,3. Et comme d'ailleurs j'ai supposé le demi-diamètre du Soleil, de 15′ 56″, on aura par la formule du *§. 46*,

$$\frac{n}{m} = 1,0056\,;$$

d'où l'on conclura par l'équation (2) du *§. 35*,

$$\text{inflexion} = 5''.$$

(93.) Quant à l'expression de d (inflexion), je remarque que si l'on suppose, comme dans le *§. 43 & suivans*,

λ = distance des centres,
s = demi-diamètre du Soleil,
l = demi-diamètre de la Lune,
y = $\frac{1}{2}$ distance des cornes,
$\frac{n}{m}$ = le rapport qui exprime l'inflexion;

on aura, en supposant $\frac{n}{m} = 1$ dans les formules des *§. 51 & 54*,

$$d\,(\text{inflexion}) = l\,d\left(\frac{n}{m}\right),$$

$$d\left(\frac{n}{m}\right) = \frac{-[\lambda \mp \sqrt{(s^2-y^2)}]\,d\lambda + l\,dl - \left(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\right)ds \mp \frac{\lambda y}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\,dy}{\lambda^2 + s^2 \mp \lambda\sqrt{(s^2-y^2)} \mp \frac{\lambda s^2}{\sqrt{(s^2-y^2)}}}.$$

Donc, en combinant ces deux équations,

$$(1)\quad d\,(\text{inflexion}) = \frac{-l[\lambda \mp \sqrt{(s^2-y^2)}]\,d\lambda + l^2dl - l\left(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\right)ds \mp \frac{\lambda l y}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\,dy}{\lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2-y^2)}] + s\left(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\right)}.$$

On aura donc dans le cas particulier dont il s'agit,

d (inflexion) $=$ − 1,0057 d (diſtance des centres) + 1,0060 d (demi-diamètre ☾) + 1,0057 d (demi-diamètre ☉) − 0,0000 d (diſtances des cornes).

OBSERVATION de 9h 12′ 27″.

(94.) Suivant M. Short, à $9^h\ 12'\ 27''$, la diſtance des cornes étoit de $13'\ 12'',0$. Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de $27'\ 49'',5$, le demi-diamètre de la Lune de $14'\ 54'',6$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1{,}0046;\ \text{inflexion} = 4'',$$

d (inflexion) $=$ − 1,4386 d (diſtance des centres) + 1,6025 d (demi-diamètre ☾) + 1,5793 d (demi-diamètre ☉) − 0,6816 d (diſtance des cornes).

OBSERVATION de 9h 14′ 22″.

(95.) Suivant M. Short, à $9^h\ 14'\ 22''$, la diſtance des cornes étoit de $14'\ 32''$.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de $27'\ 6'',3$, le demi-diamètre de la Lune de $14'\ 54'',7$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1{,}0104;\ \text{inflexion} = 9'',4,$$

d (inflexion) $=$ − 1,6607 d (diſtance des centres) + 1,8950 d (demi-diamètre ☾) + 1,8797 d (demi-diamètre ☉) − 0,8990 d (diſtance des cornes).

OBSERVATION de 9h 16′ 17″.

(96.) Suivant M. Short, à $9^h\ 16'\ 17''$, la diſtance des cornes étoit de $15'\ 50'',6$.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de $26'\ 24''$, le demi-diamètre de la Lune de $14'\ 54'',8$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0070 \text{ ; inflexion } = 6'',5,$$

d (inflexion) = − 1,8440 d (diſtance des centres) + 2,1778 d (demi-diam. ☾) + 2,1251 d (demi-diam. ☉) − 1,1068 d (diſtance des cornes).

OBSERVATION de 9h 18′ 1″.

(97.) Suivant M. Short, à 9h 18′ 1″, la diſtance des cornes étoit de 16′ 50″,6.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de 25′ 45″,7, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 54″,8 ; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0102 \text{ ; inflexion } = 9'',3,$$

d (inflexion) = − 2,1700 d (diſtance des centres) + 2,6300 d (demi-diam. ☾) + 2,5900 d (demi-diam. ☉) − 1,4100 d (diſtance des cornes).

OBSERVATION de 9h 19′ 37″.

(98.) Suivant M. Short, à 9h 19′ 37″, la diſtance des cornes étoit de 17′ 45″,4.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de 25′ 10″,3, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 54″,9 ; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0069 \text{ ; inflexion } = 6'',5,$$

d (inflexion) = − 2,5100 d (diſtance des centres) + 3,1130 d (demi-diam. ☾) + 3,0017 d (demi-diam. ☉) − 1,7629 d (diſtance des cornes).

OBSERVATION de 9h 48′ 42″.

(99.) Suivant M. Short, à 9h 48′ 42″, la diſtance des cornes étoit de 27′ 7″.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera

que la diſtance des centres étoit alors de 14′ 38″,7, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 55″,3; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 0,0028\text{; inflexion } = 2'',3,$$

$d(\text{inflexion}) = + 0,9455\, d(\text{diſt. centres}) - 2,2514\, d(\text{demi diam. ☾}) - 1,8056\, d(\text{demi-diamètre du Soleil}) + 1,7870\, d(\text{diſt. cornes})$.

OBSERVATION de 10h 19′ 15″.

(100.) Suivant M. Short, à 10h 19′ 15″, la diſtance des cornes étoit de 29′ 33″,2.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de 3′ 59″,7, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 55″,9; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0047\text{; inflexion } = 4'',$$

$d(\text{inflexion}) = + 0,3962\, d(\text{diſt. centres}) + 2,8398\, d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,0365\, d(\text{demi-diam. du Soleil}) - 0,9239\, d(\text{diſt. cornes})$.

OBSERVATION de 11h 35′ 23″.

(101.) Comme les obſervations de 10h 26′ 10″, 10h 28′ 28″, 10h 30′ 43″, ſont des obſervations de diſtances de limbes, je paſſe tout de ſuite à l'obſervation de 11h 35′ 23″: bien entendu que je reviendrai ſur ces dernières obſervations.

Suivant M. Short, à 11h 35′ 23″, la diſtance des cornes étoit de 21′ 11″,4.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de 22′ 29″,3, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 56″,8; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = \text{imaginaire.}$$

Nous verrons ce que ſignifie cette ſolution.

OBSERVATION de 11h 37′ 33″.

(102.) Suivant M. Short, à 11h 37′ 33″, la diſtance des cornes étoit de 20′ 18,″4.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de 23′ 13″,9, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 56″,8; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1{,}0063\,;\ \text{inflexion} = 5'',7,$$

$$d(\text{inflexion}) = -\,5{,}8175\,d(\text{diſt. centres}) + 7{,}9409\,d(\text{demi-diam. ☾}) + 7{,}5442\,d(\text{demi-diam. du Soleil}) - 5{,}1031\,d(\text{diſt. cornes}).$$

OBSERVATION de 11ʰ 40′ 49″.

(103.) Suivant M. Short, à $11^h 40' 49''$, la diſtance des cornes étoit de 18′ 52″,9.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de 24′ 19″,7, le demi-diamètre de la Lune de 14′ 56″,8; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1{,}0200\,;\ \text{inflexion} = 18'',$$

$$d(\text{inflexion}) = -\,3{,}2843\,d(\text{diſt. centres}) + 4{,}2711\,d(\text{demi-diam. ☾}) + 4{,}0768\,d(\text{demi-diam. du Soleil}) - 2{,}5571\,d(\text{diſt. cornes}).$$

Quoique cette dernière obſervation ſoit très-favorable au ſyſtème de l'inflexion, il faut cependant prendre garde d'admettre des concluſions forcées. L'expreſſion de d(inflexion) fait voir que ſi l'on ſuppoſoit que les diſtances des cornes n'euſſent pas été meſurées exactement, & qu'elles fuſſent réellement plus grandes d'environ 5 ſecondes, on concilieroit cette obſervation avec toutes les autres; voyons ſi par haſard cette hypothèſe ne réſulteroit pas de l'inſpection ſeule des obſervations. A $11^h 35' 23''$, la diſtance des cornes étoit de 21′ 11,″4; à $11^h 37' 33''$, c'eſt-à-dire, 2′ 10″ de temps après la première obſervation, la diſtance des cornes étoit de 20′ 18″,4: cette diſtance avoit donc diminué de 53 ſecondes en 2′ 10″ de temps, & par conſéquent, de 26″,5 en 1′ 5″ de temps. La troiſième obſervation, c'eſt-à-dire, celle de $11^h 40' 49''$ eſt éloignée de la ſeconde, de 3′ 15″ de temps; donc, la diminution de la diſtance des cornes ne devoit être que d'environ $3 \times 26'',5 = 79'',5$. Si l'on

retranche $79'',5$ de la diſtance des cornes, qui avoit lieu à $11^h 37' 33''$, on aura $18' 58'',9$ pour la diſtance des cornes, correſpondante à $11^h 40' 49''$, diſtance qui ſurpaſſe de 6 ſecondes la diſtance obſervée.

(104.) Je dois maintenant expliquer ce que ſignifie l'expreſſion imaginaire de $\frac{n}{m}$ du *§. 101;* cela vient de la forme de l'équation du Problème. Cette équation, ainſi qu'on l'a dit pluſieurs fois, renferme deux radicaux, qui, dans de certaines circonſtances, deviennent nuls, ſans pouvoir cependant paſſer à l'imaginaire. L'obſervation de $11^h 35' 23''$ étoit dans la limite, où l'un des radicaux étoit nul. Or il eſt ſenſible que, dans ces cas, la moindre petite erreur dans l'obſervation peut donner un imaginaire: & c'eſt juſtement ce qui eſt arrivé. Il auroit été fort facile d'avoir une ſolution réelle, en faiſant varier ſeulement d'une fraction de ſeconde, les diamètres du Soleil ou de la Lune, ou la diſtance des cornes; mais je me ſuis fait une loi de ne point altérer les obſervations. D'ailleurs, je n'ai pas été fâché de tomber dans ce cas, afin d'avoir occaſion d'en avertir les Calculateurs. Paſſons aux obſervations des diſtances des limbes.

Calcul des obſervations des diſtances des limbes.

(105.) Pour calculer les obſervations des diſtances des limbes, on aura recours à l'équation (3) du *§. 40;* d'où l'on tire

$$(1)\ \frac{n}{m} = \frac{\text{demi-diamètre de la Lune} + \text{diſtance des limbes}}{\text{diſtance des centres} + \text{demi-diamètre du Soleil}}.$$

On aura enſuite (équation (2) du *§. 35*),

$$(2)\ \text{inflexion} = \left(1 - \frac{m}{n}\right) \times (\text{demi-diam. ☾} + \text{diſt. des limbes}).$$

Quant à la variation de l'inflexion, nous remarquerons que ſi dans les équations (1) & (2) des *§. 53 & 54,*

l'on ſuppoſe $\frac{n}{m} = 1$, à cauſe de la petiteſſe des quantités, & que l'on combine ces deux équations; puiſque d'ailleurs, demi-diam. ☾ + diſt. limbes = demi-diam. ☉ + diſtance centres, on aura

(3) d(inflexion) = d(diſt. limbes) + d(demi-diamètre de la Lune) — d(diſtance des centres) — d(demi-diamètre du Soleil).

OBSERVATION de 10h 26′ 10″.

(106.) Suivant M. Short, à $10^h\ 26'\ 10''$, la diſtance des limbes étoit de $2'\ 58'',7$.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de $1'\ 55'',1$; le demi-diamètre de la Lune de $14'\ 56'',2$: ſi donc l'on ſuppoſe le demi-diamètre du Soleil de $15'\ 56''$, on aura

$$\frac{n}{m} = 1,0037\text{; inflexion} = 3'',1,$$

d(inflexion) = 1,0000 d(diſt. limbes) + 1,0000 d(demi-diam. ☾) — 1,0000 d(diſt. centres) — 1,0000 d(demi-diam. du Soleil).

OBSERVATION de 10h 28′ 28″.

(107.) Suivant M. Short, à $10^h\ 28'\ 28''$, la diſtance des limbes étoit de $2'\ 31'',3$.

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de $1'\ 28'',9$; le demi-diamètre de la Lune de $14'\ 56'',3$: ſi donc l'on ſuppoſe le demi-diamètre du Soleil de $15'\ 56''$, on aura

$$\frac{n}{m} = 1,0026\text{; inflexion} = 2'',3,$$

d(inflexion) = 1,0000 d(diſt. limbes) + 1,0000 d(demi-diam. ☾) — 1,0000 d(diſt. centres) — 1,0000 d(demi-diam. du Soleil).

OBSERVATION de 10h 30′ 43″.

(108.) A $10^h\ 30'\ 43''$, la diſtance des limbes étoit, ſuivant M. Short, de $2'\ 26'',2$.

Si

Si l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors de $1' \, 24'',9$, le demi-diamètre de la Lune de $14' \, 56'',4$. Si donc l'on ſuppoſe le demi-diamètre du Soleil de $15' \, 56''$, on aura

π / [illegible] $= 1,0015$; inflexion $= 1'',2$,

d (inflexion) $=$ 1,0000 d(diſt. limbes) $+$ 1,0000 d(demi-diam. ☾) $-$ 1,0000 d(diſt. centres) $-$ 1,0000 d(demi-diam. du Soleil).

SECTION SECONDE.

Application des principes précédens, à l'obſervation de Pello.

(109.) Avant de tirer aucune conſéquence des réſultats précédens, je ne puis m'empêcher d'appliquer les mêmes calculs, à l'obſervation de l'Éclipſe annulaire faite à Pello en Lapponie, le 1.er Avril 1764, par M. Hellant. Cette diſcuſſion ſervira de réponſe à quelques objections que l'on ſeroit peut-être tenté de faire contre les conſéquences que je tirerai, & elle néceſſitera ces conſéquences d'une manière invincible. Voici le détail de cette obſervation, d'après M. Hellant.

(110.) « Les Éphémérides de M.rs de la Caille & Zanotti m'avoient laiſſé dans l'incertitude ſi l'Éclipſe du 1.er Avril « 1764, ſeroit annulaire à Torneå. Pour ne pas manquer un « phénomène ſi rare, je me ſuis rendu à Pello, ſitué à dix « lieues au Nord de Torneå. Cet endroit eſt célèbre par les « obſervations que les Aſtronomes François y ont faites, « lorſqu'ils meſurèrent, en 1738, un Degré du Méridien; ſa « poſition eſt bien connue. Je m'établis dans la ferme de « Kortiniémi, dont la latitude eſt de $66^d \, 48' \, 0''$. J'ai déterminé « la marche de la Pendule & le temps vrai, auſſi exactement « qu'il m'a été poſſible, par le moyen d'une méridienne que « j'ai vérifiée pluſieurs fois. J'ai employé particulièrement à « cette vérification, les culminations de l'Étoile polaire & d'une « des Étoiles de Caſſiopée. «

» L'Éclipſe étoit commencée à $11^h 28'$ du matin, mais » depuis peu de temps ; l'immerſion totale de la Lune ſur le » diſque du Soleil, ou en d'autres termes, la formation de » l'anneau eſt arrivée à $0^h 45' 18''$ temps vrai ; la rupture a » eu lieu à $0^h 51' 8''$. J'ai obſervé ces deux momens avec une » lunette de vingt pieds. Le ciel s'étant couvert, je n'ai pu » voir la fin de l'Éclipſe.

» Lors de l'immerſion de la Lune ſur le diſque ſolaire, ou » plutôt quelques ſecondes avant cet inſtant, je vis paroître » comme de petites pointes de feu, ou ſi l'on veut, comme » des étincelles qui ſembloient parſemer la circonférence de la » Lune, vers les points où devoit ſe faire le contact ; en un » clin d'œil, ces étincelles ſe réunirent, & l'anneau fut complè» tement formé. J'aperçus de ſemblables étincelles lors de la » rupture de l'anneau.

» Vers l'inſtant de la formation de l'anneau, la partie la » plus mince parut croître dans un plus grand rapport que » ne ſembloit le comporter la durée du temps ; il en fut de » même, mais dans un ordre renverſé, lors de la rupture de » l'anneau. Tant que la Lune fut entièrement projetée ſur le » diſque du Soleil, le diſque de ce dernier aſtre parut plus grand qu'avant & après l'obſervation ».

Observation de $0^h 45' 18''$.

(111.) Suivant M. Hellant, l'anneau lumineux s'eſt formé à $0^h 45' 18''$.

On doit regarder l'inſtant de la formation de l'anneau, comme l'inſtant où la diſtance des cornes eſt nulle ; on peut donc appliquer à l'inſtant de la formation de l'anneau, les formules qui conviennent aux diſtances des cornes, en ſuppoſant cette diſtance nulle. De plus, la latitude de Pello eſt de $66^d 48' 0''$ boréale, & l'heure de la conjonction eſt arrivée le 1.er Avril 1764, lorſque l'on comptoit à Pello $11^h 58' 3''$. Si donc l'on applique le calcul à cette obſervation, on trouvera que la diſtance des centres étoit alors

de $1' 7'',1$; le demi-diamètre de la Lune de $14' 53'',6$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0056; \qquad \text{Inflexion} = 5'',0,$$

$$d(\text{inflexion}) = + 1,0056\ d(\text{dist. centres}) + 1,0112\ d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,0056\ d(\text{demi-diam. ☉}) - 0,0000\ d(\text{dist. des cornes}).$$

OBSERVATION de $0^h\ 51'\ 8''$.

(112.) Suivant M. Hellant, l'anneau lumineux s'est rompu à $0^h\ 51'\ 8''$.

Si l'on applique le calcul à cette observation, on trouvera que la distance des centres étoit alors de $1' 7'',2$, le demi-diamètre de la Lune de $14' 53'',6$; d'où l'on conclura

$$\frac{n}{m} = 1,0057; \qquad \text{Inflexion} = 5'',0,$$

$$d(\text{inflexion}) = + 1,0057\ d(\text{dist. centres}) + 1,0114\ d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,0057\ d(\text{demi-diam. ☉}) - 0,0000\ d(\text{dist. cornes}).$$

Passons aux conséquences.

SECTION TROISIÈME.

Remarques préliminaires sur les Équations des paragraphes précédens.

(113.) Je ferai usage, dans les discussions suivantes, de toutes les observations des distances des cornes, calculées dans les paragraphes précédens, à l'exception toutefois de l'observation de Londres de $11^h\ 35'\ 23''$, qui a conduit à un résultat imaginaire, & de celle de $11^h\ 40'\ 49''$ trop favorable au système de l'inflexion, & dans laquelle la distance observée des cornes me paroît évidemment trop petite. Pour distinguer chacune des équations, je désignerai

par { observation 1, l'observation faite à Londres à $9^h\ 4'\ 33''$;
observation 2, l'observation faite à Londres à 9. 12. 27;
observation 3, l'observation faite à Londres à 9. 14. 22;

par observation 4, l'obſervation faite à Londres à $9^h\ 16'\ 17''$;
obſervation 5, l'obſervation faite à Londres à 9. 18. 1;
obſervation 6, l'obſervation faite à Londres à 9. 19. 37;
obſervation 7, l'obſervation faite à Londres à 9. 48. 42;
obſervation 8, l'obſervation faite à Londres à 10. 19. 15;
obſervation 9, l'obſervation faite à Londres à 11. 37. 33;
obſervation 10, l'obſervation faite à Pello à 0. 45. 18;
obſervation 11, l'obſervation faite à Pello à 0. 51. 8.

Je déſignerai par *d*(diſt. centre 1), *d*(diſt. cornes 1) les erreurs des diſtances des centres & des cornes relatives à l'obſervation 1; par *d*(diſt. centres 2), *d*(diſt. cornes 2) les erreurs des diſtances des centres & des cornes relatives à l'obſervation 2, & ainſi de ſuite. Quant à *d*(diam. ☉), *d*(diam. ☾), je ne les déſignerai par aucune marque particulière relative à l'obſervation. La raiſon en eſt ſimple, les demi-diamètres du Soleil ſont les mêmes pour toutes les obſervations. Quant aux demi-diamètres de la Lune, quoique pour chaque obſervation ces demi-diamètres ne ſoient pas rigoureuſement égaux, on peut cependant regarder ſans erreur ſenſible que *d*(demi-diam. ☾) exprime l'erreur du demi-diamètre horizontal de la Lune.

(114.) D'après les réflexions précédentes, je remarque que ſi pour donner aux équations dont il s'agit, la forme la plus générale dont elles ſont ſuſceptibles, l'on ſuppoſe que l'inflexion eſt d'une certaine quantité, par exemple, égale à α, & que l'on entende par inflexion $+$ *d*(inflexion) les réſultats des calculs précédens, on aura

$$\text{Inflexion} + d(\text{inflexion}) = \alpha.$$

Et les équations précédentes deviendront,

$$(1)\ +5'',0 - 1,006\, d(\text{diſt. centres } 1) + 1,006\, d(\text{demi-diam.} ☾) + 1,006\, d(\text{demi-diam.} ☉) - 0,000\, d(\text{diſt. cornes } 1) - \alpha = 0.$$

$$(2)\ +4'',0 - 1,439\, d(\text{diſt. centres } 2) + 1,602\, d(\text{demi-diam.} ☾) + 1,579\, d(\text{demi-diam.} ☉) - 0,682\, d(\text{diſt. cornes } 2) - \alpha = 0.$$

$$(3)\ +9'',4 - 1,661\, d(\text{diſt. centres } 3) + 1,895\, d(\text{demi-diam.} ☾) + 1,880\, d(\text{demi-diam.} ☉) - 0,899\, d(\text{diſt. cornes } 3) - \alpha = 0.$$

$$(4)\ +6'',5 - 1,844\, d(\text{diſt. centres } 4) + 2,178\, d(\text{demi-diam. ☾}) + 2,125\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 1,107\, d(\text{diſt. cornes } 4) - \alpha = 0.$$

$$(5)\ +9'',3 - 2,170\, d(\text{diſt. centres } 5) + 2,630\, d(\text{demi-diam. ☾}) + 2,590\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 1,410\, d(\text{diſt. cornes } 5) - \alpha = 0.$$

$$(6)\ +6'',5 - 2,510\, d(\text{diſt. centres } 6) + 3,113\, d(\text{demi-diam. ☾}) + 3,002\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 1,763\, d(\text{diſt. cornes } 6) - \alpha = 0.$$

$$(7)\ +2'',3 + 0,946\, d(\text{diſt. centres } 7) - 2,251\, d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,806\, d(\text{demi-diam.} \odot) + 1,787\, d(\text{diſt. cornes } 7) - \alpha = 0.$$

$$(8)\ +4'',0 + 0,396\, d(\text{diſt. centres } 8) + 2,840\, d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,037\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 0,924\, d(\text{diſt. cornes } 8) - \alpha = 0.$$

$$(9)\ +5'',7 - 5,818\, d(\text{diſt. centres } 9) + 7,941\, d(\text{demi-diam. ☾}) + 7,544\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 5,103\, d(\text{diſt. cornes } 9) - \alpha = 0.$$

$$(10)\ +5'',0 + 1,006\, d(\text{diſt. cent. } 10) + 1,011\, d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,006\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 0,000\, d(\text{diſt. corn. } 10) - \alpha = 0.$$

$$(11)\ +5'',0 + 1,006\, d(\text{diſt. cent. } 11) + 1,011\, d(\text{demi-diam. ☾}) - 1,006\, d(\text{demi-diam.} \odot) - 0,000\, d(\text{diſt. corn. } 11) - \alpha = 0.$$

(115.) Dans les équations du *§. précéd.* ſi l'on donne à α toutes ſortes de valeurs, on aura les équations qui ont lieu dans toutes les hypothèſes d'inflexion. Si l'on veut, par exemple, que l'inflexion ſoit nulle, on ſuppoſera $\alpha = 0$, & l'on aura les relations entre les élémens qui conviennent à cette inflexion. Si l'on veut que l'inflexion ſoit de $1''$, $2''$, $3''$, &c. on ſuppoſera $\alpha = 1''$, $2''$, $3''$, &c, & ainſi de ſuite.

(116.) Dans les mêmes équations, le terme d(diſtance des cornes), renferme les erreurs des obſervations; le terme d(demi-diamètre ☾), exprime l'erreur ſur l'évaluation particulière du demi-diamètre horizontal de la Lune, dont on a fait uſage; le terme d(demi-diamètre $\odot$), exprime l'erreur ſur l'évaluation du demi-diamètre du Soleil, dont on a fait pareillement uſage. Je remarquerai que le demi-diamètre du Soleil que j'ai employé, & que j'ai défini, demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation, n'eſt pas de mon choix; il a été amené par les calculs, ainſi que je le ferai voir dans mon travail ſur l'Éclipſe du 1.[er] Avril 1764. Au reſte, ſans entrer dans aucune diſcuſſion phyſique ſur l'irradiation, j'entends par

le demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation, le demi-diamètre qui satisfait aux observations, & qui m'a paru plus petit que celui que l'on conclut des Tables.

(117.) Quant au terme *d*(*dist. centre*), il est sensible qu'il renferme les erreurs relatives aux élémens hypothétiques de l'Eclipse. En effet, les distances des centres employées dans ces équations, sont le résultat d'un calcul, dans lequel on a fait usage de certains élémens. Ce résultat auroit été un peu différent, si l'on eût employé d'autres élemens. Quoique nous n'ayons fait usage dans ce Mémoire, que d'un système d'élémens qui satisfait à la totalité des bonnes observations de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, nous ne devons pas laisser ignorer que les équations dont nous avons déduit ce système, & que je mettrai sous les yeux du Lecteur, lorsque je publierai mon travail sur l'Éclipse de 1764, conduisent également à d'autres systèmes aussi plausibles. Ces différens systèmes résultent de ce que n'ayant point eu assez de conditions pour éliminer les mouvemens horaires, cette quantité est restée dans l'expression des élémens de l'Éclipse. Il a donc fallu emprunter cet élément, des Tables astronomiques. Les mouvemens horaires qui donnent les élémens hypothétiques du *§. 91*, sont ceux tirés des Tables de M. Clairaut. Les Tables de M. Mayer donnent un mouvement horaire plus grand de 2",2 ; on aura alors un autre système d'élémens un peu différent, mais également propre à représenter toutes les observations. Voici au surplus deux équations qui serviront à faire les corrections nécessaires dans les équations du *§. 114*, pour passer d'un système à un autre,

(1) $d(\text{demi-diamètre} \odot) = 0{,}745\ d(\text{mouvement horaire})$.

(2) $d(\text{dist. des centres}) = \frac{b}{3600''} \times \frac{B\pi\zeta}{\lambda + r}\ d(\text{mouvement horaire})$
$+ \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta B n}{r^4 \lambda} \times d(\text{distance à la conjonction})$.

La quantité *B* de cette dernière équation, est celle du Année 1765. *§. 1 de mon III.e Mémoire*, dont on a fait usage pour calculer

la distance des centres. Les quantités b, π, ζ, λ, ψ, ν, r, sont celles définies dans *mes précédens Mémoires.* Quant à d (dist. à la conjonction), c'est le nombre de secondes horaires dont le nouveau système d'élémens a augmenté la distance de l'instant dont il s'agit, à l'instant de la conjonction, dans le lieu pour lequel on calcule.

J'ai supprimé la démonstration de ces équations, dont la première est tirée de mon Ouvrage sur l'Éclipse du 1.er Avril 1764, qui n'est pas encore publié. Quant à la seconde, elle se déduit de la formule demontrée dans l'*article IV de mon VIII.e Mémoire.* Année 1770.

(118.) Si l'on applique le calcul aux équations du *§. 117*, & que l'on suppose avec M. Mayer,

d (mouvement horaire) $= 2'',2$, on aura

d (demi-diamètre du Soleil) $= 1'',639$.

(119.) Si l'on veut apprécier maintenant dans la même hypothèse de mouvement horaire que ci-dessus, la quantité d (dist. des centres), relativement aux observations de Londres & de Pello, il faut connoître la quantité d (dist. à la conj.). J'ai trouvé par les équations du *§. 123 de mon VIII.e Mémoire,* Année 1770. que relativement à Londres, le changement d'élémens, relatif au changement de mouvement horaire, n'a pas changé l'instant de la conjonction. Quant à Pello, j'ai trouvé par des calculs analogues, que le changement d'élémens, relatif au changement de mouvement horaire, a retardé l'instant de la conjonction de 4 secondes pour ce lieu; c'est-à-dire, que cet instant est arrivé lorsque l'on comptoit $11^h\ 58'\ 7''$ à Pello, au lieu de $11^h\ 58'\ 3''$. On fera donc dans les calculs pour Londres, d (distance à la conjonction) $= 0$, & dans les calculs pour Pello, d (distance à la conjonction) $= -4''$. On aura en conséquence,

(1) d (distance centres 1) $= 2'',739$.

(2) d (distance centres 2) $= 2,458$.

(3) d (distance centres 3) $= 2,420$.

(4) d (distance centres 4) $= 2,314$.

(5) d (distance centres 5) $= 2,250$.

(6) *d* (diſtance centres *6*) = 2″,193.
(7) *d* (diſtance centres *7*) = 1,146.
(8) *d* (diſtance centres *8*) = 0,068.
(9) *d* (diſtance centres *9*) = 2,739.
(10) *d* (diſtance centres 10) = − 1,730 + 1,699 = − 0,031.
(11) *d* (diſtance centres 11) = + 1,939 − 1,800 = + 0,139.

Les équations du *§. 114*, deviendront dans cette hypothèſe,

(1) + 4″,0 − 1,006 *d* (diſt. centres *1*) + 1,006 *d* (demi-diam. ☾)
+ 1,006 *d* (demi-diam. ☉) − 0,000 *d* (diſt. cornes *1*) − α = 0.
(2) + 3″,0 − 1,439 *d* (diſt. centres *2*) + 1,602 *d* (demi-diam. ☾)
+ 1,579 *d* (demi-diam. ☉) − 0,682 *d* (diſt. cornes *2*) − α = 0.
(3) + 8″,3 − 1,661 *d* (diſt. centres *3*) + 1,895 *d* (demi-diam. ☾)
+ 1,880 *d* (demi-diam. ☉) − 0,899 *d* (diſt. cornes *3*) − α = 0.
(4) + 5″,6 − 1,844 *d* (diſt. centres *4*) + 2,178 *d* (demi-diam. ☾)
+ 2,125 *d* (demi-diam. ☉) − 1,107 *d* (diſt. cornes *4*) − α = 0.
(5) + 8″,6 − 2,170 *d* (diſt. centres *5*) + 2,630 *d* (demi-diam. ☾)
+ 2,590 *d* (demi-diam. ☉) − 1,410 *d* (diſt. cornes *5*) − α = 0.
(6) + 5″,9 − 2,510 *d* (diſt. centres *6*) + 3,113 *d* (demi-diam. ☾)
+ 3,002 *d* (demi-diam. ☉) − 1,763 *d* (diſt. cornes *6*) − α = 0.
(7) + 0″,5 + 0,946 *d* (diſt. centres *7*) − 2,251 *d* (demi-diam. ☾)
− 1,806 *d* (demi diam. ☉) + 1,787 *d* (diſt. cornes *7*) − α = 0.
(8) + 2″,5 + 0,396 *d* (diſt. centres *8*) + 2,840 *d* (demi-diam. ☾)
− 1,037 *d* (demi-diam. ☉) − 0,924 *d* (diſt. cornes *8*) − α = 0.
(9) + 2″,1 − 5,818 *d* (diſt. centres *9*) + 7,941 *d* (demi-diam. ☾)
+ 7,544 *d* (demi diam. ☉) − 5,103 *d* (diſt. cornes *9*) − α = 0.
(10) + 3″,4 + 1,006 *d* (diſt. cent. 10) + 1,011 *d* (demi-diam. ☾)
− 1,006 *d* (demi-diam. ☉) − 0,000 *d* (diſt. corn. 10) − α = 0.
(11) + 3″,4 + 1,006 *d* (diſt. cent. 11) + 1,011 *d* (demi-diam. ☾)
− 1,006 *d* (demi-diam. ☉) − 0,000 *d* (diſt. corn. 11) − α = 0.

On n'oubliera point que ces dernières équations ont été calculées dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Mayer, qui ont permis d'augmenter de 1″,639 le demi-diamètre du Soleil. Quant aux équations du *§. 114*, elles ſont calculées dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Clairaut, c'eſt-à-dire, conformément aux élémens hypothétiques du *§. 91*.

SECTION

SECTION QUATRIÈME.

Application des calculs précédens à la ſolution de pluſieurs queſtions relatives à l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune.

(120.) Il faut d'abord avoir une idée nette de ce que j'entends par l'*inflexion des rayons ſolaires.* J'entends par ce mot, l'explication d'un phénomène démontré par le calcul; ſavoir, que ſi l'on part des élémens d'une Éclipſe, donnés par les Tables, il eſt impoſſible de concilier les obſervations, à moins que l'on n'admette que des points du diſque du Soleil ſont viſibles, lorſque le calcul indique qu'ils ſont encore cachés ſous le diſque de la Lune tiré des Tables. J'ai attribué ce phénomène à l'inflexion que les rayons du Soleil ſubiſſent dans l'atmoſphère de la Lune; cette explication eſt analogue à ce que l'on obſerve dans notre atmoſphère. Mais quelque plauſible qu'elle ſoit, je n'ai point diſſimulé que l'on donneroit également raiſon des phénomènes, ſi l'on admettoit une diminution réelle dans le diamètre horizontal de la Lune. Je vais donc m'attacher à démontrer que les équations précédentes conduiſent néceſſairement à l'une de ces deux concluſions; je ferai voir enſuite les raiſons qui peuvent faire pencher pour l'inflexion des rayons ſolaires.

Je ſuppoſerai dans ces recherches, que les diſtances des cornes ont été bien meſurées; ou que du moins, s'il y a quelqu'erreur dans cet élément, ce ſont des erreurs telles que ſi ces diſtances avoient été exactement meſurées, elles auroient toutes donné la même inflexion. Au reſte, comme il y a trois équations (1), (10) & (11), dans leſquelles les erreurs des diſtances des cornes n'influent pas ſenſiblement ſur les réſultats; je diſcuterai ces équations de préférence.

(121.) Je dois d'abord répondre à une objection que l'on pourroit faire. On a vu qu'en augmentant le mouvement horaire de 2″,2, on avoit diminué d'environ 1 ſeconde les

termes conſtans des équations; on pourroit donc faire diſparoître ces premiers termes, & par conſéquent l'inflexion, en augmentant les mouvemens horaires. Géométriquement parlant, la concluſion eſt exacte; mais aſtronomiquement parlant, elle ne paroît pas admiſſible. Pour faire diſparoître, par exemple, les termes conſtans des équations (1), (10) & (11), il faudroit augmenter le mouvement horaire, d'environ 7 ſecondes; c'eſt-à-dire, le ſuppoſer de 7 ſecondes plus grand que celui donné par les Tables de M. Mayer, qui donnent elles-mêmes un mouvement horaire plus grand de 2 ſecondes que celles de M. Clairaut. D'ailleurs, il faudroit augmenter de $6'',639$ le demi-diamètre du Soleil; & il auroit été de $16'\ 2'',5$, ce qui eſt contraire à toutes les meſures de ce demi-diamètre. Je crois donc que l'on ne peut rien faire de plus, que d'adopter l'augmentation du mouvement horaire donné par les Tables de M. Mayer, & de s'en tenir aux équations du *§. 119,* dans leſquelles on ſuppoſera les erreurs des diſtances des centres nulles. Jamais on ne me perſuadera que de bonnes Tables ſoient en erreur, l'une de 9 ſecondes, & l'autre de 7 ſecondes, ſur des mouvemens horaires. On peut voir au ſurplus, ce que j'ai dit à ce ſujet, dans les *§.*
Année 1771. *87 & ſuivans de mon IX.ᵉ Mémoire.*

(122.) D'après ces réflexions, je reprends les équations (1), (10) & (11) du *§. 119;* (on n'oubliera point qu'elles ſont moins favorables au ſyſtème de l'inflexion que les équations analogues du *§. 114*). Je fais nul dans ces équations, d(diſtance des centres), & j'ai

(1) $+ 4'',0 + 1{,}006\, d$(demi-diam. ☾) $+ 1{,}006\, d$(demi-diam. ☉) $- \alpha = 0.$
(10) $+ 3'',4 + 1{,}011\, d$(demi-diam. ☾) $- 1{,}006\, d$(demi-diam. ☉) $- \alpha = 0.$
(11) $+ 3'',4 + 1{,}011\, d$(demi-diam. ☾) $- 1{,}006\, d$(demi-diam. ☉) $- \alpha = 0.$

Pour eſſayer ſi l'on ne pourroit point expliquer par quelque ſuppoſition ſur le demi-diamètre du Soleil, les phénomènes que j'ai attribués à l'inflexion, je ſuppoſe $\alpha = 0$, & d(demi-diamètre ☾) $= 0$. Je tire alors de l'équation (1)

d(demi-diamètre ☉) = — 4″; & des équations (10) & (11), d(demi-diamètre ☉) = + 3″,4. Ces concluſions contradictoires font voir qu'il n'eſt pas poſſible d'expliquer les phénomènes, par des ſuppoſitions ſur le demi-diamètre du Soleil.

(123.) Pour eſſayer maintenant ſi l'on ne pourroit point expliquer par quelque ſuppoſition ſur le demi-diamètre de la Lune, les phénomènes que j'ai attribués à l'inflexion; je ſuppoſe $\alpha = 0$, & d(demi-diamètre ☉) = 0; je tire alors de l'équation (1), d(demi-diamètre ☾) = — 4″; & des équations (10) & (11), d(demi-diamètre ☾) = — 3″,4. Ces concluſions cohérentes entr'elles font voir qu'il eſt poſſible d'expliquer les phénomènes, en diminuant le demi-diamètre de la Lune.

Si l'on ſuppoſoit dans les mêmes équations d(demi-diam. ☾) = 0, & d(demi-diam. ☉) = 0, on auroit par l'équation (1), α = 4″, & par les équations (10) & (11), α = 3″,4, concluſions auſſi cohérentes entr'elles, & qui démontrent qu'on peut également expliquer les phénomènes, par l'inflexion. Voilà donc la queſtion réduite à admettre une inflexion dans les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, ou une diminution dans les demi-diamètres de la Lune. Examinons les raiſons qui peuvent militer en faveur de l'une ou de l'autre de ces deux hypothèſes.

(124.) Une première raiſon fort ſimple milite en faveur de l'inflexion. Dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, la diminution du demi-diamètre de la Lune qu'il faudroit admettre, ſeroit d'environ 5 ſecondes dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Clairaut, & d'environ 3″,7 dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Mayer. Le demi-diamètre a été meſuré deux fois par M. Short, lorſque la Lune étoit preſque entièrement projetée ſur le diſque du Soleil; il a été trouvé de 14′ 54″,8, à des inſtans, ou d'après les Tables, il auroit dû être de 14′ 56″,1; la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune ne ſeroit donc que de 1″,3, tandis que pour ſatisfaire aux phénomènes, elle devroit être

au moins de $3'',7$. Cette obſervation paroît donc favorable à l'hypothèſe de l'inflexion des rayons ſolaires.

La ſeconde raiſon qui milite en faveur de l'inflexion, eſt tirée de la forme des équations (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (9), (10) & (11) des *§. 114 & 119.* Dans ces équations, les coëfficiens de d(demi-diamètre ☾) varient d'une manière très-ſenſible; ils ſont poſitifs & vont en croiſſant depuis l'équation (1) juſqu'à l'équation (6). Dans l'intervalle de l'équation (6) à l'équation (7), ils ont paſſé du poſitif au négatif par l'infini. Dans l'intervalle de l'équation (7) à l'équation (8) ils ont repaſſé du négatif au poſitif, pareillement par l'infini. Dans l'équation (9), le coëfficient eſt très-grand & poſitif; l'équation eſt voiſine de la circonſtance où le coëfficient avoit paſſé du négatif au poſitif. Dans les équations (10) & (11), les coëfficiens ſont poſitifs & très-voiſins de l'unité. Si l'on tire de ces équations, les expreſſions de d(demi-diamètre ☾), en ſuppoſant $\alpha = 0$, d(diſt. centres) $= 0$, d(demi-diam. ☉) $= 0$, on aura des réſultats aſſez différens les uns des autres: on aura même un réſultat poſitif. Cette raiſon ſeroit extrêmement forte, ſi les termes des équations qui expriment l'inflexion, étoient plus cohérens entr'eux. Malheureuſement il règne entre ces termes une diſcordance à peu-près ſemblable: ainſi il faut, juſqu'à un certain point, écarter cette première raiſon.

SECTION CINQUIÈME.

Obſervations importantes pour ſe décider entre les deux hypothèſes de l'inflexion des raiſons ſolaires, ou de la diminution du demi-diamètre de la Lune.

(125.) Si les réflexions que nous venons de préſenter, *§. 124,* ne ſont pas déciſives dans l'eſpèce de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, pour ſe décider entre les deux hypothèſes de l'inflexion des rayons ſolaires, ou de la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune, elles nous conduiſent au

moins à indiquer des obſervations très-importantes ſur ce ſujet. Nous avons dit (§. 124) que ſi l'on ſuit une Éclipſe par tous les degrés où elle paſſe, avant la plus grande phaſe; dans les équations analogues à celles des §. 114 & 119, les coëfficiens de d(demi-diamètre ☾) ſont d'abord poſitifs, vont en croiſſant, paſſent du poſitif au négatif par l'infini, ſont quelque temps négatifs, repaſſent du négatif au poſitif par l'infini; & ainſi de ſuite, mais dans un ordre renverſé après la plus grande phaſe. On doit ſentir qu'il eſt de la plus grande importance de meſurer les diſtances des cornes, dans l'intervalle où les coëfficiens de d(demi-diamètre ☾) ſont négatifs, & de les comparer aux diſtances des cornes meſurées dans l'intervalle où les coëfficiens ſont poſitifs. En effet, on aura, dans les deux cas, des équations de la forme ſuivante:

(1) $A1 + \gamma 1\, d$(demi-diamètre de la Lune) $- \alpha = 0$,

(2) $A2 + \gamma 2\, d$(demi-diamètre de la Lune) $- \alpha = 0$,

$\gamma 1$ étant d'ailleurs poſitif par la ſuppoſition, & $\gamma 2$ négatif. Maintenant, ſi $A1$ & $A2$ ſont poſitifs; c'eſt-à-dire, ſi l'équation du §. 46 donne un réſultat poſitif dans les deux cas; il faudra ſe décider pour l'inflexion des rayons ſolaires. En effet, ſi dans les équations (1) & (2) l'on ſuppoſoit $\alpha = 0$, on auroit, par l'équation (1), une valeur négative de d(demi-diamètre ☾), & par l'équation (2), une valeur poſitive, ce qui ſeroit contradictoire. On auroit au contraire par les mêmes équations, deux valeurs de α poſitives, ſi l'on ſuppoſoit d(demi-diamètre ☾) $= 0$. On tireroit des concluſions oppoſées, ſi $A1$ & $A2$ avoient un ſigne différent dans les deux cas, & il faudroit ſe décider pour une diminution réelle du demi-diamètre de la Lune.

(126.) Pour déterminer maintenant les cas où dans les équations dont il s'agit, la quantité d(demi-diamètre ☾) a un coëfficient négatif, je reprends l'équation (1) du §. 93,

$$(1)\ d(\text{inflex.}) = \frac{-l[\lambda \mp \sqrt{(s^2-y^2)}]\,d\lambda + l^2\,dl - l\left(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\right)ds \mp \frac{\lambda l y}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\,dy}{\lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2-y^2)}] + s\left(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2-y^2)}}\right)};$$

Je remarque que dans cette équation, le coëfficient de dl paſſe du poſitif au négatif, lorſque la quantité $\lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2 - y^2)}] + s(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2 - y^2)}})$ paſſe elle-même du poſitif au négatif; on a donc pour condition du problème,

$$(2)\ \lambda[\lambda \mp \sqrt{(s^2 - y^2)}] + s(s \mp \frac{\lambda s}{\sqrt{(s^2 - y^2)}}) = 0;$$

d'où l'on tire

$$(3)\ (s^2 - y^2) \times (\lambda^2 - s^2)^2 - \lambda^2 y^4 = 0.$$

Cette équation, combinée avec l'équation (4) du §. 43; dans laquelle, pour ſimplifier le calcul, je ſuppoſe $m = n$, c'eſt-à-dire, avec l'équation,

$$(4)\ l^4 - 2l^2(\lambda^2 + s^2) + (\lambda^2 - s^2)^2 + 4\lambda^2 y^2 = 0,$$

donne après avoir éliminé y,

$$(5)\ \lambda^4 + 2\lambda^2(s^2 - l^2) - 3s^4 - 2l^2 s^2 + l^4 = 0,$$

$$(6)\ 3\lambda^4 - 2\lambda^2(s^2 - l^2) - s^4 + 2l^2 s^2 - l^4 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(7)\ \lambda^2 = s^2 + l^2,$$

$$(8)\ \lambda^2 = l^2 - 3s^2,$$

$$(9)\ \lambda^2 = s^2 - l^2,$$

$$(10)\ \lambda^2 = \frac{-s^2 + l^2}{3}.$$

(127.) Si l'on vouloit avoir une ſolution plus rigoureuſe, on mettroit l'équation (1) du §. 93, ſous la forme ſuivante,

$$(1)\ d(\text{infl.}) = \frac{n^2}{m^2} \times \frac{-l\left[\frac{n^2}{m^2}\lambda \mp \frac{n}{m}\sqrt{(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y^2)}\,d\lambda + l^2 dl - \frac{n^2}{m^2}l(s \mp \frac{\frac{n}{m}\lambda s}{\sqrt{(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y^2)}})ds \mp \frac{\frac{n}{m}\lambda l y}{\sqrt{(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y)}}dy\right.}{\frac{n}{m}(\lambda^2 + s^2) \mp \lambda\sqrt{(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y^2)} \mp \frac{n^2}{m^2}\left.\frac{\lambda s^2}{\sqrt{(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y^2)}}\right]}.$$

On aura alors pour la condition qui fait paſſer le coëfficient de dl du poſitif au négatif,

$$(2)\ \frac{n}{m}(\lambda^2 + s^2) \mp \lambda\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y^2\right)} \mp \frac{n^2}{m^2} \times \frac{\lambda s^2}{\frac{n^2}{\sqrt{\left(\frac{n^2}{m^2}s^2 - y^2\right)}}} = 0.$$

Cette équation, combinée avec l'équation (4) du §. 43, donne, après avoir éliminé y,

$$(3)\quad \lambda^4 + 2\lambda^2\left(s^2 - \frac{m^2}{n^2}l^2\right) - 3s^4 - 2\frac{m^2}{n^2}l^2s^2 + \frac{m^4}{n^4}l^4 = 0,$$

$$(4)\ 3\lambda^4 - 2\lambda^2\left(s^2 - \frac{m^2}{n^2}l^2\right) - s^4 + 2\frac{m^2}{n^2}l^2s^2 - \frac{m^4}{n^4}l^4 = 0;$$

d'où l'on tire

$$(5)\ \lambda^2 = s^2 + \frac{m^2}{n^2}l^2,$$

$$(6)\ \lambda^2 = \frac{m^2}{n^2}l^2 - 3s^2,$$

$$(7)\ \lambda^2 = s^2 - \frac{m^2}{n^2}l^2,$$

$$(8)\ \lambda^2 = \frac{-s^2 + \frac{m^2}{n^2}l^2}{3}.$$

(128.) Lors des Éclipses de Soleil, les valeurs de λ que l'on tire de l'équation (5) du *paragraphe précédent*, sont toujours réelles; les valeurs que l'on tire de l'équation (6), sont toujours imaginaires. Quant aux valeurs de λ, que l'on tire des équations (7) & (8), les unes sont essentiellement réelles lorsque les autres sont imaginaires. On voit par-là, que depuis le commencement de l'Éclipse jusqu'à l'instant où $\lambda = \sqrt{(s^2 + \frac{m^2}{n^2}l^2)}$, la quantité d (demi-diamètre ☾) a un coëfficient positif dans les équations dont il s'agit; cette quantité a au contraire un coëfficient négatif depuis l'instant où $\lambda = \sqrt{(s^2 + \frac{m^2}{n^2}l^2)}$, jusqu'à l'instant où λ parvient à une des valeurs données par une des équations (7) ou (8). La quantité d (demi-diam. ☾), recommence alors à avoir un coëfficient positif, jusqu'à l'instant de la plus grande phase; & ainsi de suite, mais dans un ordre renversé depuis la plus

grande phaſe juſqu'à la fin de l'Éclipſe. Je fais abſtraction des circonſtances aſtronomiques qui empêchent que λ ne paſſe par tous ces degrés.

On voit par-là que dans la plupart des Éclipſes, & pour les lieux où la plus courte diſtance des centres eſt petite, il y a un grand intervalle de temps pendant lequel la quantité *d* (demi-diamètre ☾) a un coëfficient négatif. Je ne répéterai point combien il ſeroit intéreſſant d'obſerver la marche des cornes dans ces circonſtances, & de la comparer avec celle qui a lieu vers le commencement & vers la fin de l'Éclipſe, temps auquel *d* (demi-diamètre ☾) a un coëfficient poſitif. Les Aſtronomes ſentiront ſans doute l'avantage de la méthode que je leur préſente ; méthode qui peut ſeule décider entre l'inflexion des rayons ſolaires & la diminution réelle du demi-diamètre de la Lune. Dans l'Éclipſe, par exemple, du 1.er Avril 1764, obſervée à Londres, les diſtances des cornes auroient été intéreſſantes à meſurer pendant tout le temps où les diſtances des centres ont été compriſes entre 21′ 48″ & 5′ 41″. Pendant cet intervalle, M. Short n'a fait qu'une ſeule obſervation, celle de 9h 48′ 42″; & certainement il les auroit multipliées, s'il en avoit ſenti l'importance.

(129.) Quoique nous n'ayons qu'une ſeule obſervation faite dans les circonſtances que nous venons de remarquer, & que par conſéquent les réſultats que nous allons mettre ſous les yeux du Lecteur, n'ayent pas toute la certitude qu'ils pourroient avoir; nous avons cru cependant que l'on verroit avec plaiſir ce qui réſulte de la comparaiſon de cette obſervation unique, avec le commencement de l'Éclipſe à Londres, la formation & la rupture de l'anneau à Pello. Comme les mouvemens horaires tirés des Tables de M. Mayer, nous paroiſſent préférables à ceux donnés par les Tables de M. Clairaut, nous emploierons à cette comparaiſon, les équations du *ſ. 119.*

Si dans les équations (1), (7), (10) & (11) du *ſ. 119,* l'on

l'on ſuppoſe d(diſt. centres) = 0 ; d(diamètre ☾) = 0; d(diſt. cornes) = 0 ; elles deviendront

(1) + 4″,0 + 1,006 d(demi-diam. ☾) − α = 0,
(2) + 0″,5 − 2,251 d(demi-diam. ☾) − α = 0,
(3) + 3″,4 + 1,011 d(demi-diam. ☾) − α = 0,
(4) + 3″,4 + 1,011 d(demi-diam. ☾) − α = 0.

Maintenant, ſi l'on ajoute les équations (1), (3), (4), pour en tirer un réſultat moyen, on aura

(5) + 3″,6 + 1,000 d(demi-diam. ☾) − 0,990 α = 0.

Si l'on ſubſtitue enſuite dans l'équation (2), la valeur de d(demi-diam. ☾) tirée de l'équation précédente, l'on aura

(6) α = 2″,7 ;

Et cette valeur de α ſubſtituée dans l'équation (5), donnera

(7) d(demi-diam. ☾) = − 0″,9.

On voit par-là que l'on ſatisfera aux obſervations, en ſuppoſant une inflexion de 2″,7 ; & en diminuant en même temps le demi-diamètre de la Lune, d'environ 0″,900. Cette diminution du demi-diamètre de la Lune, eſt à 0″,3 près, égale à celle que M. Short a déterminée immédiatement par obſervation ; & en cela les réſultats préſentent une ſingularité remarquable.

(130.) Si l'on veut pouſſer plus loin ces recherches, & que dans les équations du *§. 119*, l'on ſubſtitue à d(demi-diamètre ☾), ſa valeur tirée de l'équation (7) du *paragr. précéd.* en ſuppoſant d'ailleurs d(diſt. centres) = 0, d(demi-diam. ☉) = 0, d(diſt. cornes) = 0 ; on aura

Par {
l'équation (1), α = 3″,0,
l'équation (2), α = 1,6,
l'équation (3), α = 6,4,
l'équation (4), α = 3,6,
l'équation (5), α = 6,0,
l'équation (6), α = 2,9,
l'équation (7), α = 2,7,
l'équation (8), α = 0,0,
l'équation (10), α = 3,5,
l'équation (11), α = 3,5 ;

d'où l'on conclura par un résultat moyen

$$\alpha = 3'',3.$$

Je n'ai point fait usage de l'équation (9), qui donneroit une inflexion négative; au reste, cette dernière équation ne doit point faire abandonner les résultats ci-dessus, puisqu'en supposant la moindre petite erreur sur les distances observées des cornes, on retomberoit dans ces résultats. Je passe à l'examen des questions relatives aux distances des limbes.

SECTION SIXIÈME.

Application des principes précédens à la solution des questions relatives aux distances des limbes.

(131.) Après avoir appliqué les principes de ce Mémoire aux observations des distances des cornes, & en avoir conclu l'inflexion particulière des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, il convient d'appliquer les mêmes principes aux observations des distances des limbes, & de résoudre les questions analogues relatives à ces distances. Pour suivre l'analogie des Sections précédentes, je désignerai par observation 1, l'observation faite à $10^h 26' 10''$; par observation 2, l'observation de $10^h 28' 28''$; par observation 3, l'observation de $10^h 30' 43''$. Je désignerai par *d (*dist. centres 1*)*, *d (*dist. limbes 1*)*, l'erreur sur la distance des centres & sur la distance des limbes correspondantes à l'observation 1; par *d (*dist. centres 2*)*, *d (*dist. limbes 2*)*, l'erreur sur la distance des centres & sur la distance des limbes correspondantes à l'observation 2; par *d (*dist. centres 3*)*, *d (*dist. limbes 3*)*, l'erreur sur la distance des centres & sur la distance des limbes correspondantes à l'observation 3. Je désignerai par α, la quantité de l'inflexion correspondante à chacune des observations; & comme cette quantité peut n'être pas la même pour toutes les observations, je désignerai par α 1, la quantité de l'inflexion correspondante à l'observation 1; par α 2, l'inflexion correspondante à l'observation 2; par α 3, l'inflexion correspon-

dante à l'obſervation 3. De plus, puiſque pour chacune des obſervations, on a une équation de la forme ſuivante,

Inflexion + *d* (inflexion) = α,

les réſultats des §. *106, 107, 108* deviendront

(1) + 3″,1 + 1,000 *d* (diſt. limbes *1*) + 1,000 *d* (demi-diam. ☾)
— 1,000 *d* (diſt. centres *1*) — 1,000 *d* (demi-diam. ☉) — α 1 = 0.
(2) + 2″,3 + 1,000 *d* (diſt. limbes *2*) + 1,000 *d* (demi-diam. ☾)
— 1,000 *d* (diſt. centres *2*) — 1,000 *d* (demi-diam. ☉) — α 2 = 0.
(3) + 1″,2 + 1,000 *d* (diſt. limbes *3*) + 1,000 *d* (demi-diam. ☾)
— 1,000 *d* (diſt. centres *3*) — 1,000 *d* (demi-diam. ☉) — α 3 = 0.

Telles ſont les équations qui ont lieu dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Clairaut.

(132.) Si l'on étoit parti des mouvemens horaires de M. Mayer, comme alors on auroit *d* (demi-diam. ☉) = 1″,*639*, *d* (diſtance centres *1*) = 0″,1, *d* (diſtance centres *2*) = 0″,1, *d* (diſtance centres *3*) = 0″,1, les équations du §. *131* deviendroient,

(1) + 1″,4 + 1,000 *d* (diſt. limbes *1*) + 1,000 *d* (demi-diam. ☾)
— 1,000 *d* (diſt. centres *1*) — 1,000 *d* (demi-diam. ☉) — α 1 = 0.
(2) + 0″,*6* + 1,000 *d* (diſt. limbes *2*) + 1,000 *d* (demi-diam. ☾)
— 1,000 *d* (diſt. centres *2*) — 1,000 *d* (demi-diam. ☉) — α 2 = 0.
(3) — 0″,*6* + 1,000 *d* (diſt. limbes *3*) + 1,000 *d* (demi-diam. ☾)
— 1,000 *d* (diſt. centres *3*) — 1,000 *d* (demi-diam. ☉) — α 3 = 0;

(133.) Les équations précédentes démontrent que dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Clairaut, & abſtraction faite des petites erreurs ſur les diſtances obſervées des limbes, les rayons ſolaires qui ont paſſé à la diſtance d'environ 2′ 40″ du limbe de la Lune, éprouvoient encore une petite inflexion. Cette inflexion ſeroit nulle dans l'hypothèſe des mouvemens horaires de M. Mayer.

(134.) Je remarquerai enfin que les équations du §. *132*, conduiſent à admettre une véritable inflexion dans les rayons

ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, préférablement à une diminution réelle dans le demi-diamètre de cette Planète. En effet, il n'eſt pas propoſable de ſuppoſer une inflexion négative, cette hypothèſe ſeroit abſolument contraire aux faits établis ci-deſſus; les diſtances des centres me paroiſſent hors de toute atteinte, puiſqu'ils ſont le réſultat d'élémens vérifiés par une multitude d'obſervations; le demi-diamètre du Soleil ne peut pas être diminué, puiſque nous l'avons déjà ſuppoſé plus petit que celui tiré des Tables, & moindre que celui meſuré par M. Short; d'ailleurs ce demi-diamètre a été donné par un réſultat de calculs, dans lequel ſont entrées toutes les obſervations faites en Europe; de plus, les véritables diſtances des limbes ne peuvent pas être ſuppoſées plus grandes que les diſtances obſervées, puiſque l'irradiation a dû naturellement augmenter ces diſtances. Il me paroît donc que dans les équations (1), (2), (3), du *§. 132*, il faut ſuppoſer *d(*diſtance centres 1*)* = 0; & que ſi d'ailleurs, on ſuppoſe quelque valeur à *α* & à *d(*demi-diamètre ☉*)*, ce ne peut être qu'une valeur poſitive; qu'on ne peut de même ſuppoſer qu'une valeur négative à *d(*diſt. limbes*)*. Or dans tous ces cas, on conclura une valeur poſitive de *d(*demi-diamètre ☾*)*, & non pas une valeur négative. Les équations du *§. 132*, conduiſent donc à admettre une véritable inflexion dans les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, puiſqu'elles tendent à faire rejeter la diminution du demi-diamètre de cet Aſtre.

Réſultat des Recherches précédentes.

(135.) Il réſulte des Recherches précédentes, que les demi-diamètres du Soleil & de la Lune tirés des Tables, ne peuvent pas ſatisfaire aux obſervations de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764; qu'il faut diminuer d'abord le demi-diamètre du Soleil, donné par les Tables du Soleil *; que

* Je pars des Tables inſérées dans la nouvelle édition de l'*Aſtronomie* de M. de la Lande, & qui donnent au Soleil un demi-diamètre de 16′ 0″,5, le 1.er Avril 1764.

cette diminution dépend de l'hypothèse que l'on voudra adopter sur les mouvemens horaires; qu'en admettant les mouvemens horaires de M. Clairaut, cette diminution est de 4",5; qu'elle n'est que de 3",3, en partant des mouvemens horaires de M. Mayer; qu'il faut pareillement admettre une inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, ou une diminution réelle dans le demi-diamètre horizontal de cette Planète. Que cette inflexion ou diminution est de 5 secondes en partant des mouvemens horaires de M. Clairaut, & de 3",6 seulement en partant des mouvemens horaires de M. Mayer; qu'il est très-probable que c'est une véritable inflexion, & non une diminution dans le demi-diamètre de la Lune; qu'enfin il y a une méthode sûre pour se décider entre ces deux hypothèses.

Remarque sur une Méthode particulière pour déterminer l'inflexion des rayons qui rasent le bord de la Lune.

(136.) Les méthodes que nous avons données précédemment pour déterminer l'inflexion des rayons de lumière qui rasent le bord de la Lune, supposent la connoissance d'un grand nombre d'élémens, dont l'incertitude peut influer sur la quantité de cette inflexion. On a pu remarquer, que par la comparaison d'un grand nombre d'observations que j'ai discutées, il ne peut rester d'incertitude que sur le diamètre de la Lune, qu'il faut nécessairement diminuer si l'on veut se refuser à reconnoître une inflexion dans les rayons solaires qui passent près de la Lune. J'ai fait voir comment on peut lever cette incertitude, au moyen des observations des distances des cornes; & que celles que M. Short a mesurées, lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, sont très-favorables au système de l'inflexion. Voici pour déterminer cette inflexion, un nouveau moyen très-simple & qui ne dépend de la connoissance d'aucun élément.

Lorsque de deux Étoiles voisines, l'une doit être éclipsée par la Lune, on les assujettira entre deux fils d'un micromètre filaire, ou on les superposera au moyen du micromètre

objectif, en ayant ſoin de placer la lunette ſur une machine parallactique; on obſervera, ſi à l'inſtant, ou près de l'inſtant de l'occultation de l'Étoile, ſa diſtance à l'autre Étoile eſt altérée, ou ſi cette Étoile ceſſe d'être ſuperpoſée; cette altération, combinée avec les mouvemens relatifs de la Lune, par rapport aux deux Étoiles, donnera la quantité de l'inflexion des rayons qui raſent le diſque lunaire.

Je donnerai dans la ſuite de ce Mémoire, les formules qui ſerviront à calculer l'inflexion, d'après ce genre d'obſervations.

(137.) On pourroit craindre que durant l'obſervation du phénomène, la différence des réfractions des deux Étoiles, ne faſſe varier leur diſtance reſpective; mais il eſt aiſé de s'aſſurer que cette variation doit être inſenſible dans un eſpace de temps auſſi peu conſidérable.

(138.) Je ne puis trop inſiſter, en finiſſant cet article, ſur le ſoin que l'on doit mettre dans le choix des mouvemens horaires, lorſqu'il s'agit de déterminations délicates. Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit précédemment ſur la préférence que l'on doit donner aux Tables de M. Mayer, relativement à cet élément. Les réſultats trouvés par les Éclipſes du 1.er Avril 1764 & du 4 Juin 1769, m'ont de plus en plus confirmé dans cette idée, à laquelle il me paroît impoſſible de ſe refuſer. Par l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, & en partant des mouvemens horaires de M. Clairaut, j'avois trouvé une inflexion d'environ 5 ſecondes. Je n'ai trouvé qu'une inflexion d'environ 2 ſecondes par l'Éclipſe du 4 Juin 1769, en partant toujours des mêmes Tables. Mais on ne perdra point de vue que ces Tables donnent un mouvement horaire plus petit de 2 ſecondes que celles de M. Mayer pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, & plus grand de 3″,5 pour l'Éclipſe du 4 Juin 1769. On aura, au contraire, par les deux Éclipſes, une même inflexion de 3″,7, ſi l'on part des mouvemens horaires de M. Mayer. Cette remarque me paroît confirmer la préférence que l'on doit donner aux mouvemens horaires de M. Mayer; elle doit faire ſentir de plus, la néceſſité d'apporter la plus grande attention, dans le choix de cet élément.

ARTICLE VI.

Conjecture ſur la cauſe qui, dans les occultations des Étoiles par la Lune, fait paroître l'Étoile ſur le diſque de la Lune.

(139.) Les Recherches auxquelles je me ſuis livré relativement à l'inflexion qu'éprouvent les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, conduiſent naturellement à diſcuter quelle peut être la cauſe d'un phénomène aſſez ſingulier. On ſait que lors de l'occultation de certaines Étoiles par la Lune, l'Étoile paroît quelquefois ſur le diſque de la Lune, pendant 3 ou 4 ſecondes de temps; de ſorte que la diſparition n'a lieu que lorſque l'Étoile a parcouru environ 1 ou 2 ſecondes de degré ſur le diſque lunaire.

(140.) Pluſieurs Aſtronomes ont donné des explications de ce phénomène; on peut réduire ces explications à trois principales.

On a attribué à Newton, une explication de ce phénomène. Voici le paſſage de ſon *Traité d'Optique,* qui a donné lieu à cette opinion; je fais uſage de la traduction françoiſe de M. Coſte.

« Or que les Étoiles fixes paroîtroient, à cauſe de l'immenſité de leur diſtance, comme autant de points, ſi ce « n'eſt que leur lumière eſt dilatée par réfraction, c'eſt ce qu'on « peut viſiblement inférer de ce que la Lune venant à paſſer « vis-à-vis les Étoiles & à les éclipſer, leur lumière ne s'évanouit « pas par degrés, comme celle des Planètes, mais tout d'un « coup; & qu'à la fin de l'Éclipſe, elles reparoiſſent tout d'un « coup, ou certainement en moins d'une ſeconde; *la réfraction « de l'atmoſphère de la Lune prolongeant un peu le temps, dans « lequel la lumière de l'Étoile premièrement s'évanouit & reparoît « enſuite.* »

(141.) M. de la Hire, à l'occaſion de l'occultation d'*Aldébaran,* arrivée le 19 Août 1699, attribue le phénomène à une illuſion optique qui fait paroître le diamètre lumineux

de la Lune plus grand qu'il n'eſt en effet, quoiqu'on l'obſerve avec une grande lunette; de ſorte que, ſuivant cet Aſtronome, l'on voit l'Étoile à travers d'une eſpèce de lumière paraſite. Il ajoute auſſi qu'une atmoſphère qui envelopperoit la Lune, expliqueroit très-naturellement ce phénomène; mais il n'y a nulle apparence ſuivant lui que la Lune ait une atmoſphère.

(142.) M. de Mairan imagine une autre cauſe; il ſuppoſe l'atmoſphère de la Lune moins denſe que l'éther dans lequel nage cette Planète, & il penſe que l'on doit attribuer le phénomène à une diffraction, ou à une inflexion négative.

Je ne connois pas d'autre explication de ce phénomène, & chacune de ces explications me paroît ſujette à des difficultés que je vais expoſer avant que de propoſer une hypothèſe nouvelle qui eſt elle-même ſujette à des objections, mais qui mérite au moins d'être rapprochée des faits.

(143.) Je crois d'abord qu'il faut rejeter l'explication de M. de Mairan; en effet, l'exiſtence d'une atmoſphère autour de la Lune, moins denſe que l'éther dans lequel nage cette Planète, ſera difficilement admiſe par les Aſtronomes; d'ailleurs cette diffraction ou inflexion négative me paroît abſolument contraire aux faits établis ci-deſſus.

(144.) L'explication que l'on attribue à Newton, & qui, ſuivant M. de la Hire, expliqueroit très-naturellement le phénomène, s'il étoit poſſible de ſuppoſer une atmoſphère à la Lune, n'eſt nullement propre à expliquer cette apparence.

Fig. 7. Soit en effet LMP la Lune; Nnp l'atmoſphère lunaire; E une Étoile; N, n les points où le rayon $ENnO$ émané de l'Étoile, tangent à la Lune au point M, & réfracté aux points N, n, rencontre l'atmoſphère lunaire; O l'obſervateur; LN, Ln les rayons menés du centre L de la Lune aux points N, n; OL la droite menée de l'obſervateur au centre de la Lune; $ENnO$ la route du rayon réfracté; One le prolongement de la route du rayon lumineux, après la double réfraction aux points N, n. Il eſt ſenſible que l'Étoile ne

ne disparoît dans cette hypothèse, que lorsque le rayon émané Fig. 7.
de cette Étoile, devient après une première réfraction au point *N*, tangent au disque lunaire, & parvient à l'observateur en éprouvant une seconde réfraction au point *n*. L'Étoile sera alors rapportée dans la direction *One*. Mais le point *M* du disque lunaire, auquel le rayon réfracté est tangent, sera vu dans la même direction *One*; l'Étoile au moment de la disparition, paroîtra donc tangente au disque lunaire, & ne pourra en aucune façon paroître projetée sur ce disque.

(145.) Les réflexions précédentes, qui certainement n'auroient point échappé à Newton, me font croire que l'on donne à ses paroles, un sens auquel il n'a jamais pensé. Il expliquoit par l'atmosphère de la Lune, la raison pour laquelle dans les occultations, les Étoiles ne disparoissent pas d'une manière rigoureusement instantanée. Il suppose que l'atmosphère lunaire, en décomposant la lumière de l'Étoile, amplifie son diamètre. Ce phenomène me paroît absolument différent de celui qui fait paroître pendant quelques secondes l'Étoile sur le disque de la Lune. D'ailleurs les mots d'*un peu moins d'une seconde* qu'on lit dans le texte de Newton, font voir qu'il avoit en vue un phénomène qui dure moins d'une seconde; & par conséquent son explication ne doit pas s'appliquer à un phénomène qui en dure trois ou quatre. Quoi qu'il en soit, l'atmosphère de la Lune ne peut pas expliquer les apparences dont il s'agit.

(146.) Il n'en est pas de même de l'explication que M. de la Hire a donnée du même phénomène, lorsqu'il l'attribue à une illusion optique qui fait paroître suivant lui, le diamètre lumineux de la Lune plus grand qu'il n'est réellement; de sorte que l'on voit l'Étoile à travers d'une lumière parasite. Cette explication est très-plausible, & je suis fort tenté de l'adopter: voici cependant les difficultés qu'elle fait naître. Il faut d'abord dans cette explication, imaginer que la lumière de l'Étoile n'est point éteinte par la lumière très-vive de la Lune qu'elle traverse; il faut ensuite admettre,

que le diſque lumineux de la Lune, vu ſur un fond obſcur, eſt plus grand que le diſque obſcur de cet Aſtre, vu ſur un fond lumineux. En effet, cet anneau de lumière paraſite qui entoure la Lune, & qui dans cette hypothèſe ſeroit d'environ 2 ſecondes, doit faire évidemment paroître le diamètre lumineux de la Lune plus grand de 4 ſecondes, qu'il ne l'eſt véritablement. Lors donc que l'on vient à meſurer le diamètre obſcur de la Lune ſur un fond lumineux, comme alors le diamètre eſt dépouillé de cette lumière paraſite, il ſera plus petit de 4 ſecondes que dans la première circonſtance. Je dis plus, la diminution doit paroître encore plus conſidérable; car ſi en général le diamètre lumineux de la Lune eſt ſujet à une irradiation, à plus forte raiſon le diſque lumineux du Soleil, ſur lequel ſe projette le diſque obſcur de la Lune, doit-il avoir la même propriété; le diamètre obſcur de la Lune doit donc en être d'autant diminué. Que deviennent alors les aſſertions des Aſtronomes, ſur l'égalité des diamètres lumineux de la Lune, vus ſur un fond obſcur, & des diamètres obſcurs, vus ſur un fond lumineux? Au reſte, je ne prétends point décider cette queſtion; j'ai ſeulement voulu prouver qu'il eſt contradictoire d'expliquer le phénomène dont il s'agit par l'irradiation de la Lune, & d'admettre en même temps l'égalité des diamètres obſcurs & lumineux de la Lune. Paſſons aux conjectures que je propoſe pour expliquer le même phénomène.

(147.) On ſait que la lumière éprouve une réfraction en paſſant dans l'atmoſphère terreſtre. Les Étoiles, la Lune, les Planètes, le Soleil ſont également ſujets à cette illuſion optique, dont l'effet eſt d'élever l'aſtre dans le vertical. Mais eſt-il bien démontré que toutes les Étoiles ſont ſujettes préciſément à la même réfraction (il s'agit ici d'une légère différence de 2 ſecondes)? Qui pourra aſſurer que *Syrius* dont la lumière eſt très-blanche, éprouve préciſément la même réfraction qu'*Aldébaran* ou *Antarès,* dont la lumière eſt plus rouge? Admettons pour un moment que la lumière de la Lune ſoit plus réfrangible que le rayon émané d'*Antarès* ou

d'*Aldébaran*, tout va s'expliquer naturellement. Lors du contact de l'Étoile, le limbe de la Lune sera plus réfracté que l'astre; ce limbe paroîtra plus élevé; l'Étoile se projettera donc sur le disque lunaire, quoique réellement l'on ne soit qu'au moment du contact. Telle est la conjecture que je propose pour expliquer le phénomène dont il s'agit; elle peut être sujette à des objections, mais elle mérite au moins d'être rapprochée des faits.

(148.) On peut d'abord remarquer que cette dernière hypothèse conserve l'égalité entre les diamètres obscurs & les diamètres lumineux de la Lune. C'est un avantage qu'elle pourroit présenter aux yeux des Astronomes qui tiennent à cette égalité; quant à moi je n'ai garde de regarder cette remarque comme décisive, & je passe aux véritables différences qui caractérisent ces deux hypothèses, & qui doivent mettre à portée de prononcer entr'elles. L'irradiation s'applique également à toutes les Étoiles & à toutes les hauteurs de la Lune sur l'horizon. En effet, puisque le phénomène ne dépend que de la position de l'Étoile, relativement à la lumière parasite de la Lune; toutes les fois que l'Étoile sera engagée dans cette lumière, c'est-à-dire toutes les fois que l'Étoile sera à une distance du bord lumineux de la Lune moindre que 2 secondes, la lumière parasite fera paroître l'Étoile sur le disque de la Lune. Dans mon hypothèse au contraire, le phénomène pourra avoir lieu lorsque l'Étoile sera à une certaine distance du bord lumineux de la Lune, tandis que dans une autre position, le phénomène n'aura pas lieu. Cela dépend de la hauteur respective du limbe de la Lune & de l'Etoile, & de la réfraction qui dans un cas projette l'Étoile sur le disque de la Lune, tandis qu'elle l'en éloigne dans un autre cas. D'ailleurs il est nécessaire que la lumière de l'Étoile éprouve une réfraction différente de celle de la Lune; tout cela sera rendu sensible par les calculs suivans.

(149.) Soit *L* le centre de la Lune; *BAba* le disque de cette Planète non-déformé par la réfraction; *E* une Étoile en contact avec le limbe de la Lune au point *E; Aa* le Fig. 8.

Fig. 8. diamètre vertical du disque de la Lune; *Bb* le diamètre horizontal. Du point *E*, abaissons sur le diamètre *Bb* la droite *EP*; soit

l le demi-diamètre de la Lune.
x l'abscisse *LP*.
y l'ordonnée *PE*.

Il est évident que l'équation au disque de la Lune sera dans ce cas,

$$(1)\quad x^2 + y^2 - l^2 = 0.$$

Supposons maintenant que le disque de la Lune soit réfracté; & pour ne pas compliquer les calculs, imaginons que tous ses points éprouvent une égale réfraction. L'effet de cette réfraction consistera uniquement à déplacer le disque apparent de la Lune, & à substituer à l'ancien disque *BAb* un nouveau disque *A' a'*, dont le centre aura passé de *L* en *L'*, de sorte que *LL'* sera égal à la réfraction. Si donc l'on conserve les dénominations précédentes de x & de l, & que l'on nomme de plus,

y' l'ordonnée au nouveau disque,
b la réfraction de la Lune;

on aura pour l'équation au nouveau disque de la Lune,

$$(2)\quad x^2 + y'^2 - 2by' + b^2 - l^2 = 0.$$

Considérons maintenant l'Étoile *E*, en contact avec le limbe de la Lune; il est évident que si cette Étoile éprouve une réfraction égale à celle de la Lune, elle passera de *E* en *E'*; le nouveau disque *A' E' a'* sera le lieu géométrique de la disparition de l'Etoile, & l'Étoile continuera de disparoître au point de contact. Si au contraire l'Étoile éprouve une réfraction différente que la Lune, cette Étoile ne passera plus de *E* en *E'*, mais elle sera vue en un point *E''* intermédiaire; de sorte que le lieu géométrique de la disparition sera le cercle *A'' E'' a''*, projeté dans sa partie supérieure *A'' E''*, sur le disque de la Lune, & extérieur à ce disque dans la partie inférieure. Si donc l'on conserve les dénomi-

nations précédentes de x & de l, que l'on nomme de plus Fig. 8.

y'' l'ordonnée au cercle de disparition de l'Étoile,

b' la réfraction particulière de l'Étoile;

on aura pour équation au cercle de disparition,

(3) $x^2 + y''^2 - 2b'y'' + b'^2 - l^2 = 0.$

(150.) Si par le point L', centre du disque réfracté de la Lune, & par un point E'' quelconque de la circonférence du cercle de disparition de l'Étoile, on mène le rayon $L'E''$ qui se prolonge jusqu'au point e du disque réfracté, & que l'on cherche l'expression générale de la distance eE'' du limbe réfracté de la Lune, au point E'' de disparition de l'Étoile, il est évident que si l'on nomme u l'angle $A'L'e$ que forme le rayon $L'E''e$ du limbe réfracté, avec le diamètre vertical $A'a'$ de ce limbe, r le sinus total, & que l'on conserve les définitions de l, b, b' du *paragraphe précédent*, l'on aura

(1) $eE'' = l + (b - b')\frac{\text{cos.}u}{r} - [\sqrt{l^2 - (b - b')^2 \times \frac{\text{sin.}^2 u}{r^2}}].$

En effet, $eE'' = L'e - L'E'' = l - L'E''$; de plus, si du point E'' l'on abaisse sur le diamètre $A''a''$, la perpendiculaire $E''M$, on aura $E''M = L'E''\frac{\text{sin.}u}{r}$; $L'M = L'E''\frac{\text{cos.}u}{r}$; d'ailleurs si du centre L'' l'on mène au point E'' le rayon $L''E''$, on aura $L''E''^2 = E''M^2 + (L'M + L'L'')^2$; enfin $L''E'' = l$; $L'L'' = b - b'$; donc

$$L'E''^2 + 2L'E''(b - b')\frac{\text{cos.}u}{r} + (b - b')^2 - l^2 = 0.$$

Donc

$$L'E'' = -(b - b')\frac{\text{cos.}u}{r} + \sqrt{[l^2 - \frac{(b - b')^2 \text{sin.}^2 u}{r^2}]}.$$

Donc

$$eE'' = L'e - L'E'' = l - L'E'' = l + (b - b')\frac{\text{cos.}u}{r} - \sqrt{[l^2 - \frac{(b - b')^2 \text{sin.}^2 u}{r^2}]}.$$

(151.) La valeur de eE'' du *paragraphe précédent*, rend

Fig. 8. ſenſibles les remarques du ſ. 148 ; en effet, il eſt aiſé de voir que cette valeur peut être poſitive, négative & nulle; cela dépend en partie de l'angle u, c'eſt-à-dire, de l'angle du rayon dans lequel l'Étoile diſparoît, avec le diamètre vertical du diſque réfracté de la Lune ; & en partie de la valeur de $b - b'$, c'eſt-à-dire, de la différence de réfraction qu'éprouvent la Lune & l'Étoile.

Lorſque la valeur de $e\,E''$ eſt poſitive, l'Étoile diſparoît ſur le diſque; lorſqu'elle eſt négative, elle diſparoît avant que d'atteindre le diſque; lorſqu'elle eſt nulle, l'Étoile diſparoît au point de contact. En général les diſtances du limbe de la Lune, aux points de diſparition de l'Étoile, ſont inégales. Si au contraire, le phénomène dont il s'agit doit s'expliquer par l'irradiation, toutes les diſtances $e\,E''$ ſont égales dans toutes les poſitions & pour toutes les Étoiles.

Au reſte, je ne puis trop répéter, que je n'ai voulu préſenter qu'une conjecture ſur la cauſe qui, dans les occultations des Étoiles par la Lune, peut faire paroître l'Étoile ſur le diſque de cet aſtre; que cette conjecture a un ſymptôme diſtinctif qui la caractériſe; qu'elle doit être abandonnée ſi les faits aſtronomiques ſont contraires à la théorie que je viens de mettre ſous les yeux du Lecteur.

(152.) Je ne dois pas diſſimuler que cette conjecture eſt auſſi ſujette à des difficultés optiques, qu'il eſt à propos de développer.

L'hypothèſe la plus favorable, eſt celle dans laquelle on ſuppoſeroit les rayons émanés de l'Étoile & de la Lune, parfaitement homogènes, mais différens entre eux en réfrangibilité; ces rayons ſubiroient alors une réfraction différente dans l'atmoſphère, & pour ſatisfaire aux phénomènes dont il s'agit, la différence des réfractions devroit être d'environ 2 ſecondes. Mais dans ce cas, ne peut-on pas dire que la lumière des Étoiles & des Planètes devroit ſouffrir une décompoſition ſenſible en traverſant l'atmoſphère, & que les bords de leurs diſques ſeroient terminés par les différentes couleurs du priſme, ce qui eſt contraire à ce que l'on obſerve?

On pourroit encore objecter que la lumière de la Lune renferme toutes les couleurs prismatiques; que par conséquent, le disque d'une Étoile, formé par des rayons homogènes quelconques, devroit toujours déborder le disque de la Lune, formé par les rayons de même nature; & que conséquemment, l'Étoile ne pourroit jamais paroître entièrement sur le disque de la Lune.

(153.) Ces difficultés devroient faire abandonner la conjecture précédente, s'il étoit bien constant d'ailleurs que la lumière des Étoiles est absolument la même que celle du Soleil. Quoiqu'il n'y ait rien de rigoureusement démontré à ce sujet, il faut pourtant convenir que tout nous porte à reconnoître cette identité, puisque, d'après les phénomènes de l'aberration, ces lumières paroissent avoir la même vîtesse; qu'elles sont d'ailleurs semblablement décomposées par le prisme, & qu'elles donnent les mêmes couleurs. Au reste, s'il y avoit quelque différence entre ces lumières, le moyen que j'ai indiqué dans cet article me paroît très-propre à la faire découvrir, & sous ce point de vue, l'on ne peut trop inviter les Astronomes à se rendre attentifs aux phénomènes que j'ai développés.

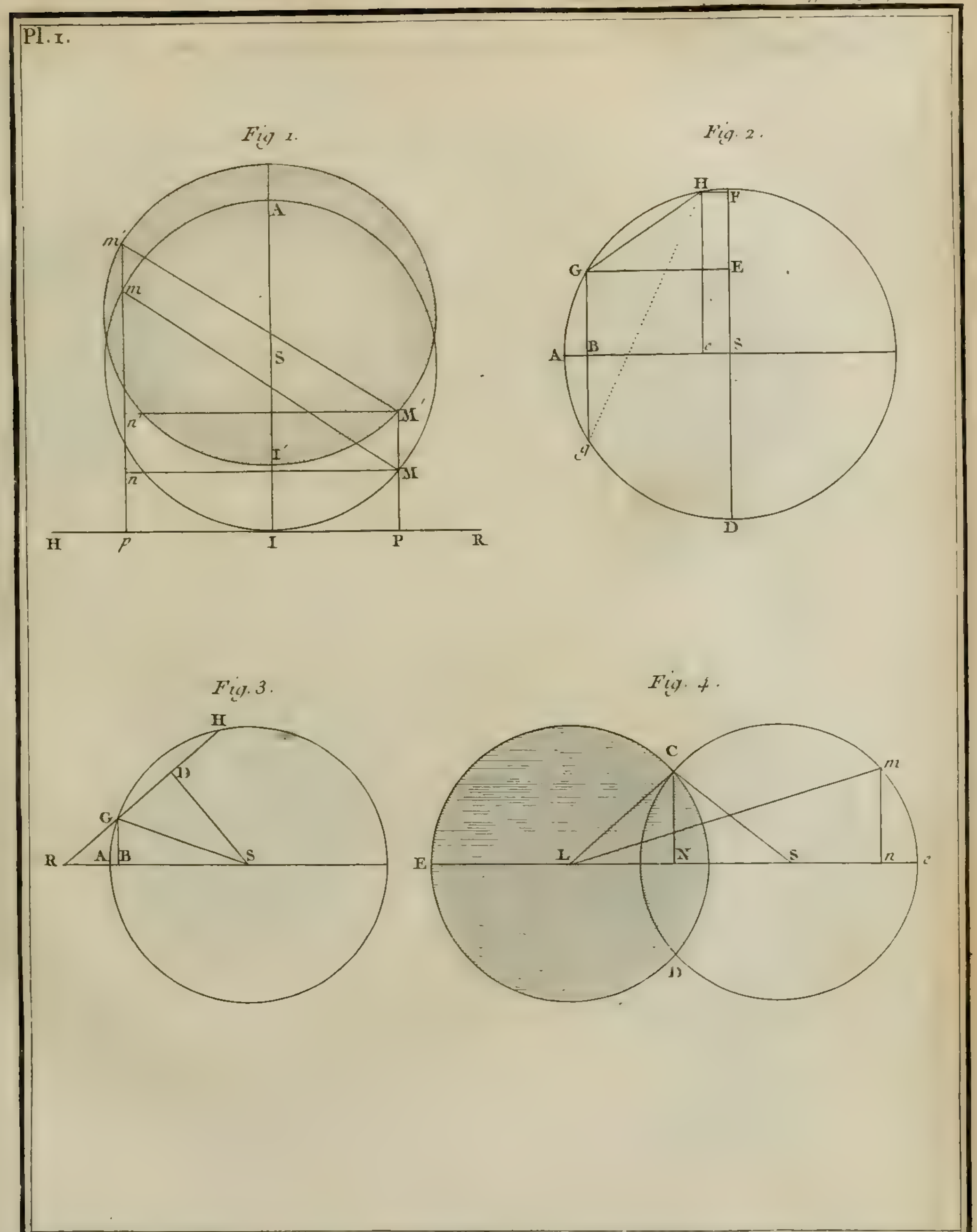
(154.) Je terminerai cette partie de mon Mémoire par une remarque sur le *§. 19.* Dans ce paragraphe, nous avons vu que par l'effet de la réfraction, les diamètres horizontaux du Soleil & de la Lune sont diminués d'une demi-seconde, quelle que soit la hauteur de ces astres. Cette assertion est fondée sur la formule (1) du *§. 6*, qui, attendu la proportionnalité de la réfraction à la tangente de la distance au Zénith, fait voir que par l'effet de cette illusion optique, toutes les distances horizontales, prises sur les disques du Soleil & de la Lune, sont diminuées d'une quantité constante pour toutes les hauteurs, & proportionnelle à la distance horizontale. Nous avons vu, que cette considération corrigeoit la légère inexactitude de la supposition du *paragraphe 7*, qui a servi à déterminer l'équation au disque déformé du Soleil, sans troubler la figure elliptique de ce disque;

puiſqu'elle conſiſte à ſubſtituer, dans l'équation (2) du *§. 7*, de nouvelles abſciſſes x'', telles que $x'' = \frac{f'}{g'} x'$; $\frac{f'}{g'}$ étant d'ailleurs égal à $\frac{1919}{1920}$; que par-là, on avoit pu, ſans erreur, employer des ordonnées parallèles, quoiqu'en effet ces ordonnées duſſent converger au Zénith. Comme la parallaxe ſe fait dans le même ſens que la réfraction, on pourroit croire que les diamètres de la Lune, déterminés par la
Année 1766. formule du *§. 122* de mon *IV.e Mémoire*, doivent être corrigés d'après des conſidérations analogues; cette concluſion ſeroit cependant précipitée. En effet, comme par l'effet de la parallaxe, les rayons par leſquels on voit les demi-diamètres de la Lune, n'éprouvent aucune déviation de leur route rectiligne, le calcul eſt entièrement conforme aux ſuppoſitions & ne doit point être corrigé. Il n'en eſt pas de même de la réfraction, qui, en briſant les rayons par leſquels nous voyons les demi-diamètres du Soleil & de la Lune, oblige à employer la correction du *§. 19*.

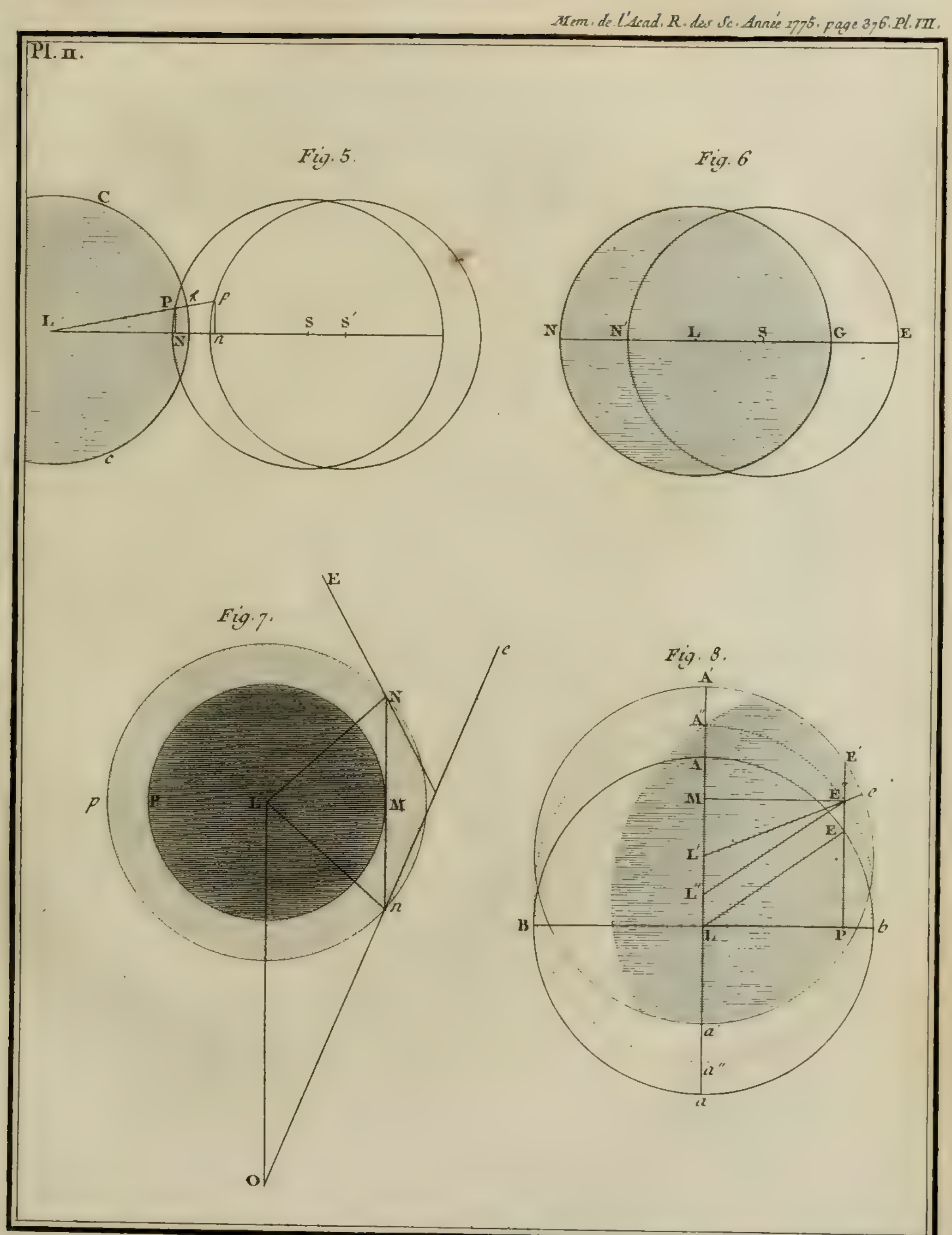
(155.) Si l'on vouloit au ſurplus avoir la démonſtration de la formule du *§. 6*, on y parviendroit aiſément, en ſe figurant un triangle ſphérique rectangle, formé par les cercles verticaux, paſſant par l'extrémité du demi-diamètre horizontal de l'aſtre, & par le centre. Dans ce triangle, l'hypothénuſe eſt la diſtance de l'extrémité du demi-diamètre au zénith; & le côté oppoſé à l'angle au zénith, meſure le demi-diamètre de l'aſtre. Si maintenant l'on cherche la relation entre la variation de l'hypothénuſe, & la variation du côté oppoſé à l'angle au zénith, en regardant ce dernier angle comme conſtant, & que l'on ſubſtitue à la variation de l'hypothénuſe, l'expreſſion de la réfraction, on aura la formule du *§. 6*.

La longueur de ce Mémoire a obligé d'en renvoyer la ſuite à une autre année.

OBSERVATION


Pl. I.
Fig. 1.
A
m'
m
S
n'
M'
I'
n
M
H
p
I
P
R
Fig. 2.
H
F
G
E
A
B
e
S
g
D
Fig. 3.
H
D
G
R
A
B
S
Fig. 4.
C
m
E
L
N
S
n
e
D




Pl. II.
Fig. 5.
C
P
p
L
N
n
S
S'
c
Fig. 6
N
N'
L
S
G
E
Fig. 7.
E
e
N
p
P
L
M
n
O
Fig. 8.
A'
A''
A
E'
M
E
e
E
L'
L''
B
L
P
b
a'
a''
a



OBSERVATION
DE L'OCCULTATION DE SATURNE, DU 18 FÉVRIER 1775,
Faite rue de l'Univerſité, 2 ſecondes de temps à l'Oueſt du méridien de Paris.

Par M.[rs] le Préſident DE SARON & DU SÉJOUR.

NOUS avons obſervé, M. de Saron & moi, l'occultation de Saturne, du 18 Février 1775 ; la Pendule étoit bien réglée. Nous nous ſommes ſervi, pour faire cette obſervation, de la grande Lunette achromatique de M. de Saron, de trois pieds & demi ; il a obſervé le commencement du Phénomène, & j'ai obſervé la fin. Voici le réſultat de ces obſervations. 22 Février 1775.

Entrée de Saturne ſous la Lune.

Temps vrai.	
9h 10′ 53″....	première anſe touche le bord de la Lune.
9. 11. 46.....	milieu de Saturne touche le bord de la Lune.

Sortie de Saturne.

10. 10. 32.....	milieu de Saturne ſe détache de la Lune.
10. 11. 9.....	dernière anſe ſe détache de la Lune.

La première & la dernière de ces obſervations ſont les plus exactes ; l'entrée & la ſortie du centre de Saturne ne ſont qu'eſtimées. Nous ne nous ſommes aperçus d'aucune altération, ſoit dans la forme, ſoit dans la couleur de Saturne, lors de ſes contacts avec la Lune.



ÉCLIPSE

DE SATURNE PAR LA LUNE,

Avec les conséquences qui en résultent.

Par M. DE LA LANDE.

25 Février 1775. ON a rarement obſervé des occultations de Saturne par la Lune *, & quoique ces ſortes d'obſervations ne ſoient pas ſuſceptibles d'une ſi grande préciſion que les éclipſes d'Étoiles, tous les Aſtronomes étoient empreſſés d'obſerver celle-ci, qui pouvoit ſervir à vérifier les longitudes des différens pays où elle ſeroit vue. Nous étions curieux auſſi de voir ſi Saturne éprouveroit auprès de la Lune quelque changement de figure, comme on a cru le remarquer dans d'autres occultations de Planètes.

Je me ſuis ſervi d'une lunette achromatique, à deux verres ſeulement, faite par M. l'Abbé Bouriot, de trois pieds de longueur, & vingt lignes & demie d'ouverture; & M. Dagelet qui obſervoit avec moi, avoit une lunette achromatique de même longueur, mais qui a 30 lignes d'ouverture, & groſſiſſoit davantage; elle a été faite à Lucques, par M. Stefano Conti, ſur les dimenſions & les formules calculées par M. l'abbé Boſcovich.

À $9^h\ 10'\ 26''$, j'ai vu le premier attouchement de l'anneau & du bord de la Lune.

9. 11. 5. attouchement du Globe.

9. 11. 43. immerſion totale de l'anneau.

9. 11. 52. M. Dagelet le perd de vue.

---

* Il y en a des Obſervations de 1630, 1661, 1671, 1678, 1687, 1722, 1728 & 1762; celle de 1722 fut obſervée à Ingolſtadt le 11 Février à $3^h\ 45'\ 0''$ environ, & à Altorf. *V. Nova litte. Lipſi. 1723, p. 155.*

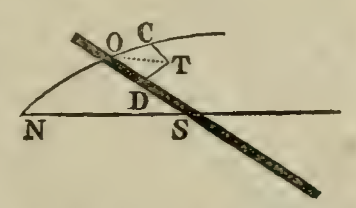
À $10^h\ 10'\ 14''\frac{1}{2}$ M. Dagelet commence à revoir l'anneau.

10. 10. 17. je le vois à mon tour.

10. 10. 43. le centre paroît.

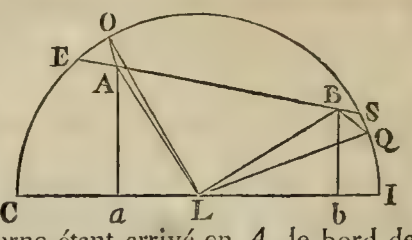
10. 11. 13 l'anneau eſt entièrement dégagé.

Pour tirer des conſéquences de cette obſervation, il faut connoître la ſituation de l'anneau, par rapport à l'écliptique & à la direction apparente de la Lune; & comme c'eſt une des difficultés de ce calcul, je vais indiquer d'abord la manière d'y parvenir.



Soit *NS* l'orbite que le Soleil paroît décrire autour de Saturne; *NC* l'écliptique vue de Saturne; *ODS* le grand cercle de l'anneau qui coupe l'écliptique en *O*, à $5^f\ 17^d\ 6'$ de longitude, ſuivant les obſervations de la phaſe ronde, que j'ai faites en 1774, & ſous un angle de $31^d\ 20'$. *T* le lieu de la Terre vu de Saturne, oppoſé au lieu géocentrique de Saturne $6^f\ 7^d\ 59'$ avec $2^d\ 36'$ de latitude boréale, ſuivant mon obſervation du 18 Juillet. Dans le triangle *OCT*, l'on cherchera *TO*, l'angle *O* & l'angle *T*, $83^d\ 13'$; dans le triangle *TOD*, l'on cherchera l'angle *OTD*, $67^d\ 22'$; la ſomme $150^d\ 35'$ eſt l'angle *CTD;* ainſi le cercle perpendiculaire à l'écliptique & le cercle perpendiculaire à l'anneau, font entre eux un angle de $29^d\ 25'$: c'eſt auſſi l'angle que forme la ligne des anſes avec un parallèle à l'écliptique paſſant par Saturne, & cet angle eſt tel qu'en allant vers l'Orient, l'anneau paroît s'élever vers le nord dans la partie qui eſt vers $5^f\ 17^d$; c'eſt le nœud aſcendant & celui vers lequel Saturne ſe trouve actuellement. On ne ſauroit calculer exactement une pareille obſervation, ſans avoir égard à cet angle formé par l'axe de l'anneau & par l'écliptique, duquel nous allons déduire l'angle qu'il faiſoit avec l'orbite apparente de la Lune.

Supposons que Saturne est entré en E sous le disque de la Lune, & qu'il est sorti en S, en sorte que $EABS$ soit l'orbite relative apparente de Saturne par rapport à la Lune; le centre de Saturne étant arrivé en A, le bord de son anneau ou l'anse orientale a dû disparoître en O.



De même, le centre de Saturne étant parvenu en B, & l'anse précédente ou occidentale se trouvant en Q, l'on a dû commencer à revoir un point de lumière pour l'émersion; la ligne BQ dans la figure, devroit être parallèle à la ligne OA; mais cela eut été trop difficile à représenter exactement.

J'ai calculé par les Tables le mouvement apparent de la Lune depuis $9^h\ 11'\ 46''$ jusqu'à $10^h\ 10'\ 15''$, ou depuis l'immersion totale jusqu'au commencement de l'émersion; j'ai trouvé que dans l'intervalle de $58'\ 29''$, ce mouvement AB étoit de $28'\ 5'',7$ sur une orbite qui se rapprochoit de l'écliptique CL de $1'\ 2''$, ou sous un angle de $2^d\ 6'\ 21''$.

Le demi-diamètre apparent de la Lune LO étoit de $15'\ 17''$, & de $15'\ 20''$ à la sortie; le demi-diamètre de l'anneau de Saturne, qui dans les moyennes distances est de 21 secondes, se trouve de $22'',9$, à la distance actuelle de Saturne 8,743.

Ainsi l'on connoît les côtés LO & OA; mais pour trouver LA distance des centres de la Lune & de Saturne, il faudroit avoir l'angle LAO, & cet angle dépend de l'angle LAB que nous ne pouvons calculer exactement que par le moyen de LA: j'ai donc cherché par une méthode indirecte ou de fausse position la différence entre LO & LA, en supposant LA à peu-près connu, & je l'ai retranché de LO pour avoir plus exactement LA.

Supposant donc, dans un premier calcul, que LA & LB

ſoient de 14′ 54″, & de 15′ 4″, & *AB* de 28′ 5″,7, je trouve les angles *BAL* & *ABL* de 20^d 32′, & 20^d 17′; ajoutant au premier l'inclinaiſon 2^d 6′ 21″, & la retranchant du ſecond, j'ai les angles *ALC*, *BLI*; le premier doit s'ôter de l'inclinaiſon de l'anneau par rapport à l'écliptique *CL*, 29^d 25′; mais le ſecond doit s'ajouter, & il vient pour les ſupplémens des angles *OAL*, *LBQ*, 6^d 46′ & 47^d 36′.

On voit, par la différence de ces angles, pourquoi Saturne avant ſon immerſion, paroiſſoit aller directement vers la Lune, ſuivant la ligne des anſes, tandis qu'à l'émerſion il ſortoit comme de côté; car au commencement il ne s'en falloit que de 6 degrés que l'anneau ne fut aligné vers le centre même de la Lune, au lieu qu'à la ſortie, il faiſoit avec le rayon lunaire un angle de 47 degrés. Pour faire très-exactement une pareille obſervation, il eût été néceſſaire d'être prévenu de cette diverſité de directions, afin de ne pas être ſurpris par l'émerſion du globe de Saturne qui ſuivit de très-près celle de l'anneau, tandis que leurs immerſions avoient été différentes d'un quart de minute; mais lorſque j'ai donné cette annonce dans la *Connoiſſance des Temps*, je n'avois aucune eſpérance que dans cette ſaiſon le ciel nous fut ſi favorable, & ces obſervations n'étant pas ſuſceptibles par elles-mêmes d'une certaine préciſion, ne m'excitoient pas à multiplier les calculs.

Dans les triangles *OAL*, *LBQ*, dans chacun deſquels on a deux côtés & l'angle compris, il reſte à chercher *LO* & *LQ*, qui ſe trouveront égaux aux demi-diamètres de la Lune 15′ 17″ & 15′ 20″, ſi l'on a bien ſuppoſé les valeurs de *LA* & *LB*; mais quoiqu'on ne trouvât pas ces quantités juſtes, il ſuffiroit toujours d'avoir leurs excès ſur *LA* & *LB*, qui retranchés des demi-diamètres de la Lune, donneroient plus exactement les valeurs de *LA* & *LB*, dont il reſte à faire uſage. Dans notre exemple, je trouve ſeulement un dixième de ſeconde de différence, en ſorte que les vraies diſtances des centres *LO* & *LQ* ſont de 14′ 54″,3 & 15′ 4″,4.

Avec ces diſtances & les angles *ALC*, *BLI* déjà connus,

je trouve les distances à la conjonction apparente sur l'écliptique 13′ 46″ & 14′ 19″, & en y appliquant les parallaxes de longitude 49′ 47″ & 47′ 4″, les distances à la conjonction vraie 63′ 33″ & 32′ 45″; réduites en temps à raison de la somme des mouvemens vrais sur l'écliptique (30′ 49″ pour 58′ 29′ de temps), ces distances sont 2^h 0′ 36″ & 1^h 2′ 7″, & les ajoutant aux heures observées, elles donnent 11^h 12′ 22″ pour la conjonction vraie de la Lune & de Saturne.

J'ai voulu voir aussi quel seroit le résultat de l'immersion & de l'émersion du centre de Saturne, estimées par les différens Astronomes qui ont communiqué leurs observations à l'Académie; je suppose l'immersion du centre 9^d 11 36″, & l'émersion 10^d 10′ 34″.

Dans ce cas, au lieu des lignes *LA* & *LB*, je prends les rayons même de la Lune, ce qui rend le calcul plus simple, & je trouve la conjonction 11^h 12′ 35″, plus avancée de 13 secondes, mais dont le résultat me paroît préférable. D'ailleurs, je trouve exactement la même chose en me servant du premier contact extérieur de Saturne, vu par M. Messier 9^d 11′ 14″, & du second contact extérieur 10^d 11′ 1″, qui paroissent les phases les plus aisées à observer; le demi-diamètre de Saturne étoit de 5 secondes; ainsi les distances apparentes étoient 15′ 22″ & 15′ 25″; le mouvement apparent 28′ 43″,2; les distances à la conjonction apparente 14′ 8″,0 & 14′ 35″,8; les parallaxes 49′ 48″,5 & 47′ 1″,8; les distances à la conjonction vraie 2^h 1′ 21″ & 1^h 1′ 34″ qui donnent toutes deux pour le temps vrai de la conjonction au Méridien de l'Observatoire 11^h 12′ 35″.

Pour avoir la latitude de la Lune, j'emploie les mêmes distances apparentes, égales à la somme des demi-diamètres, avec les angles 23^d 14′ & 18^d 57′, & je trouve les différences apparentes en latitude *Aa*, *Bb*, de 6′ 3″ & 5′ 0″; & comme les parallaxes en latitude pour les mêmes temps d'observations étoient 24′ 17″ & 25′ 41″, il s'ensuit que la vraie diffé-

rence de latitude entre la Lune & Saturne à l'heure de la conjonction, ou $11^h\ 12'\ 35''$ étoit de $23'\ 23''$.

La conjonction de la Lune à Saturne, ne nous apprendroit rien pour la perfection des Tables, si nous n'avions pas observé la même nuit la position de Saturne. A $14^h\ 23'\ 31''$ de temps vrai, il étoit plus avancé en ascension droite de $3'\ 6''$ de temps moyen que γ de la Vierge, & sa distance apparente au zénith étoit de $49^d\ 37'\ 4''$. Supposant l'ascension droite de l'Étoile $187^d\ 34'\ 35''$, & la latitude de mon Observatoire, sur la Place du Palais-royal, $48^d\ 51'\ 46''$; je trouve l'ascension droite de Saturne $188^d\ 21'\ 12''$, & sa déclinaison australe $46'\ 36''$; sa longitude $6^s\ 7^d\ 58'\ 27''$, & sa latitude $2^d\ 36'\ 10''$ boréale. Réduisant la longitude observée à ce qu'elle auroit dû être à l'heure de la conjonction de Saturne avec la Lune, on a $6^s\ 7^d\ 59'\ 0''$, longitude de la Lune & de Saturne à $11^h\ 12'\ 35''$ de temps vrai; mes Tables de Saturne donnent 36 secondes de trop pour la latitude, & une longitude trop grande de $8'\ 59''$. A l'égard des Tables de la Lune, elles donnent 46 secondes de moins. La latitude de Saturne étoit plus petite de 4 secondes à l'heure de la conjonction, qu'à son passage au Méridien; ajoutant à sa latitude la différence de $23'\ 23''$ trouvée ci-dessus, on a $2^d\ 59'\ 29''$ pour la latitude vraie de la Lune à l'heure de la conjonction; elle est plus petite de 20 secondes par les Tables, suivant les calculs du *Nautical Almanac*.

M. Mechain, Astronome de la Marine, a fait la même observation à Versailles; immersion du centre de Saturne $9^h\ 10'\ 34''$; première apparition $10^h\ 9'\ 17''\frac{1}{2}$; avec une lunette achromatique de trois pieds, faite par Georges. Il étoit dans l'Observatoire de M. le Duc d'Ayen, au Grand-Montreuil, avenue de Saint-Cloud à Versailles, 48 secondes à l'occident, & à-peu-près sous la même latitude que l'Observatoire royal de Paris; il juge la première observation assez exacte. La durée de l'Éclipse qui en résulte, surpasse de 3 secondes seulement celle que j'ai observée à Paris.

ADDITION faite en 1778.

CETTE Éclipſe a été obſervée à Utrecht. M. Hennert a vu le commencement de l'immerſion de l'anneau à $9^h\ 28'\ 56''$, & la ſortie entière à $10^h\ 22'\ 46''$, du moins à quelques ſecondes près, avec une lunette médiocre de dix-ſept pieds. M. Hennert eſtime que l'immerſion eſt très-exacte; M. le Bourguemeſtre Loten qui aime les Sciences, & qui a divers inſtrumens d'Aſtronomie, obſerva le commencement à 9^h $28'\ 51''$; le contact du globe de Saturne $9^h\ 29'\ 30''$; l'immerſion entière de l'anneau $9^h\ 30'\ 4''$; le commencement de l'émerſion $10^h\ 22'\ 26''$; la fin totale de l'Éclipſe $10^h\ 23'\ 19''$, avec une bonne lunette achromatique de deux pieds & demi. M. Hennert préfère cette obſervation de l'émerſion, à la ſienne.

M. Klinkenberg, à la Haye, dans la maiſon de M. Hemſterhuys, amateur éclairé de l'Aſtronomie, avec une bonne lunette achromatique de trois pieds & demi, a obſervé le commencement à $9^h\ 25'\ 45''$, & le contact du globe 9^h $26'\ 24''$, en ſorte que la durée de l'immerſion de l'anſe a été de 39 ſecondes, exactement comme par l'obſervation de M. le Bourguemeſtre Loten, à Utrecht. A l'égard du temps vrai, M. Klinkenberg ne répond pas de quelques ſecondes.

Pour connoître par ces obſervations la longitude d'Utrecht, je la ſuppoſerai d'abord de $11'\ 0''$ à l'orient de Paris, la latitude $52^d\ 5'$, & l'immerſion du centre $9^h\ 29'\ 47''$, ce qui donne la diſtance à la conjonction $1^h\ 53'\ 48''$, la différence de longitude $59'\ 58''$, la différence de latitude $18'\ 42'',8$, l'angle de conjonction $72^d\ 40'\ 6''$, la diſtance vraie de Saturne au zénith $80^d\ 41'\ 38''$, l'angle de poſition $23^d\ 13'\ 41''$, l'angle d'azimuth $12^d\ 44'\ 7''$, la parallaxe de hauteur $55'$ $5'',5$; la différence vraie d'azimuth $13'\ 50'',9$; la différence apparente $13'\ 39'',5$; & je trouve la diſtance apparente $14'$ $59'',5$ plus petite de $18'',5$, que le demi-diamètre apparent de la Lune $15'\ 18''$: ces $18'',5$ font environ 41 ſecondes de temps, dont j'ai calculé trop tard; donc la différence qui réſulte

résulte de cette observation, est de 11′ 40″ entre Paris & Utrecht. M. Hennert trouve 11′ 15″ seulement. *Dissertations Physiques & Mathématiques, par J. F. Hennert, à Utrecht, 1778, in-8.° page 118.*

J'ai voulu la vérifier par l'Éclipse de Soleil, du 26 Octobre 1772, qui fut observée à Tyrnaw & à Utrecht de la manière suivante.

Commencement.	9h 29′ 3″ ½	8h 36′ 9″.
Fin.	10. 27. 26 ½	9. 17. 52.
Latitude.	48d 23′ 30″	52d 5′ 0″.
Distance au Méridien.	1. 0. 57.	0. 11. 20.

Je trouve par cette observation, 10′ 0″ seulement pour la longitude d'Utrecht; mais comme la distance des centres ne changeoit que de 10 secondes par minute, cette observation est peu concluante, & je préfère celle qui se déduit de l'observation de Saturne; au reste, le milieu seroit 10′ 50″.

L'Éclipse de Saturne par la Lune a été observée à Schwezingen dans le Palatinat, par M. Christophe Mayer, Astronome de l'Électeur, avec une lunette achromatique de dix pieds.

Le commencement de l'immersion.	9h 38′ 29″.
Le commencement de l'émersion.	10. 37. 56.
l'immersion totale.	10. 38. 55.

L'auteur en a conclu l'heure de la conjonction à 11h 40′ 5″; mais il suppose, pour éviter la difficulté du calcul, que la durée de l'immersion est la même que la durée de l'émersion, ce qui n'est point exact, comme on l'a vu ci-dessus; c'est même l'erreur de cette supposition qui forme le principal objet de ce Mémoire.

Cette observation a été faite aussi à Cadiz, comme on le voit à la *page 132* du premier volume des *Observaciones Astronomicas hechas en Cadiz*, par M.rs Tofiño & Varela, Officiers de la marine d'Espagne, & Correspondans de l'Académie.

OBSERVATIONS
SUR LA
DÉCOMPOSITION DE L'OR FULMINANT.

Par M. Sage.

17 Mars 1775.

On a dit que durant la fulmination de l'or, ce métal n'éprouvoit aucune altération, ce qui eſt vrai, lorſqu'on expoſe l'or fulminant au feu ſur une lame d'argent *(a)*, de cuivre ou de fer; dans tous ces cas, une partie de l'or ſe trouve en effet incruſtée ſur ces métaux; mais ſi l'on fait fulminer l'or ſur une lame d'étain ou de plomb, d'une demi-ligne d'épaiſſeur, il n'en eſt plus de même : on trouve une cavité *(b)* à l'endroit du métal, ſur lequel on avoit placé l'or fulminant; & je n'ai point remarqué qu'il reſtât en cet endroit d'or incruſté, tant ſur l'une que ſur l'autre de ces lames. J'imaginai donc de faire fulminer l'or dans des feuilles d'étain ou de plomb, roulées en petits cornets, que j'avois eu ſoin de fermer après y avoir introduit l'or; les ayant expoſés au feu de quelques charbons, l'or fulmina, j'ouvris mes cornets, & je trouvai ſur leurs parois une poudre noirâtre. Le même phénomène a lieu, lorſqu'on fait fulminer l'or dans du papier ou dans une carte à jouer.

Ayant étendu *(c)* de l'or fulminant ſur du papier, je l'expoſai à la chaleur des charbons ardens; après l'exploſion, je trouvai la ſurface du papier, ſur laquelle j'avois mis l'or fulminant, enduite d'une couleur violette foncée; l'autre

---

(a) Un demi-grain d'or fulminant laiſſe après l'exploſion, une cavité propre à recevoir un pois.

(b) J'ai remarqué que c'étoit dans l'argent que l'or s'incruſtoit le plus, quoiqu'il s'incruſtât lorſqu'on le faiſoit fulminer ſur une lame d'or ou de platine.

(c) Si l'on n'avoit pas cette attention, le papier ſeroit déchiré dans l'inſtant de l'exploſion.

surface étoit restée blanche, & n'avoit point été altérée par le feu.

Ayant remarqué qu'il se perdoit une partie de l'or qu'on faisoit fulminer à l'air libre, sur une simple feuille de papier, je mis cet or fulminant *(d)* entre deux feuilles, qui après l'explosion, se trouvèrent enduites d'une poudre violette.

J'ai fondu sur un tesson de porcelaine, une partie de ce résidu de la fulmination de l'or, avec seize parties de verre blanc *(e)*, & j'ai obtenu un verre pourpre; le précipité de Cassius, fondu dans la même proportion avec du verre blanc, a produit sur le même inventaire, un verre pourpre semblable.

Le résidu de la fulmination de l'or dans des feuilles d'étain ou de plomb, est également vitrifiable, & colore de même le verre blanc en pourpre.

La couleur pourpre de la chaux d'or, & que prend aussi la dissolution de ce métal, mise sur la peau, sur de l'ivoire, sur du marbre, sur du bois ou du papier, me paroît produite par l'union de l'or avec l'acide phosphorique, qui est une des parties intégrantes de ces mêmes substances, & qui dans tous ces cas réduit l'or à l'état de chaux.

Le résidu de l'or qui a fulminé dans un cornet de plomb, étant une poudre noirâtre, vitrifiable comme le précipité de Cassius, j'imaginai que le plomb pourroit, ainsi que l'étain, produire le pourpre minéral, ce qui m'a été confirmé par les expériences suivantes.

Ayant mis une lame de plomb dans une dissolution d'or étendue de beaucoup d'eau distillée, la surface de cette lame a noirci, & au bout de vingt-quatre heures, la dissolution est devenue claire & limpide *(f)*; j'ai retiré la lame de plomb

---

(d) Pour que le papier ne crève pas, je n'emploie, dans chaque expérience, qu'un sixième de grain d'or fulminant; & je n'ouvre les papiers qu'après qu'ils sont refroidis.

(e) Si l'on employoit moins de verre dans la fusion de ce résidu de la fulmination de l'or, ou dans celle du précipité de Cassius, l'or repa-roîtroit en partie sous la forme métallique, par la raison que l'air & le feu ayant alors plus d'action sur la chaux de ce métal, donneroient lieu à sa réduction.

(f) Après avoir précipité par l'alkali fixe, le plomb qui avoit passé

couverte d'un enduit brun : après l'avoir lavée dans de l'eau diſtillée, & l'avoir fait ſécher, je l'ai ratiſſée, & j'en ai ſéparé très-aiſément une poudre griſe, qui peſoit deux tiers de plus que l'or que j'avois employé.

Ayant fondu ſur un teſſon de porcelaine, une partie de ce précipité gris, avec ſeize parties de verre blanc, j'ai obtenu un verre pourpre, ſemblable à celui que produit le précipité d'or de Caſſius, lorſqu'on en fond une partie avec quatre-vingt-quatre parties de verre blanc.

Voulant auſſi déterminer l'effet de la fulmination de l'or, ſur les ſubſtances demi-métalliques, j'ai trouvé après l'exploſion, qu'une partie de l'or s'étoit incruſtée ſur les régules de cobalt & de zinc : l'or que j'ai fait fulminer ſur les régules d'arſenic, d'antimoine & de biſmuth, a teint en violet la ſurface de ces demi-métaux.

Les différentes ſubſtances métalliques ſont propres à ſéparer l'or de ſa diſſolution dans l'eau régale ; mais j'ai reconnu que toutes celles dans leſquelles l'or s'incruſtoit après la fulmination, précipitoient ce métal ſous forme métallique : & que celles au contraire ſur leſquelles l'or, après avoir fulminé, ſe convertiſſoit en une poudre violette, le ſéparoient de cette même diſſolution, ſous la forme d'une poudre également violette, & ſemblable au précipité de Caſſius ; l'étain & le plomb poſſèdent éminemment cette propriété, enſuite le biſmuth, puis le régule d'antimoine, & enfin celui d'arſenic ; mais ces trois derniers n'altèrent qu'une partie de l'or, ainſi qu'on le voit par les expériences ſuivantes.

Ayant mis dans une diſſolution d'or, étendue de beaucoup d'eau diſtillée *(g)*, un lingot de biſmuth, ſa ſurface devint noirâtre ; vingt-quatre heures après, je lavai ce lingot, je le

---

dans cette diſſolution, je l'ai miſe à évaporer, j'en ai retiré du nitre & du ſel fébrifuge ; pendant que le plomb opère la ſéparation d'une partie de l'or tenu en diſſolution dans l'eau régale, l'acide marin qui fait partie de ce menſtrue, ſe combine avec le plomb, & forme un plomb corné, qui eſt mêlé avec l'or dans la diſſolution.

(g) J'avois étendu la diſſolution de deux cents parties d'eau.

fis sécher, & je ratissai la poudre brune qui étoit à sa surface : sous cet enduit, je trouvai de l'or à l'état métallique, incrustant le bismuth.

Par la vitrification de la poudre brune, avec huit parties de verre blanc, j'obtins un verre pourpre.

Le régule d'antimoine m'a produit des résultats semblables.

Quant au régule d'arsenic, mis dans la dissolution d'or étendue de beauconp d'eau distillée, il a dégagé ce métal sous forme de feuillets jaunes & brillans, dont une partie adhéroit à la surface du régule d'arsenic; j'ai trouvé au fond du vase, un peu de précipité brun, qui avoit, comme les précédens, la propriété de colorer le verre blanc en pourpre.

On voit par ce qui précède, que quand on fait fulminer l'or sur de l'argent, du cuivre, du fer, de la platine, du régule de cobalt ou du zinc, une partie de l'or s'incruste dans ces substances métalliques; au contraire, lorsque l'explosion se fait sur de l'étain, du plomb, du bismuth, du régule d'antimoine ou du régule d'arsenic, l'or fulminant se convertit plus ou moins en une poudre violette, qui me paroît avoir les propriétés des chaux métalliques qui se vitrifient; on doit conclure enfin de ces expériences, que l'étain & le plomb peuvent également précipiter l'or de l'eau régale, dans un état propre à être vitrifié.



OBSERVATION DE L'OCCULTATION D'ALDEBARAN PAR LA LUNE,

Faite le 4 Avril 1775, entre $1^h\frac{1}{2}$ & $2^h\frac{1}{4}$ de l'après-midi; à l'Obſervatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

Lû le 7 Avril 1775.

LES Éphémérides, la Connoiſſance des Temps & le Nautical almanac, n'annonçoient que la conjonction pour 2^h 9'.

Le ciel étoit ſerein; à 1 heure, je dirigeai à la Lune ma lunette achromatique de 40 pouces de foyer, & à peu de diſtance du bord ſupérieur (inférieur dans la lunette) je vis *Aldebaran*, & par le moyen du micromètre, qui étoit adapté à l'inſtrument, je reconnus qu'il ſeroit éclipſé par le bord ſupérieur; *Aldebaran* paroiſſoit diſtinctement. A 1^h 34' 8" $\frac{1}{2}$, temps vrai, l'Étoile diſparut au bord obſcur de la Lune (qui n'étoit pas viſible) obſervation préciſe. A 2^h 8' 21", un nuage couvre la Lune; la Lune ſort du nuage. A 2^h 15' 27", *Aldebaran* paroiſſoit, il pouvoit y avoir une minute & demie que l'émerſion étoit arrivée; l'étoile étoit ſortie du bord éclairé au-deſſus de *Marc criſium.* J'obſervai enſuite avec le micromètre adapté à la lunette, les différences de paſſages en aſcenſion droite entre *Aldebaran* & le 1.er bord de la Lune; j'obſervai la Lune au Méridien, pour *Aldebaran*, qui devoit y précéder le 1.er bord de la Lune, il ne fut pas poſſible de l'y apercevoir.

Temps vrai.	*Réſultat des Obſervations.*
1^h 34' 8" $\frac{1}{2}$	Immerſ. d'*Aldebaran* au bord obſcur de la ☾ obſerv. préciſe.
2. 8. 21	un nuage couvre la Lune.
2. 15. 27	la Lune reparoît; *Aldebaran* eſt ſorti, il y avoit peut-être 1' $\frac{1}{2}$ que l'Émerſion étoit arrivée.

Temps vrai.	*Résultat des Observations.*
$2^h\ 24'\ 45''\frac{1}{2}$	☾ & *Aldebaran* passent en même temps au fil vertical du micromètre.
2. 26. 55	*Aldebaran* au fil vertical.
2. 26. $59\frac{1}{2}$	1.er bord de la Lune au même fil.
2. 28. $24\frac{1}{4}$	*Aldebaran* au fil vertical.
2. 28. $30\frac{1}{4}$	la Lune au même fil.
2. 30. 21	*Aldebaran* au fil vertical.
2. 30. 30	la Lune au même fil.
3. 16. $18\frac{2}{3}$	*Aldebaran* au même fil.
3. 17. $38\frac{2}{3}$	la Lune au même fil.
3. 30. $40\frac{1}{2}$	Passage du 1.er bord de la Lune au Méridien.
3. 33. $12\frac{3}{4}$	*Aldebaran* au fil vertical.
3. 34. $58\frac{1}{2}$	1.er bord de la Lune au même fil.
3. 39. $31\frac{1}{4}$	*Aldebaran* au fil vertical.
3. 41. $46\frac{3}{4}$	la Lune au même fil.

A ces dernières observations, le centre de la Lune & *Aldebaran* presque sur le même parallèle.



MÉMOIRE
CONTENANT
LES OBSERVATIONS
DE LA Xe COMÈTE

*Observée à Paris, de l'Observatoire de la Marine; pendant les mois d'Août, Septembre, Octobre, Novembre, jusqu'au 1.er Décembre 1769 *.*

Par M. MESSIER.

LE 8 Août 1769, le ciel fut serein l'après-midi & le soir, je profitai de ce beau temps pour parcourir le ciel avec une lunette de deux pieds de foyer; elle différoit des lunettes ordinaires de même longueur en ce qu'elle avoit de fort larges oculaires, & servoit à faire découvrir dans le ciel un espace de cinq à six degrés d'étendue; elle étoit d'ailleurs fort claire, ce qui la rendoit très-bonne, non-seulement pour reconnoître dans le ciel s'il paroissoit quelques lumières différentes de celle des Étoiles fixes, comme le sont ordinairement les Comètes, les Étoiles nébuleuses, &c; mais encore pour marquer promptement la situation du nouveau phénomène, que l'on apercevroit à l'égard des plus petites Étoiles voisines, qui se trouveroient en même temps dans le grand champ de cette lunette. C'est avec cet instrument que je découvris le 8 Août, vers les 11 heures du soir, à quelques degrés au-dessus de l'horizon du côté du Levant, une nébulosité qui s'étendoit à quelques minutes presque

La Comète découverte le 8 Août, à 11h du soir.

* C'est la LVIIe Comète dont l'orbite ait été calculée.

parallèlement

parallèlement à l'écliptique; je reconnus que c'étoit une Comète qui commençoit à paroître, ſous le ventre du Bélier, à un degré au-deſſous de l'écliptique, entre les Étoiles 24, 29 & 31 du Bélier, ſuivant l'ordre qu'ont ces Étoiles dans le Catalogue de Flamſtéed, ſeconde édition. Je fis un deſſin de la poſition de la Comète, à l'égard de ces Étoiles & de deux autres Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, l'une & l'autre de la neuvième grandeur, & tenant à la nébuloſité qui environnoit le noyau de la Comète; je déterminai la poſition de ces deux Étoiles téleſcopiques, par de nouvelles obſervations, & je les ai rapportées ſur la Carte de la route apparente de la Comète, qui eſt jointe à ce Mémoire; elles y ſont déſignées ſous les lettres *A* & *S*.

Le 9, à 2 heures & demie du matin, la Comète s'étoit rapprochée de l'étoile *A*, & ſon mouvement paroiſſoit ſe faire parallèlement à la ligne tirée de l'une à l'autre de ces deux Étoiles; avec un peu d'attention, & regardant fixement l'endroit du ciel où étoit la Comète, on l'apercevoit à la ſimple vue: voilà tout ce que je pus faire la nuit du 8 au 9 Août; & par la configuration que j'avois priſe de la Comète, à l'égard des Étoiles qui l'environnoient, j'eſtimai la poſition du noyau. A 11 heures du ſoir, temps vrai, l'aſcenſion droite fut eſtimée de $33^d\ 36'$, & ſa déclinaiſon boréale de 12 degrés.

Depuis la nuit du 8 au 9 Août, le ciel fut conſtamment couvert toutes les nuits, juſqu'à celle du 14 au 15 qu'il le fut encore en grande partie: mais vers les trois heures du matin (le 15), le ciel étant devenu en partie ſerein & ſans Lune, la Comète ſe faiſoit remarquer à la vue ſimple, avec une queue de ſix degrés environ de longueur, paſſant au-deſſous de l'Étoile trente-unième du Bélier, ſuivant Flamſtéed, & alloit ſe terminer en s'évaſant au-deſſous de l'étoile ξ de la même conſtellation. Le noyau paroiſſoit à la lunette environné d'une nébuloſité qui avoit $4'\ 30''$ de diamètre; le noyau étoit brillant ſans être terminé, je le comparai à un des fils du micromètre, & ayant meſuré enſuite l'épaiſſeur de ce fil,

Longueur de la queue, 6 degrés.

Diamètres de la chevelure & du noyau, $4'\ 30''$ & $1'\ 26''$

je trouvai qu'il répondoit à quatre-vingts parties du micromètre, qui valent 1′ 26″. Pour déterminer la position de la Comète, je comparai le noyau à une Étoile de la septième grandeur, qui étoit l'Étoile cinquante-neuvième du Catalogue de feu M. l'Abbé de la Caille, inséré dans le *VI.*^me *Volume des Éphémérides, page lxv de l'Introduction;* & la trente-huitième du Bélier dans Flamstéed; la position de l'Étoile pour le temps de l'observation, étoit à 38^d 6′ 28″ d'ascension droite, & sa déclinaison de 11^d 27′ 55″ boréale. A 12^h 30′ 4″ de temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire du micromètre de 28′ 34″; elle étoit supérieure à la même Étoile, de 21′ 37″; de ces différences & de la position de l'Étoile rapportée ci-dessus, j'ai déduit celle du noyau de la Comète; son ascension droite de 38^d 35′ 2″, & sa déclinaison de 11^d 49′ 32″.

Je ne rapporte ces détails que pour la première observation, on trouvera dans les deux Tables qui sont à la fin de ce Mémoire, la suite ou le résultat des déterminations du noyau de la Comète, pour chaque jour qu'elle a été observée, & les lieux des Étoiles qui auront été employées à en déterminer les positions.

J'ai employé dans mes observations, une lunette ordinaire de trois pieds & demi, dont j'ai travaillé moi-même l'objectif, il y a environ six ans; cette lunette ne grossissoit que vingt-cinq fois, elle étoit garnie d'un micromètre à fils, les fils assez gros pour pouvoir être aperçus, sans être obligé de les éclairer beaucoup pendant la nuit; elle étoit montée sur une machine parallactique, dont l'axe est toujours placé à peu de chose près dans le plan du Méridien.

J'ai employé aussi pour examiner, soit le noyau de la Comète, soit la nébulosité qui l'environnoit, ainsi que la lumière de la queue & ses effets, une excellente lunette achromatique de trois pieds & demi, à triple objectif, portant quarante lignes d'ouverture; cette lunette construite à Londres, par Dollond, est peut-être une des meilleures qui soit sortie des mains de cet habile Artiste; je ne l'ai fait

grossir que vingt sept fois, par ce moyen elle avoit beaucoup de lumière, & un très-grand champ; je préférai ce grossissement à un plus grand effet qui auroit donné moins de lumière; l'obscurité est ce que l'on doit éviter pour ces sortes d'observations. Cette lunette appartenoit à M. le Président de S.**

La Pendule qui a servi à mes observations, est du célèbre Julien le Roy, elle est réglée sur le mouvement des Fixes, & sa marche exactement connue par les passages du Soleil au Méridien, observés à un télescope Newtonien de trois pieds deux pouces de foyer, placé solidement dans le plan du Méridien, & dont la position a été vérifiée par un grand nombre de hauteurs correspondantes du Soleil, prises fréquemment dans tous les temps de l'année.

La nuit du 15 au 16 d'Août, le ciel fut presque totalement couvert, je ne vis la Comète qu'entre trois & quatre heures du matin, par un ciel qui étoit nébuleux & qui diminuoit ses apparences; elle paroissoit moins brillante que la nuit précédente; sa queue moins large & moins longue, passoit par l'Étoile *n.° 59* du Catalogue, inséré dans le *VI.me volume des Éphémérides*; je comparai le noyau de la Comète à cette Étoile; la position est rapportée dans la première Table.

Le ciel en grande partie serein, la nuit du 16 au 17 Août; vers les onze heures & demie du soir, la Comète paroissoit, & l'on ne pouvoit l'apercevoir que difficilement à cause de la grande lumière de la Lune qui approchoit de son plein; je comparai le noyau à la même Étoile que ci-dessus, c'est-à-dire, la cinquante-neuvième du Catalogue des Étoiles zodiacales de feu M. l'Abbé de la Caille.

Ciel en partie couvert la nuit du 20 au 21; vers les deux heures du matin, la Comète paroissoit près de trois Étoiles de la septième grandeur, qui forment entr'elles un triangle rectangle. Je déterminai la position de ces Étoiles, en les comparant à la cinquante-neuvième, déjà citée du Catalogue des Étoiles zodiacales, on en trouvera les déterminations dans la seconde Table, qui est à la suite de ce Mémoire,

ſous les *n.os 1, 2 & 3;* je les ai rapportées auſſi ſur la première Carte de la route apparente de la Comète; le mouvement de la Comète avoit augmenté en aſcenſion droite, mais elle avoit peu changé en déclinaiſon; la lumière de la Comète étoit conſidérable, le noyau paroiſſoit plus grand que les nuits précédentes; la queue étoit moins longue que le 15, n'ayant que trois degrés de longueur; elle auroit paru plus étendue ſans la grande lumière de la Lune qui l'effaçoit; je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile que les jours précédens, la cinquante-neuvième du Catalogue de feu M. l'Abbé de la Caille. La poſition de la Comète déduite de cette Étoile eſt rapportée dans la première Table.

La nuit du 21 au 22 Août, le ciel en grande partie ſerein. A onze heures du ſoir, la Comète paroiſſoit auprès de l'horizon, ſa lumière étoit ſi foible qu'on avoit de la peine à l'apercevoir à la lunette; parvenue à une plus grande hauteur, elle devint plus apparente; je comparai pluſieurs fois le noyau aux étoiles *f* & *S* du Taureau, l'une & l'autre rapportées dans le Catalogue des Étoiles zodiacales, ſous les *n.os 83 & 84,* la première de la ſixième grandeur, & la ſeconde de la cinquième; on trouvera les déterminations du noyau de la Comète par ces deux Étoiles, dans la première Table qui eſt à la ſuite du Mémoire, & celles des Étoiles dans la ſeconde Table.

La nuit du 22 au 23, le ciel en grande partie ſerein; la Lune étoit dans le voiſinage de la Comète qui en diminuoit les apparences : on la voyoit cependant bien à la lunette, & ſa lumière étoit augmentée. Je comparai le noyau aux mêmes Étoiles que ci-deſſus *f* & *S* du Taureau, & j'ai rapporté dans la première Table, quatre poſitions du noyau de la Comète, déterminées par ces deux Étoiles.

La nuit du 23 au 24, le ciel en partie ſerein; entre minuit & une heure la Comète paroiſſoit au-deſſous de la Lune : on la voyoit très-bien à la lunette, mais on avoit beaucoup de peine à la voir à la ſimple vue; le noyau

paroiſſoit plus conſidérable que la nuit précédente, & ſa lumière blanchâtre; ſon diamètre étoit le double d'un des fils du micromètre, & je l'eſtimai de 1′ 26″ : il étoit mal terminé : ſes bords ou ſa circonférence ſe confondoient avec la nébuloſité qui l'environnoit; la lumière de la queue étoit peu apparente à cauſe de celle de la Lune qui étoit ſur l'horizon. Je comparai pluſieurs fois le noyau de la Comète aux mêmes Étoiles que ci-deſſus *f* & *S* du Taureau: les obſervations donnèrent cinq déterminations de la Comète, elles ſont rapportées dans la Table.

Diamètre du noyau, 1′ 26″.

Ciel couvert la nuit du 24 au 25 Août : en grande partie ſerein pendant celle du 25 au 26 : on voyoit très-bien la Comète à la vue ſimple, quoique la Lune ſût encore ſur l'horizon ; j'examinai le noyau avec la lunette de trois pieds & demi : il paroiſſoit obſcur, mais très-grand, ſans être terminé: ſon diamètre étoit à peu-près égal à celui de Jupiter; la queue paroiſſoit avoir quatre degrés de longueur, elle paſſoit au-deſſous de l'étoile *S* du Taureau : elle étoit encore diminuée, & ſa lumière affoiblie par celle de la Lune. Je comparai le noyau de la Comète à la même étoile *S* que ci-deſſus, & à l'étoile *e* du Taureau de cinquième grandeur : de ces obſervations, il a réſulté quatre déterminations du noyau de la Comète, elles ſont rapportées dans la Table.

Diamètre du noyau, comparé au diamètre de Jupiter; la queue, 4 degrés de longueur.

La nuit du 26 au 27, le ciel preſque continuellement couvert : ce ne fut que vers les quatre heures du matin que je pus revoir la Comète à travers des nuages rares, & je comparai le noyau à l'étoile *e* du Taureau, de cinquième grandeur, & à l'étoile λ de la même conſtellation : il n'y eut pas moyen de juger les apparences de la Comète. Pour avoir exactement la poſition de l'étoile *e*, je la comparai directement à λ; ayant pris un milieu entre cette détermination & la réduction du lieu de cette Étoile, pris dans le Catalogue de Flamſtéed, j'ai trouvé ſon aſcenſion droite de $53^d\ 54' 45''$, & ſa déclinaiſon boréale de $10^d\ 25'\ 58''$: de la poſition de cette Étoile & de l'étoile λ, il a réſulté trois déterminations du noyau de la Comète, elles ſont rapportées

dans la première Table, & celles des Étoiles dans la seconde.

La nuit du 27 au 28, ciel ſerein, vers minuit, & ſans Lune; la Comète paroiſſoit très-brillante; le noyau, ſans être terminé, étoit plus éclatant & plus lumineux que les jours précédens; la queue qui paroiſſoit en ligne droite s'éloignoit du noyau, en s'évaſant juſqu'à quinze degrés de diſtance, elle couvroit l'étoile ξ du Taureau, & alloit ſe terminer à λ de la Baleine: ſa lumière étoit brillante depuis le noyau juſqu'à l'étoile ξ, enſuite d'une lumière très-foible depuis cette Étoile juſqu'à ſon extrémité, & obſcurcie dans le milieu de la queue près du noyau. Je comparai le noyau deux fois à l'Étoile *e* du Taureau: les poſitions ſont rapportées dans la Table.

Longueur de la queue, 15 degrés.

La nuit du 28 au 29, le ciel en grande partie couvert; vers une heure du matin la Comète paroiſſoit: mais le ciel n'étoit pas pur, & de temps à autre les nuages la faiſoient diſparoître; il y avoit cependant des intervalles où on la voyoit aſſez bien. La queue paſſoit entre les deux étoiles ξ & *o* du Taureau, & couvroit l'étoile *t* de la même conſtellation, & obſcurcie dans ſon milieu près du noyau; le noyau étoit brillant, mais mal terminé. Je comparai la Comète à l'étoile quarante-ſeptième du Taureau, de ſixième grandeur, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed, ainſi qu'aux étoiles μ & *e* de la même conſtellation; la poſition du noyau fut déterminée pluſieurs fois par ces Étoiles; les trois premières déterminations, rapportées dans la première Table qui eſt à la ſuite du Mémoire, ſont douteuſes: pendant les obſervations il y avoit des nuages qui diminuoient ſenſiblement les apparences du noyau, ainſi que la lumière des Étoiles; les cinq déterminations qui ſuivent les trois premières & qui furent faites la même nuit, ſont bonnes. Je comparai la même nuit l'étoile quarante-ſeptième du Taureau, directement à l'Étoile μ de même conſtellation, & il en a réſulté, pour l'aſcenſion droite de cette Étoile, $60^d\,20'\,56''$, & pour ſa déclinaiſon boréale, $8^d\,39'\,17''$; j'en ai fait uſage pour la détermination du noyau de la Comète.

Ciel couvert la nuit du 29 au 30 Août : cependant, vers les trois heures du matin, j'aperçus, un instant, la Comète à travers des nuages rares, sans pouvoir en déterminer son lieu.

Beau temps la nuit du 30 au 31, & sans Lune, la Comète fut visible à la simple vue, depuis son lever (à minuit) jusqu'à quatre heures & demie du matin qu'elle cessa de paroître dans un grand crépuscule. Le noyau paroissoit plus grand & plus brillant que les nuits précédentes ; je déterminai sa grandeur en comparant son diamètre à un des fils du micromètre, & il fut estimé de 2′ 9″ de degré environ, je dis environ, parce que le noyau étoit mal terminé, & sa circonférence étoit confondue avec l'atmosphère qui l'environnoit *(a)*. La queue de la Comète alloit se terminer cette nuit entre les étoiles α & λ de la Baleine, ayant vingt-quatre degrés environ de longueur, comme on peut le voir sur la première Carte de la route apparente de la Comète. Je déterminai, la même nuit, la position du noyau de la Comète, en le comparant à l'étoile μ du Taureau, de quatrième grandeur ; la position de cette Étoile fut déduite du Catalogue zodiacal, imprimé dans le *sixième Tome des Éphémérides*, & elle est rapportée dans la seconde Table. Je déterminai aussi la même nuit, par de nouvelles observations, les positions de trois Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, & qui sont placées près de l'étoile μ du Taureau : l'une des trois de la septième grandeur, les deux autres de la sixième ; leurs positions sont rapportées dans la seconde Table, sous les *n.os 4, 5 & 6.*

Diamètre du noyau, 2′ 9″.

Longueur de la queue, 24 degrés.

La nuit du 31 Août au 1.er de Septembre, le ciel fut presqu'entièrement couvert ; entre trois & quatre heures du matin, je vis la Comète pendant quelques minutes à travers des nuages rares, sans pouvoir déterminer son lieu.

(a) Voyez à la fin du Mémoire ; les observations faites sur l'atmosphère qui environnoit le noyau de la Comète, & sur les effets de la queue : voyez aussi *Planche III, figure 1.re*

Le ciel conſtamment couvert la nuit du 1.er au 2 de Septembre.

Longueur de la queue, 36 degrés.

Diamètre du noyau, 2′ 53″.

Beau temps la nuit du 2 au 3, la Comète commença à être viſible à l'horizon; ſa queue avoit trente-ſix degrés de longueur, elle paſſoit par la première Étoile de la conſtellation d'Orion, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed, par ν & u du Taureau, & alloit ſe terminer un peu au-delà de α de la Baleine *(c)*; je comparai le noyau de la Comète à un des fils du micromètre, & il fut eſtimé de 2′ 53″ de degré; pour déterminer la poſition du noyau, je le comparai cinq fois, & directement à γ d'Orion; j'ai tiré la poſition de cette Étoile, pour le temps de ces obſervations, de la *Connoiſſance des Temps*. Les déterminations de la Comète par cette Étoile ſont rapportées dans la première Table.

Longueur de la queue, 40 degrés.

Diamètre du noyau, 3′ 15″.

La nuit du 3 au 4 Septembre, beau temps une partie de la nuit; la queue de la Comète paroiſſoit plus longue que la nuit précédente, elle alloit ſe terminer un peu au-delà de α de la Baleine, ayant 40 degrés environ de longueur; elle paſſoit entre les deux Étoiles, *n.os 1 & 3*, de la conſtellation d'Orion, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed; l'étoile ν du Taureau tenoit preſque le milieu de la queue *(d)*; le noyau de la Comète étoit mal terminé, environné d'une grande nébuloſité, comme ci-devant; la lumière que rendoit cette atmoſphère, étoit bien différente de la lumière de la queue, celle-ci étoit très-brillante, & celle de l'atmoſphère étoit ſombre & ſemblable à de la fumée. Je comparai le diamètre du noyau à un des fils du micromètre, & je l'eſtimai de 3′ 15″ de degrés; j'obſervai enſuite la poſition du noyau de la Comète, en le comparant cinq fois à la même étoile γ d'Orion qui en étoit fort près, & ſur le parallèle de la Comète; s'il avoit été poſſible de voir la Comète plus long-temps, elle auroit pu éclipſer l'Étoile, ce qui auroit

(c) Voyez à la fin du Mémoire, les obſervations décrites au ſujet de l'atmoſphère, & de la queue de la Comète; voyez auſſi *Planche III, figure 2.*

(d) Voyez de même la fin du Mémoire, & *Planche III, figure 3.*

procuré

procuré une obſervation curieuſe; mais le crépuſcule du matin fit diſparoître la Comète, & enſuite l'Étoile, avant que l'obſervation pût avoir lieu. Les cinq poſitions du noyau de la Comète, ſont rapportées dans la première Table.

La nuit du 4 au 5 de Septembre, le ciel ſerein; entre une heure & deux heures du matin, on apercevoit très-diſtinctement la Comète à la vue ſimple, avec une queue très-longue, qui paſſoit au-deſſous de la troiſième étoile d'Orion, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed; le milieu de la queue paſſoit par les deux étoiles $\varkappa$, *1 & 2*, qui ſont les deux dernières de la Baleine, ſuivant Flamſtéed, & elle alloit ſe terminer à γ de la Baleine, ayant quarante-trois degrés de longueur; plus de la moitié de la queue vers ſa fin étoit d'une lumière très-foible; elle ſe courboit ſenſiblement, & la convexité étoit tournée vers le Nord. La queue depuis le noyau juſqu'à huit degrés de diſtance environ, étoit partagée ſuivant ſa longueur par des parties lumineuſes, & par d'autres qui étoient obſcures; ces traces lumineuſes & obſcures étoient dans des directions parallèles *(e)*. Le noyau de la Comète étoit de la même couleur que la nuit précédente, d'une lumière blanchâtre, tirant un peu ſur le rouge ou l'orangé; ſon diamètre étoit un peu augmenté; l'ayant comparé à un des fils du micromètre, je l'eſtimai de 3′ 40″ de degré. Pour déterminer la poſition de la Comète, je comparai deux fois le noyau à la même Étoile que les deux nuits précédentes, γ d'Orion; les poſitions en ſont rapportées dans la première Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

Longueur de la queue, 43 degrés.

Diamètre du noyau, 3′ 40″.

La nuit du 5 au 6, le ciel ſerein juſqu'à trois heures du matin qu'il devint entièrement couvert; entre deux & trois heures, la Comète paroiſſoit; elle étoit très-belle; ſa queue avoit quarante-neuf degrés de longueur, elle paſſoit par les étoiles ω, *m*, β' & ζ de la conſtellation d'Orion, & alloit ſe terminer à δ de la Baleine, ſa courbure étoit moins ſenſible

Longueur de la queue, 49 degrés.

(e) Voyez à la fin de ce Mémoire, les obſervations détaillées ſur l'atmoſphère, & de la queue de la Comète; voyez auſſi la *Planche III, figure 4.*

que la nuit précédente. Le noyau de la Comète mal terminé, il étoit encore augmenté depuis la veille, en lumière & en grandeur; j'eſtimai ſon diamètre d'environ quatre minutes de degré, il étoit environné d'une atmoſphère ou vapeur qui s'étendoit juſque ſur les deux bords de la queue, à un degré environ du noyau, comme je l'ai déjà rapporté; j'obſervai cette nuit, comme les précédentes, que la queue depuis le noyau juſqu'à dix ou douze degrés de diſtance, étoit d'une lumière très-vive & blanchâtre ſur les bords, & formée par des rayons de lumière parallèles entr'eux; ils étoient très-ſenſibles à la lunette achromatique de trois pieds & demi; le milieu de la queue étoit obſcurci; cette obſcurité contenoit un peu de lumière, produite par le reflet de celle qui en étoit voiſine; ces effets étoient plus ſenſibles que les nuits précédentes *(f)*. Je comparai le noyau de la Comète à l'étoile *A* d'Orion, cinquième grandeur, & à une Étoile de la huitième qui n'avoit pas encore été calculée; je déterminai la poſition de ces deux Étoiles, en comparant la première directement à γ d'Orion, & celle de la huitième grandeur à α de la même conſtellation; l'aſcenſion droite de l'étoile *A* fut concluе de $79^d\ 35'\ 50''$, & ſa déclinaiſon de $5^d\ 45'\ 52''$ boréale. La détermination de celle de la huitième grandeur eſt rapportée dans la ſeconde Table, ſous le *n.°* 7. La poſition du noyau de la Comète par ces deux Étoiles, eſt dans la première Table.

Diamètre du noyau, 4 minutes.

Ciel conſtamment couvert la nuit du 6 au 7 Septembre, & celle du 7 au 8, mais il fit beau temps une grande partie de celle du 8 au 9, vers les deux heures & demie du matin; la Comète paroiſſoit, elle étoit conſidérable, le noyau paroiſſoit de la même grandeur que la nuit du 5 au 6, mal terminé. Les deux bords de la queue, depuis le noyau juſqu'à quinze degrés de diſtance environ, étoient d'une lumière très-vive, compoſés de rayons lumineux & dirigés en ligne droite, comme je l'avois obſervé la nuit du 30 au 31 Août, & les

(f) Voyez *Planche III, figure 3.*

jours ſuivans ; ces effets étoient ce matin bien plus ſenſibles que les nuits précédentes, le milieu de la queue dans cette étendue de quinze degrés, étoit obſcurci comme je l'avois déjà remarqué dans mes précédentes obſervations *(g)*. La queue de la Comète étoit fort évaſée, & ſa direction étoit par les étoiles *77 & 78*, qui ſont les deux dernières de la conſtellation d'Orion, dans le Catalogue de Flamſtéed ; elle paſſoit enſuite par les trois étoiles ξ, ε, δ, du Baudrier d'Orion, l'étoile ε étant dans le milieu de la queue ; enfin elle alloit ſe terminer au-deſſous de α de la Baleine, ayant cinquante-cinq degrés de longueur. Je comparai le noyau de la Comète, à une Étoile de la huitième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, je déterminai ſon lieu en la comparant à l'étoile dix-huitième de la Licorne, quatrième grandeur, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed ; j'ai rapporté ſa poſition dans la ſeconde Table, ſous le *n.° 8*. La Comète fut comparée auſſi à l'Étoile dix-huitième de la Licorne ; les poſitions qui en ont réſulté, ſont rapportées dans la première Table.

Longueur de la queue, 55 degrés.

La nuit du 9 au 10 Septembre, ciel ſerein à minuit, mais alors la Comète étoit encore ſous l'horizon ; vers les quatre heures du matin, le ciel étoit en grande partie couvert ; dans les intervalles des nuages, je vis la Comète, & je commençai à comparer le noyau à la vingt-deuxième étoiſe de la Licorne, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed, l'Étoile paſſa au fil horaire du micromètre ; mais au paſſage de celui du noyau de la Comète, le ciel ſe trouva entièrement couvert ; comme le noyau de la Comète étoit près de l'Étoile, j'eſtimai qu'à $16^h\,7'\,45''$ de temps vrai, la Comète devoit ſuivre l'étoile vingt-deuxième de la Licorne au fil horaire du micromètre de $1^d\,10'$, & qu'elle devoit être inférieure ou plus méridionale que l'Étoile, de 18 minutes ; par cette eſtime, j'ai eu la poſition de la Comète, rapportée dans la première Table. Entre les intervalles des nuages, la

(g) Voyez *Planche III, figure 3.*

Comète paroiſſoit très-brillante, la queue étoit interrompue par les nuages, & j'eſtimai que ſa longueur étoit d'environ ſoixante degrés; obſcurcie dans le milieu près du noyau, comme je l'ai déjà rapporté.

Longueur de la queue, 60 degrés.

Ciel couvert les nuits du 10 au 11, du 11 au 12, & du 12 au 13 de Septembre, en grande partie couvert pendant celle du 13 au 14; entre quatre heures & quatre heures & demie du matin, je vis la Comète dans un intervalle de nuages, le noyau paroiſſoit plus lumineux & plus grand que les nuits précédentes; il ne fut pas poſſible de juger de la longueur de la queue, à cauſe du ciel en partie couvert, mais elle devoit être conſidérable; je comparai le noyau de la Comète à deux Étoiles, il ne fut pas poſſible de les reconnoître la même nuit, ces Étoiles furent eſtimées de la huitième grandeur; j'en deſſinai la configuration à l'égard du noyau de la Comète, & je pris leurs poſitions à peu de choſe près par le moyen de la machine parallactique. La nuit du 29 au 30 de Septembre, par un beau ciel, je recherchai ces deux Étoiles, que je reconnus, elles étoient placées entre les étoiles *30 & 31* de la Licorne, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed; je déterminai leurs poſitions en les comparant à la trente-unième que Flamſtéed dans ſon Catalogue marque de la quatrième grandeur (elle me parut être au plus de la ſixième); par ces nouvelles obſervations, je déterminai la poſition des deux Étoiles, avec leſquelles la Comète avoit été comparée la nuit du 13 au 14, leurs déterminations ſont rapportées dans la ſeconde Table, ſous les *n.os 12 & 13;* & celles de la Comète déduites de ces deux Étoiles dans la première Table.

Dernière obſervation dans la 1.re branche de l'orbite.

La nuit du 15 au 16 de Septembre, le ciel entièrement ſerein, la Lune ſur l'horizon, & dans ſon plein, répandoit une très-grande lumière, je vis la Comète dans le crépuſcule & près de l'horizon, le noyau étoit environné de nébuloſité avec une traînée de lumière de deux degrés environ de longueur, qui étoit le commencement de ſa queue, le ſurplus étoit effacé par le crépuſcule & par la grande lumière de la

Lune. Je comparai le noyau de la Comète à deux Étoiles de la sixième & de la septième grandeur qui étoient peu éloignées de α de l'Hydre: le grand jour qu'il faisoit alors ne permit pas de les reconnoître, j'estimai leurs positions à peu de chose près, par le moyen de la machine parallactique; & la nuit du 30 Septembre au 1.er Octobre par un très-beau temps & sans Lune, je recherchai les Étoiles, & je reconnus par leurs différences de passage au fil horaire du micromètre, que c'étoient les étoiles *19 & 20* de l'Hydre, sixième grandeur, suivant le Catalogue de Flamstéed; je déterminai leurs positions, en les comparant l'une & l'autre à α de l'Hydre, leurs déterminations pour le temps des observations, sont rapportées dans la seconde Table qui est à la suite de ce Mémoire; & les positions du noyau de la Comète déduites de ces deux Etoiles, sont dans la première Table.

Je recherchai la Comète le 17 au matin & le 18 de Septembre sans pouvoir la découvrir; elle se levoit alors dans un crépuscule considérable, qui étoit encore augmenté par la grande lumière de la Lune, de manière qu'il ne fut plus possible de la revoir le matin, & c'est au 16 que se sont terminées mes observations de cette Comète, dans la première branche de son orbite.

J'avois reconnu par les observations précédentes, que la Comète à sa sortie des rayons du Soleil reparoîtroit le soir à l'Occident, & dans le mois d'Octobre. Je la cherchai le 17 Octobre, le ciel étant assez beau du côté du couchant, à l'exception de l'horizon qui étoit couvert de nuages; mais il ne fut pas possible de l'apercevoir, soit à cause de ces nuages qui bordoient l'horizon, soit à cause du grand crépuscule qui existoit alors. Depuis le 17 jusqu'au 24 du même mois, l'horizon du côté du couchant fut constamment couvert, soit de nuages, soit de brouillards.

Première observation dans la seconde branche de l'orbite.

Le 24 Octobre, ciel couvert pendant tout le jour; vers les cinq heures du soir, il commença à se découvrir; vers les six heures un quart, je parcourus l'espace du ciel, où la Comète devoit reparoître avec la lunette de deux pieds qui

La Comète sortant des rayons du Soleil.

me l'avoit fait découvrir le 8 Août, je l'aperçus en effet; elle paroiſſoit à la gauche d'*Arcturus*, preſque à la même hauteur que cette Étoile; la Comète cependant un peu plus élevée que l'Étoile; on la voyoit bien avec cette lunette; & même en regardant avec attention l'endroit du ciel où elle paroiſſoit, on la voyoit à la ſimple vue, mais ce n'étoit pas ſans peine. Le noyau dans la lunette paroiſſoit brillant, environné d'une grande nébuloſité, avec une queue de deux degrés environ de longueur. Il ne fut pas poſſible de reconnoître le même ſoir, les Étoiles vers leſquelles la Comète paroiſſoit. Près de la Comète, & à peu de diſtance de ſon parallèle, il y avoit une Étoile de la cinquième grandeur, à laquelle je comparai le noyau; dans le même champ de la lunette (qui renverſoit) on apercevoit en haut deux autres Étoiles, que j'eſtimai de la quatrième & de la cinquième grandeur; ces Étoiles que je reconnus les jours ſuivans, par la configuration qu'elles formoient entr'elles, étoient les étoiles μ, b & A^2 du Serpent. La Comète fut comparée trois fois à l'étoile A^2, & je déterminai la poſition de cette Étoile, en la comparant un grand nombre de fois à μ du Serpent; ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon ſont rapportées dans la ſeconde Table, & celles du noyau de la Comète dans la première.

Grande Aurore boréale & une ſeconde le lendemain 25.

Le même ſoir 24 Octobre, il parut une grande Aurore boréale, ſa couleur étoit rougeatre, & s'étendoit depuis l'Oueſt juſqu'au Nord-eſt; elle étoit formée de beaucoup de jets de lumière, qui s'élevoient à une très-grande hauteur au-deſſus de l'horizon, continuellement agités & de couleur de feu, leur durée n'étoit que de quelques ſecondes ſeulement, & ils n'avoient pas plutôt ceſſé de paroître qu'il en ſuccédoit d'autres.

9h 20'	Temps vrai, l'eſpace entre l'Oueſt & le Nord-oueſt, contenoit un grand nombre de gerbes.
9. 33.	Un grand jet paroiſſoit au couchant, il paſſoit par les étoiles de la Lyre, & alloit ſe terminer au-delà du zénith.
9. 35.	Cinq gerbes parurent en même temps dans cette même partie du ciel, leur lumière étoit rougeâtre & très-vive; une minute après, ces gerbes changèrent de couleur, de rouge qu'elles étoient, elles devinrent d'une lumière blanchâtre, conſervant cependant une légère teinte de rouge; quelques ſecondes après, elles reparurent comme auparavant de couleur de feu.
9. 37.	Deux grands jets de même couleur s'élevèrent vers le Nord.
9. 45.	L'aurore boréale changea de couleur à l'Oueſt, pluſieurs gerbes y paroiſſoient d'une lumière blanchâtre.
9. 53.	Le même changement arriva au Nord-eſt.
9. 55.	Un grand nombre de gerbes, d'une lumière blanchâtre, & continuellement en mouvement paroiſſoient au Nord; une de ces gerbes étoit plus agitée que les autres; elle paroiſſoit & diſparoiſſoit avec une très-grande vîteſſe, ſemblable à la lumière d'une bougie qu'on auroit préſentée ſubitement, & de moment à autre dans l'obſcurité.
10. 0.	Il exiſtoit encore un grand nombre de gerbes, inclinées à l'horizon, & des amas d'une lumière ſemblable à la voie lactée, qui paroiſſoient & diſparoiſſoient.
11. 0.	Depuis l'horizon juſqu'à vingt degrés de hauteur, & depuis l'Oueſt juſqu'au Nord-eſt, le ciel étoit continuellement éclairé d'une lumière égale & blanchâtre.

Le lendemain 25, il parut encore une Aurore boréale, de même couleur que la première; mais elle ne fut pas auſſi conſidérable.

Le 25 Octobre, ciel entièrement ſerein durant la journée, le ſoir vers les 6 heures, je commençai à voir la Comète, & je comparai le noyau à la même Étoile que la veille A^2, & à μ du Serpent. Les poſitions ſont rapportées dans la première Table, & celles des Étoiles dans la ſeconde; le ciel qui n'étoit pas parfaitement beau, empêcha de voir la Comète à la vue ſimple; à la lunette, elle ſe voyoit très-

bien, le noyau étoit brillant, & sa lumière égaloit celle de l'étoile μ du Serpent, de quatrième grandeur, il étoit mal terminé, & environné de nébulosités; la queue étoit d'une lumière très-foible, & avoit environ deux degrés de longueur.

Le 26 Octobre, ciel serein : vers les six heures du soir, je revis la Comète quoique l'horizon fût chargé de vapeurs : ses apparences étoient plus sensibles que les jours précédens ; le noyau, très-brillant, égaloit en lumière les Etoiles de la troisième grandeur : il étoit environné de nébulosités : son diamètre fut comparé à un des fils du micromètre, & estimé de 1′ 22″. La queue de la Comète étoit brillante auprès du noyau, mais il ne fut pas possible d'y remarquer les mêmes effets que j'avois observés la nuit du 30 au 31 Août & les jours suivans, ce qui pouvoit provenir de ce que la queue n'avoit pas assez de lumière, & qu'elle étoit moins longue : elle paroissoit avoir trois degrés de longueur. Je comparai deux fois le noyau de la Comète à la même Étoile que les jours précédens, A^2 du Serpent : les positions sont rapportées dans la première Table.

Diamètre du noyau, 1′ 22″.

Le 27, ciel entièrement serein, le soir il y avoit cependant un peu de brouillard à l'horizon ; les apparences de la Comète étoient les mêmes que la veille. Je comparai le noyau à un des fils du micromètre, & son diamètre fut estimé de 1′ 22″, comme la veille. Pour déterminer la position de la Comète, je comparai deux fois le noyau à la même étoile A^2 du Serpent, & à une seconde Étoile de la septième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, j'en observai le lieu en la comparant directement à δ d'*Ophiucus* : elle est rapportée dans la seconde Table, sous le *n.° 14*.

Diamètre du noyau, 1′ 22″.

Le 28, beau temps pendant la journée, le soir il y avoit du brouillard à l'horizon, mais ce brouillard n'empêcha pas de revoir la Comète ; le noyau étoit brillant & blanchâtre comme les jours précédens ; la queue paroissoit plus longue & en même temps plus évasée, elle alloit se terminer à l'étoile σ du Serpent. Je comparai trois fois le noyau de la Comète aux

aux mêmes étoiles A^2 & *n.° 14;* les poſitions ſont rapportées dans la première Table.

Le 31 Octobre, ciel en grande partie couvert le ſoir, mais dans les intervalles des nuages je revis la Comète, & je comparai deux fois le noyau à l'Étoile des jours précédens, de ſeptième grandeur, *n.° 14* de la ſeconde Table : les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la première.

Le 1.er Novembre, ciel parfaitement beau, le ſoir je commençai à voir la Comète dans un grand crépuſcule; le noyau étoit blanchâtre & d'une lumière vive ; je comparai ſon diamètre à un des fils du micromètre, & il fut eſtimé, comme les jours précédens, de 1′ 22″: ſa queue étoit très-ſenſible & plus longue que les jours précédens, je l'eſtimai de ſix degrés de longueur, elle alloit ſe terminer au-delà de l'étoile vingt-unième d'*Ophiucus*, de la ſeptième grandeur, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed. Je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile des jours précédens, *n.° 14* de la ſeconde Table, & à la douzième étoile d'*Ophiucus*, ſuivant Flamſtéed; pour bien connoître la poſition de cette dernière Étoile, je la comparai à δ de la même conſtellation : j'ai pris enſuite un milieu entre mes obſervations, & ſa poſition, déduite de Flamſtéed, pour avoir ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon pour le temps de l'obſervation ; on trouvera ſa poſition dans la ſeconde Table, & celle du noyau de la Comète dans la première.

Diamètre du noyau, 1′ 22″.
Longueur de la queue, 6 degrés.

Le 3 Novembre, ciel ſerein vers les cinq heures du ſoir; la Comète avoit les mêmes apparences que les jours précédens: la queue plus longue que le premier de Novembre, & le noyau plus brillant; je comparai ce noyau à la douzième étoile d'*Ophiucus*; dans le Catalogue de Flamſtéed, la poſition en eſt rapportée dans la Table, pour le temps de l'obſervation, & celle de la Comète, déduite de cette Étoile, dans la première Table.

Le 4, ciel couvert preſque toute la journée, vers les cinq heures du ſoir il s'éclaircit; la Comète paroiſſoit à la vue ſimple, & à la lunette le noyau étoit très-brillant : ſa

lumière égaloit celle des Étoiles de la troisième ou quatrième grandeur ; la queue très-apparente : je l'examinai avec une lunette achromatique à double objectif, de cinq pieds de foyer, qui grossissoit peu, & j'observai comme au mois de Septembre, que sur les deux bords de la queue près du noyau, la lumière étoit plus forte que dans le milieu de la queue. Pour déterminer la position de la Comète, je comparai le noyau à deux Étoiles qui n'avoient pas encore été calculées, & à la douzième d'*Ophiucus,* qui avoit servi les jours précédens ; les positions des deux Étoiles que j'ai déterminées, sont rapportées dans la seconde Table, sous les *n.os 16* & *19 ;* celles de la Comète, dans la première Table.

Le 6, ciel en grande partie serein, vers les 6 heures du soir, je dirigeai à la Comète la même lunette achromatique de cinq pieds de foyer, le noyau y paroissoit très-brillant & d'une lumière blanchâtre sans être terminé, environné d'une grande nébulosité ; les mêmes effets pour la queue avoient lieu, comme dans l'article précédent ; la grande lumière de la Lune nuisoit un peu à ces observations. Je comparai le noyau de la Comète, à une Etoile de la sixième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, & à la quarante-unième d'*Ophiucus*, suivant le Catalogue de Flamstéed ; j'observai l'Étoile de la sixième grandeur, en la comparant à des Étoiles connues, & sa position est rapportée dans la seconde Table, sous le *n.o 19 ;* j'y ai rapporté aussi la position de l'étoile quarante-unième d'*Ophiucus,* vérifiée par de nouvelles observations.

Le 7 Novembre, vers les 6 heures du soir, le noyau de la Comète devoit se trouver en conjonction avec l'Étoile rapportée à l'article précédent, *n.o 19,* de la seconde Table, mais le ciel fut constamment couvert, & il ne fut pas possible de faire cette observation, qui eût été intéressante.

Le 8, ciel en grande partie couvert pendant la journée avec pluie, le soir il devint serein. A la lunette le noyau de la Comète paroissoit brillant & d'une lumière blanchâtre, sans être terminé, environné de nébulosité ; la queue paroissoit

avoir deux degrés & demi environ de longueur; elle auroit paru plus longue sans la Lune qui étoit sur l'horizon, & qui empêchoit de voir la Comète à la vue simple. Je comparai le noyau à la même Étoile que les jours précédens, *n.º 19*, & à la quarante-unième d'*Ophiucus*, suivant l'ordre du Catalogue de Flamstéed; les positions sont rapportées dans la première Table.

Longueur de la queue, 2 degrés $\frac{1}{2}$.

Depuis le 9 jusqu'au 15 Novembre, le ciel fut constamment couvert les soirs.

Le 15, ciel en grande partie serein, je cherchai la Comète avec la lunette montée sur la machine parallactique; le noyau paroissoit sensiblement diminué de grandeur; sa lumière égaloit celle des Étoiles de la sixième classe : la queue paroissoit avoir un degré de longueur; il ne fut pas possible d'apercevoir la Comète à la vue simple; le noyau étoit près d'une Étoile de la huitième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; j'en fixai la position, en la comparant plusieurs fois à la quarante-unième étoile d'*Ophiucus;* c'est l'Étoile *n.º 24* de la seconde Table, son ascension droite y est rapportée d'après mes observations, de $262^d\ 2'\ 41''$, & sa déclinaison de $28'\ 14''$ australe; cette Étoile fut employée aussi les jours suivans à la détermination des lieux de la Comète; elle fut comparée deux fois à l'étoile quarante-unième d'*Ophiucus;* les positions sont rapportées dans la première Table.

Longueur de la queue, 1 degré.

Le 16 Novembre, ciel en grande partie serein le soir, mais il y avoit beaucoup de nuages à l'occident, & ce ne fut pas sans peine que je pus revoir la Comète. Je comparai le noyau avec quatre Étoiles qui n'étoient pas encore connues, je fixai leurs positions, en les comparant à des Étoiles déjà déterminées, je les ai rapportées dans la seconde Table, sous les *n.os 24, 25, 26 & 27*. Le noyau de la Comète fut aussi comparé à l'étoile *K* d'*Ophiucus*, & cette étoile à γ de cette constellation; ces observations produisirent neuf déterminations du noyau de la Comète, qu'on trouvera dans la première Table.

Le 17, ciel ſerein ; cependant il ne fut pas poſſible d'apercevoir la Comète à la vue ſimple, elle ſe voyoit encore aſſez bien dans la lunette ; le noyau diminué de grandeur, ſa lumière brillante & blanchâtre environnée de nébuloſité; la queue s'étendoit à un degré & demi environ du noyau. Je comparai la Comète à pluſieurs Étoiles qui n'étoient pas encore connues ; je rectifiai la poſition de l'étoile *K*, en la comparant pluſieurs fois à γ de la même conſtellation ; les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la première Table, & celles des Étoiles dans la ſeconde.

Longueur de la queue, 1 degré $\frac{1}{2}$.

Le 18, ciel entièrement ſerein le ſoir; avec un peu d'attention, on pouvoit encore voir la Comète à la vue ſimple; elle formoit un triangle équilatéral avec les étoiles *K* & γ d'*Ophiucus ;* la queue ſe terminoit à l'étoile *K*, dans la lunette le noyau paroiſſoit encore brillant & blanchâtre ſans être terminé, environné de nébuloſité ; en le comparant à un des fils du micromètre, j'eſtimai ſon diamètre de 32 ſecondes. Pour avoir la poſition de la Comète, je comparai le noyau à deux Étoiles qui n'avoient pas encore été obſervées, & je déterminai leurs poſitions par de nouvelles obſervations, elles ſont rapportées dans la ſeconde Table, ſous les *n.*[os] *24 & 26;* la première avoit déjà été employée les deux jours précédens à la détermination du lieu de la Comète.

Diamètre du noyau, 32 ſecondes.

Le 19, ciel ſerein, le ſoir il y avoit un peu de brouillard. Je comparai quatre fois le noyau de la Comète, à la même Étoile *n.*[o] *26.* Les déterminations de la Comète par cette Étoile, ſont rapportées dans la première Table.

Le 20 Novembre au ſoir, beau temps, la Comète paroiſſoit encore ſenſiblement à la lunette ; à la vue ſimple, il n'étoit plus poſſible de l'apercevoir ; le noyau étoit diminué de grandeur depuis les jours précédens, & environné de nébuloſité, la queue paroiſſoit encore avoir deux degrés de longueur. La Comète paroiſſoit ce ſoir à peu de choſe près, ſous les mêmes apparences que le 8 Août, jour où je l'avois découverte ; je comparai pluſieurs fois le noyau aux deux Étoiles *n.*[os] *24 & 26* de la ſeconde Table, ces Étoiles

La Comète paroiſſoit comme le 8 Août, jour de ſa première apparition.

avoient déjà été employées les jours précédens à la détermination du lieu de la Comète; les positions trouvées par ces deux Étoiles, sont rapportées dans la première Table.

Depuis le 21 jusqu'au 27 de Novembre, le ciel fut couvert les soirs, mais étant devenu serein le 27, je cherchai la Comète dans l'endroit du ciel où elle devoit se trouver suivant mes dernières observations; ce ne fut pas sans peine que je pus la revoir, sa lumière étoit très-affoiblie, sa queue paroissoit encore d'un degré & demi environ. Je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète, à trois Étoiles de la sixième & de la septième grandeur, *n.os 26 & 29* de la seconde Table, & avec l'étoile *d* du *Serpent*, suivant Flamstéed; les positions de la Comète au nombre de six, sont rapportées dans la première Table.

Longueur de la queue, 1 degré $\frac{1}{2}$.

Le 28 au soir, ciel couvert de nuages rares à l'occident; ce ne fut pas sans peine que je pus revoir la Comète. Je comparai plusieurs fois le noyau à l'étoile *d* du *Serpent*, de sixième grandeur; pour bien connoître la position de cette Étoile, je la comparai plusieurs fois à *n* du *Serpent*, & ayant pris un milieu entre le résultat de mes observations & celui de la réduction de cette Étoile, par le Catalogue de Flamstéed, le milieu qui en a résulté pour son ascension droite, étoit de $273^d\ 52'\ 4''$, & pour sa déclinaison $3'\ 37''$ boréale.

Le 29, le noyau de la Comète devoit ce soir éclipser l'étoile *d* du *Serpent*, ou en passer très-près, mais il n'y eut pas moyen de faire cette observation, à cause du ciel couvert.

Le 30 Novembre, vers les cinq heures & demie du soir, le ciel serein & pur à l'occident, je recherchai la Comète, que je trouvai sans peine, au-delà de l'étoile *d* du *Serpent*; le noyau n'étoit presque plus sensible, mais la nébulosité qui l'environnoit, étoit encore apparente ainsi que la queue qui paroissoit avoir un degré & demi de longueur. Je comparai trois fois le noyau de la Comète, à l'étoile *d* du *Serpent*; les positions sont rapportées dans la première Table.

Longueur de la queue, 1 degré $\frac{1}{2}$.

Dernière observation le 1.er Déc.

Le 1.er Décembre, peu de nuages pendant la journée; le soir ciel entièrement serein, la Comète avoit les mêmes apparences que la veille. Je comparai deux fois le noyau à la même étoile *d* du *Serpent;* les positions en sont rapportées dans la première Table qui est à la fin de ce Mémoire.

Depuis le 2 Décembre jusqu'au 8, le ciel fut constamment couvert les soirs; le 8, il étoit devenu serein, mais la Lune étoit sur l'horizon, je cherchai la Comète inutilement, de même que les jours suivans, lorsque la Lune n'y forma plus d'obstacle, il ne fut pas possible de la revoir; & c'est au 1.er de Décembre, que se sont terminées mes observations sur l'apparition de la Comète de 1769. La durée de cette apparition ayant été de cent seize jours, depuis le 8 Août jusqu'au 1.er Décembre.

OBSERVATIONS sur la queue, le noyau, & l'atmosphère de la Comète de 1769, pendant le cours de mes Observations; avec une expérience sur un cône de lumière.

LA queue de la Comète de 1769 peut être regardée, comme une des plus grandes & des plus considérables qui aient été observées jusqu'à présent; la nuit du 9 au 10 Septembre, je l'observai de soixante degrés de longueur *(h)*; elle parut de quarante degrés à Marseille, & de soixante-dix à Bologne, & M. Pingré qui étoit sur mer, entre Ténériffe & Cadiz, observa le 11 Septembre que la queue avoit quatre-vingt-dix degrés de longueur; mais si foible vers son extrémité, que le lever de Vénus fut suffisant pour en faire disparoître plusieurs degrés *(i)*.

Les observations que je vais rapporter, furent faites avec l'excellente lunette achromatique de trois pieds & demi de

---

(h) M. de la Lande, dans son *Astronomie*, *tome III*, *page 383*; & dans son *Abrégé*, *page 417*, ne donne à la queue de la Comète pour Paris, que dix degrés de longueur, mais c'est une faute d'impression.

(i) Mémoires de l'Académie, *année 1769*, *page 54*.

foyer à triple objectif, dont j'ai parlé à l'occasion des observations du 15 Août, & qui ne grossissoit que vingt-sept fois.

La nuit du 30 au 31 Août, le ciel serein & sans Lune: le noyau de la Comète paroissoit, à la lunette, d'une lumière très-vive & blanchâtre, sans être terminé, environné d'une grande nébulosité ou d'une atmosphère en forme de vapeurs ou de fumée qui s'étendoit autour du noyau, excepté dans l'endroit où la queue partoit du noyau; cette vapeur s'étendoit sur les bords de la queue, autant en-dessus qu'en-dessous, elle étoit plus resserrée vers le noyau, à l'opposite de la queue; celle-ci étoit obscurcie dans le milieu, probablement par l'ombre que faisoit le noyau, jusqu'à la distance de quatre degrés environ; de chaque côté de cette partie obscure, il y avoit une lumière vive qui partoit des deux extrémités du diamètre du noyau, & se réunissoit vers la fin de la partie obscure, pour former ensuite l'épaisseur ou la largeur de la queue; elle s'étendoit en diminuant de lumière jusqu'à la distance de vingt-quatre degrés. Les traces de lumière qui partoient des deux extrémités du diamètre du noyau, pour se réunir à quatre degrés de distance de la Comète, & qui laissoient entr'elles une obscurité, étoient comme des rayons lumineux, lancés en ligne droite parallèlement entr'eux, très-près les uns des autres, & très-distincts à la lunette, semblable à des lignes tirées à la règle, comme on le voit dans la *planche III, figure 1,* dont je vais bientôt donner l'explication.

Je fis encore une observation bien singulière, la même nuit, il y avoit deux jets de lumière, de quatre degrés environ d'étendue, qui partoient l'un & l'autre des deux extrémités du diamètre du noyau, l'un au-dessus & l'autre au-dessous de la queue; ils avoient la même lumière que la queue, depuis le noyau jusqu'à quatre degrés de distance, c'est-à-dire, qu'ils étoient formés de rayons lumineux. Le jet qui paroissoit au-dessous de la queue étoit plus large de moitié que celui qui paroissoit au-dessus, ce dernier couvroit l'étoile *r* du *Taureau,* sans l'éclipser, mais la lumière de l'Étoile en

paroiſſoit diminuée; l'Étoile étoit placée vers le milieu de ſon étendue : le jet qui paroiſſoit au-deſſous de la queue formoit un angle deux fois plus grand que celui qui étoit au-deſſus. Pour rendre plus ſenſible les effets remarqués dans ces obſervations, j'ai rapporté dans la *planche III*, une figure de la Comète & de ſa queue *(figure 1)* ; *A B C D* eſt le noyau de la Comète, ſa circonférence eſt mal terminée : *a b c*, l'atmoſphère de vapeurs qui étoit d'une lumière différente de celle du noyau & de la queue, elle paroiſſoit brune & ſemblable à de la fumée ou à des vapeurs qui s'exhaleroient d'un corps humide, comme d'une éponge mouillée qu'on auroit expoſée à un grand feu; cette vapeur étoit reſſerrée contre le noyau *b A*, & s'élargiſſoit ſenſiblement juſqu'en *a* & en *c* où elle paroiſſoit ſe terminer contre les deux jets : *EH* eſt l'épaiſſeur ou largeur de la queue : *CM* ſa longueur de vingt-quatre degrés que je ſuppoſe prolongée : *FG* obſcurité dans le milieu de la queue ; ſon étendue *CK* de quatre degrés environ : *E F*, *G H* largeur de la lumière de la queue au-deſſus & au-deſſous de l'obſcurité qui étoit d'une lumière très-vive, & compoſée de rayons lumineux parallèles entr'eux, ſe touchant preſque, & diſtincts juſqu'à la diſtance d'environ quatre degrés depuis *B* juſqu'à *I*, & depuis *D* juſqu'à *L* ; enſuite, cette lumière ſe réuniſſoit avec celle de la queue prolongée, & les rayons lumineux n'avoient plus lieu ; la lumière paroiſſoit denſe & égale, mais elle alloit en s'affoibliſſant à meſure qu'elle s'éloignoit du noyau de la Comète : *BN* jet de lumière de quatre degrés environ d'étendue, formé de même, de rayons lumineux : *D O* le ſecond jet de même longueur & de même lumière que le premier.

La nuit du 2 au 3 Septembre, beau temps: les apparences de la Comète étoient les mêmes que la nuit du 30 au 31 Août, excepté cependant que les deux jets qui exiſtoient encore avoient mêmes longueur & largeur ; le jet ſupérieur *B N* s'éloignoit de la queue, & l'angle *NBP* qu'il formoit avec la queue de la Comète, étoit double de l'autre *O D Q* : l'atmoſphère ou les vapeurs qui étoient autour du noyau

paroiſſoient

paroiſſoient, cette nuit, plus ſenſibles que la nuit du 30 au 31 Août : l'obſcurité, projetée le long de la queue, étoit la même, mais plus étendue, ayant environ ſix degrés ; la lumière de la queue au-deſſus & au-deſſous de l'obſcurité, étoit formée de même, de rayons lumineux, parallèles entr'eux, & ſenſibles juſqu'à la diſtance de ſix degrés : la queue de la Comète avoit trente-ſix degrés de longueur. *Voyez planche III, figure 2.*

La nuit du 3 au 4 Septembre, la queue de la Comète paroiſſoit plus longue que la nuit précédente, elle avoit quarante degrés environ de longueur. Les jets de lumière, détachés de la queue, que j'avois obſervés du 30 au 31 Août, & du 2 au 3 Septembre, n'exiſtoient plus, & il ne reparurent plus dans la ſuite : le noyau de la Comète étoit toujours mal terminé, environné de vapeurs comme les nuits précédentes & dans la même proportion ; la lumière de la queue très-brillante & compoſée, de même que je l'ai décrite, de traits de lumière, parallèles entr'eux au-deſſus & au-deſſous de l'obſcurité projetée le long du milieu de la queue : cette obſcurité s'étendoit à ſept ou huit degrés. *Voyez planche III, figure 3.*

La nuit du 4 au 5 Septembre, la queue de la Comète étoit augmentée depuis la veille, ſa longueur étoit de quarante-trois degrés : la largeur de la queue étoit diviſée en ſept parties, les unes lumineuſes, & les autres obſcurcies ; ces dernières contenoient cependant une teinte de lumière, mais foible, qui paroiſſoit provenir de la lumière réfléchie des parties lumineuſes voiſines : la partie obſcure du milieu de la queue, qui s'étendoit à dix ou douze degrés du noyau, étoit aſſez large, les deux autres qui partoient des extrémités du diamètre du noyau ou à peu-près, étoient l'une & l'autre moins larges & moins longues que la bande obſcure du milieu, ayant huit degrés environ d'étendue ; ces deux traces d'obſcurités ſembloient être formées d'une partie de l'atmoſphère ou des vapeurs qui environnoient le noyau ; j'ai aperçu des Étoiles téleſcopiques au travers de ces parties

obſcures, mais la lumière des Étoiles en paroiſſoit un peu affoiblie ; on jugera plus aiſément de ces circonſtances en jetant les yeux ſur la *planche III (figure 4)*. *AB* eſt le diamètre du noyau de la Comète ; *CDE* l'atmoſphère ou les vapeurs qui alloient ſe terminer en *C* & en *E* ſur la queue ; la partie *D* de l'atmoſphère, oppoſée à la queue, eſt plus reſſerrée contre le noyau, comme dans les précédentes obſervations ; les parties lumineuſes de la queue, formées de rayons lumineux, étoient de même, on les diſtinguoit aiſément, & elles s'étendoient depuis le noyau juſqu'au-delà des parties obſcures ; ces parties lumineuſes de la queue ſont marquées dans la *figure 4*, ſavoir, *F, G, H, I;* les parties obſcurcies ſont celles qui ſont entre les parties éclairées & entre les lettres *FG, GH* & *HI*. Ce qu'il y avoit encore de particulier, c'eſt que les parties obſcurcies *FG, HI,* qui partoient des deux extrémités du diamètre du noyau *A* & *B* étoient formées comme les parties lumineuſes, de traits parallèles entr'eux, mais noirs, & les rayons étoient très-près les uns des autres ; ils avoient une nuance blanchâtre, produite ſans doute par le reflet de la lumière des parties lumineuſes voiſines; l'obſcurité du milieu entre *GH*, paroiſſoit être d'une même nuance, & contenoit auſſi un peu de lumière produite de même par le reflet de la lumière voiſine. Les nuits ſuivantes il ne fut pas poſſible de revoir les deux obſcurités qui partoient des deux extrémités du diamètre du noyau ; l'obſcurité projetée le long du milieu de la queue, fut encore obſervée comme on l'a vu la nuit du 27 au 28, du 28 au 29 Août, du 5 au 6, du 8 au 9 & du 9 au 10 Septembre.

Dans la même *planche III (figure 5)*, j'ai repréſenté une expérience que j'ai faite à l'hôtel de Clugni, le 30 Mars 1771 ; cette expérience a beaucoup de rapport aux effets que j'ai obſervés dans la queue de la Comète que je viens de décrire; le 30 Mars 1771, vers midi, le ciel étant parfaitement beau & ſerein, je fis entrer dans une chambre obſcure un cône de lumière, formé des rayons du Soleil, par une ouverture que j'avois pratiquée au Midi, dans un des volets de la

chambre : l'ouverture que j'avois faite au volet avoit un pouce de diamètre *AB* ; au centre de cette ouverture étoit un globe de cire *C*, de quatre lignes & demie de diamètre, noirci, traversé par un fil de soie très-délié qui passoit par le centre du globe, pour le contenir au milieu de l'ouverture du trou ; le fil de soie étoit retenu au volet par des clous d'épingles, comme on le voit dans la figure en *a* & en *b* ; les rayons du Soleil, introduits par cette ouverture dans la chambre obscure, y produisoient un cône de lumière ; le globe de cire qui étoit au centre de l'ouverture, arrêtoit les rayons du Soleil ; ce globe produisoit au milieu du cône de lumière, un cylindre obscur qui étoit sensible & distinct, l'Observateur étant placé à côté du cône de lumière pour l'apercevoir ; ce cylindre d'obscurité s'étendoit depuis le globe de cire jusqu'à la distance d'environ cinq pieds ; à cette distance de cinq pieds, où se terminoit l'obscurité, la lumière qui l'enveloppoit paroissoit se réunir & devenir d'une teinte uniforme en s'affoiblissant dans son éloignement. L'obscurité que produisoit le globe de cire, le long du cône de lumière, étoit éclairée d'une lumière foible, pâle & sombre, qui étoit produite par le cône éclairé qui enveloppoit l'obscurité ; ces effets paroissoient avoir un rapport bien sensible avec ceux que j'avois observés dans la queue de la Comète.

Explication des deux Tables insérées à la suite de ce Mémoire.

La première Table contient tous les lieux de la Comète en ascension droite & en déclinaison, conclus de sa situation observée, tant à l'égard des Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, que de celles des Catalogues de Flamstéed, seconde édition, de la Connoissance des Temps, & de celui de feu M. l'abbé de la Caille, inséré dans le sixième volume de ses Éphémérides ; j'ai vérifié les positions d'une partie de ces Étoiles, en les comparant à d'autres Étoiles bien connues. La première colonne de cette Table contient les jours du mois ; la seconde les temps vrais de chaque observation ; la troisième les ascensions droites de la Comète observée ; la

quatrième, les déclinaiſons; la cinquième, les différences de paſſage en aſcenſion droite entre le noyau de la Comète & les Étoiles marquées du ſigne — ſi la Comète avoit moins d'aſcenſion droite, c'eſt-à-dire, ſi elle précédoit, ou ſi elle étoit occidentale à l'Étoile, & du ſigne + ſi elle ſuivoit l'Étoile, ou ſi elle étoit orientale; cette différence étant ajoutée à l'aſcenſion droite, rapportée dans la ſeconde Table, ou en étant ſouſtraite ſuivant le ſigne qui l'affecte, on en déduira l'aſcenſion droite de la Comète: la ſixième colonne contient les différences en déclinaiſon entre le noyau de la Comète & les Étoiles, ces différences ſont auſſi affectées des ſignes + & —, pour qu'en les ajoutant, ou les ſouſtrayant ſuivant le ſigne de la déclinaiſon de l'Étoile, avec laquelle la Comète a été comparée, on ait ſa déclinaiſon. Ces deux dernières colonnes qui ſont la baſe de toutes les obſervations, ſont ſuſceptibles d'être vérifiées en tout temps & perfectionnées; ſi dans la ſuite, on détermine avec plus de préciſion les poſitions des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète. La ſeptième colonne détermine la grandeur des Étoiles; la huitième contient les lettres de Bayer, & les numéros qui diſtinguent tant les Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, que celles des Catalogues; la dernière colonne fait connoître les Étoiles des conſtellations qui ont ſervi à la détermination des lieux de la Comète.

La ſeconde Table contient les aſcenſions droites & les déclinaiſons des Étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, réduites au temps des obſervations; je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les Catalogues, ſous le titre de *Variation annuelle*.

Trente-deux Étoiles ajoutées aux Catalogues.

On voit par cette ſeconde Table, que le cours de la Comète m'a donné occaſion de déterminer par de nouvelles obſervations les lieux de trente-deux Étoiles, dont les poſitions n'avoient pas encore été déterminées, & que la plus grande partie de ces Étoiles ont été employées à la détermination du lieu de la Comète.

Je joins auſſi à ce Mémoire, deux Cartes céleſtes, que j'ai deſſinées & conſtruites exactement ſur mes obſervations; ces Cartes ſont diviſées en degrés d'aſcenſions droites & de déclinaiſons, j'y ai marqué la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, avec la trace de la queue, ſa direction, ſa courbure, ſes apparences & ſa longueur, de manière qu'il ſera aiſé de juger à l'inſpection de ces Cartes, de la poſition de la Comète obſervée, & de celles des Étoiles près deſquelles elle a paſſé. La première de ces Cartes contient la route apparente de la Comète, dans la première branche de ſon orbite, depuis le jour où elle fut découverte, le 8 Août, juſqu'au 16 Septembre au matin qu'elle ceſſa de paroître, entrant dans les rayons du Soleil; cette carte renferme les conſtellations par leſquelles le noyau de la Comète a paſſé, comme le Bélier, le Taureau, Orion, la Licorne & l'Hydre. On y voit toutes les Étoiles qui compoſoient juſqu'ici ces conſtellations, ainſi que celles dont j'ai déterminé les lieux par de nouvelles obſervations; on pourra juger non-ſeulement de leur poſition, mais encore de leur grandeur en conſultant le modèle des Etoiles que j'ai rapportées ſur la première de ces Cartes. *Planche I.*

La ſeconde Carte contient les poſitions de la Comète, obſervées dans la ſeconde branche de ſon orbite, depuis le 24 Octobre juſqu'au 1.er Décembre au ſoir, qu'elle ceſſa d'être viſible à mes inſtrumens: cette Carte contient les conſtellations du *Serpent* & d'*Ophiucus* que la Comète a parcourus; j'y ai rapporté auſſi les poſitions de trois nébuleuſes que j'avois découvertes, & dont j'avois déterminé les lieux en 1764, leurs deſcriptions ſont rapportées dans mon Mémoire ſur les nébuleuſes, imprimé dans nos volumes, *année 1771, page 435*, & dont la Table eſt auſſi dans les Éphémérides de M. de la Lande. Le modèle des Étoiles rapportées ſur la première Carte, ſervira de même pour la ſeconde. *Planche II.*

Je joins à ces deux Cartes, une troiſième Planche, qui repréſente les apparences de la Comète ſuivant mes obſer- *Planche III.*

vations, ſon noyau, ſon atmoſphère & ſa queue; j'en ai donné l'explication dans ce Mémoire.

Les détails que contient ce Mémoire, pourront paroître, quant-à-préſent un peu longs; mais il faut conſidérer qu'un jour les Aſtronomes obſerveront le retour de cette grande Comète, comme nous obſervames en 1759, la célèbre Comète de 1682; c'eſt alors que l'on recherchera avec le plus grand ſoin tout ce qui aura été décrit & obſervé dans l'apparition de celle dont je viens de rendre compte, rien alors n'y paroîtra inutile; les obſervations étant le ſeul terme de comparaiſon qu'on puiſſe avoir pour déterminer ſa période & les élémens de ſon orbite; c'eſt auſſi ce qui m'a engagé à donner les deux Tables ſuivantes, où l'on verra dans un aſſez grand détail le réſultat de mes obſervations, & les poſitions des Étoiles qui ont ſervi à conclure les lieux de la Comète; par ce moyen les Aſtronomes ſeront à portée de pouvoir juger de leur exactitude & de leur utilité.

Je rapporterai de même pluſieurs ſyſtèmes d'Élémens, qui ont été calculés par différens Aſtronomes, & d'après différentes obſervations, ces Élémens étoient épars, & je les ai raſſemblés pour compléter ce Mémoire; on ſera diſpenſé de les chercher ailleurs; il y en a d'ailleurs qui ſe trouvent imprimés dans des brochures qui peuvent ſe perdre, & nos Mémoires en aſſurent la conſervation.

J'ai raſſemblé de même les obſervations de divers Aſtronomes, & j'en ai formé un Recueil à la fin de ce Mémoire.

TABLE I. *Des positions apparentes du noyau de la Comète observée en 1769, & comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 8 Août jusqu'au 1.er Décembre.*

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Letr. de Bayer & N.º des Étoiles.	ÉTOILES. avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Août. 8	11. 0. 0	33. 36. 0	12. 0. 0	....	....	.....	.....	estimée.
	14. 30. 0	33. 43. 50	....	....	....	9	.....	estimée à l'égard des * A. S.
14	12. 30. 4	38. 35. 2	11. 49. 32	0. 28. 34 +	0. 21. 37 +	7	59	
15	15. 37. 13	39. 29. 55	11. 46. 8	1. 23. 27 +	0. 18. 13 +	7	59	du Catalogue zodiac
16	11. 58. 0	40. 19. 20	11. 42. 58	2. 12. 52 +	0. 15. 3 +	7	59	
20	15. 18. 34	45. 6. 58	11. 23. 31	7. 0. 30 +	0. 4. 24 —	7	59	
21	13. 2. 20	46. 15. 27	11. 16. 52	3. 17. 15 —	0. 51. 13 —	5	f	84.e du même Catal.
	13. 2. 20	46. 15. 23	11. 16. 44	3. 12. 15 —	0. 44. 42 +	6	S	
	14. 5. 14	46. 19. 12	11. 16. 41	3. 13. 30 —	0. 51. 24 —	5	f	
	14. 5. 14	46. 19. 38	....	3. 8. 0 —	....	6	S	
	14. 26. 33	46. 19. 57	11. 17. 8	3. 12. 45 —	0. 50. 57 —	5	f	
	14. 26. 33	46. 20. 8	....	3. 7. 30 —	....	6	S	
	14. 44. 36	46. 21. 23	11. 16. 32	3. 6. 15 —	0. 44. 30 +	6	S	
22	12. 27. 6	47. 39. 23	11. 7. 21	1. 48. 15 —	0. 35. 19 +	6	S	
	12. 39. 27	47. 39. 38	11. 7. 22	1. 48. 0 —	0. 35. 20 +	6	S	83.e & 84.e du même Catalogue.
	12. 57. 52	47. 40. 38	11. 7. 20	1. 47. 0 —	0. 35. 18 +	6	S	
	12. 57. 52	47. 40. 42	11. 7. 16	1. 52. 0 —	1. 0. 49 —	5	f	
23	12. 14. 56	49. 10. 53	10. 58. 1	0. 16. 45 —	0. 25. 59 +	6	S	
	12. 26. 7	49. 10. 53	10. 58. 6	0. 16. 45 —	0. 26. 4 +	6	S	
	12. 30. 49	49. 11. 23	10. 58. 6	0. 16. 15 —	0. 26. 4 +	6	S	
	12. 38. 43	49. 12. 42	10. 59. 30	0. 20. 0 —	1. 8. 35 —	5	f	
	12. 43. 50	49. 12. 57	10. 59. 30	0. 19. 45 —	1. 8. 35 —	5	f	
25	12. 4. 23	52. 34. 23	10. 33. 20	3. 6. 45 +	0. 1. 18 +	6	S	
	12. 4. 23	52. 34. 30	10. 33. 39	1. 20. 15 —	0. 7. 41 +	5	e	
	12. 47. 42	52. 37. 38	10. 33. 18	3. 10. 0 +	0. 1. 16 +	6	S	
	12. 47. 42	52. 37. 45	10. 33. 36	1. 17. 0 —	0. 7. 28 +	5	e	du ♉....Flamstéed.
26	15. 53. 1	54. 47. 0	10. 16. 29	0. 52. 15 +	0. 9. 29 —	5	e	
	16. 2. 30	54. 47. 15	10. 16. 29	0. 52. 30 +	0. 9. 29 —	5	e	
	16. 6. 50	54. 48. 52	10. 17. 36	2. 10. 15 —	1. 31. 57 —	4	λ	
27	12. 9. 41	56. 33. 30	10. 1. 25	2. 38. 45 +	0. 24. 33 —	5	e	du ♉....La Caille.
	12. 26. 49	56. 34. 15	10. 1. 16	2. 39. 30 +	0. 24. 42 —	5	e	
28	13. 23. 36	58. 54. 41	9. 37. 2	1. 51. 0 —	1. 18. 54 +	4	μ	
	13. 23. 36	58. 54. 41	9. 37. 2	1. 26. 15 —	0. 57. 45 +	6	47	du ♉....Flamstéed.
	14. 34. 26	58. 59. 41	9. 36. 38	1. 21. 15 —	0. 57. 21 +	6	47	la même.
	14. 57. 1	59. 1. 26	9. 36. 38	1. 44. 15 —	1. 18. 30 +	4	μ	du *Taureau.*
	15. 15. 45	59. 4. 26	9. 36. 30	1. 41. 15 —	1. 18. 22 +	4	μ	la même.
	15. 24. 45	59. 5. 56	9. 36. 24	1. 39. 45 +	1. 18. 16 +	4	μ	

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été observée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Août 28	15. 36. 24	59. 9. 46	9. 36. 15	1. 15. 1 +	0. 49. 43 —	5	ε	du *Taureau*.
	15. 59. 19	59. 9. 26	9. 35. 25	1. 36. 15 —	1. 17. 17 +	4	μ	
30	12. 26. 42	63. 55. 11	8. 48. 52	3. 9. 30 +	0. 30. 44 +	4	μ	
	12. 40. 44	63. 56. 41	8. 48. 41	3. 11. 0 +	0. 30. 33 +	4	μ	
	13. 45. 17	64. 3. 26	8. 47. 26	3. 17. 45 +	0. 29. 18 +	4	μ	du *Taureau*.
	15. 48. 15	64. 18. 41	8. 44. 25	3. 33. 0 +	0. 26. 17 +	4	μ	
	16. 9. 37	64. 20. 11	8. 44. 12	3. 34. 30 +	0. 26. 4 +	4	μ	
Sept. 2	12. 44. 6	73. 24. 35	7. 0. 38	4. 47. 15 —	0. 53. 18 +	2	γ	
	13. 14. 50	73. 29. 20	6. 59. 44	4. 42. 30 —	0. 52. 24 +	2	γ	
	15. 33. 2	73. 50. 50	6. 56. 16	4. 21. 0 —	0. 48. 56 +	2	γ	
	15. 55. 55	73. 54. 5	6. 55. 30	4. 17. 45 —	0. 48. 10 +	2	γ	
	16. 14. 11	73. 55. 35	6. 54. 20	4. 16. 15 —	0. 47. 0 +	2	γ	
3	13. 36. 57	77. 15. 20	6. 13. 18	0. 56. 30 —	0. 5. 58 +	2	γ	
	15. 39. 4	77. 35. 35	6. 9. 21	0. 36. 15 —	0. 2. 1 +	2	γ	d'*Orion*.
	16. 0. 7	77. 38. 50	6. 8. 44	0. 33. 0 —	0. 1. 24 +	2	γ	
	16. 11. 15	77. 40. 35	6. 7. 52	0. 31. 15 —	0. 0. 32 +	2	γ	
	16. 22. 36	77. 42. 20	6. 7. 20	0. 29. 30 —	0. 0. 0.	2	γ	
4	13. 38. 6	81. 17. 35	5. 22. 16	3. 5. 45 +	0. 45. 4 —	2	γ	
	13. 56. 30	81. 18. 50	5. 21. 39	3. 7. 0 +	0. 45. 41 —	2	γ	
5	14. 24. 56	85. 50. 5	4. 23. 42	6. 14. 15 +	1. 22. 10 —	5	A	d'*Orion*.
	14. 47. 22	85. 50. 27	4. 22. 51	0. 11. 0 +	1. 26. 6 —	8	7	
8	14. 45. 40	100. 22. 26	1. 1. 9	1. 6. 45 +	0. 14. 35 —	8	8	déterminée.
	16. 17. 48	100. 40. 41	0. 55. 35	1. 42. 30 +	1. 43. 38 —	4	18	de la *Licorne*.
			Australe.					
9	16. 7. 45	106. 12. 4	0. 22. 27	1. 10. 0 +	0. 18. 0 +	4	22	*Licorne*... Estimée.
13	16. 6. 57	126. 33. 59	....	0. 4. 45 +	....	8	12	
	16. 8. 49	126. 34. 14	....	0. 5. 0 +	....	8	12	déterminée.
	16. 10. 50	126. 34. 29	....	0. 5. 15 +	....	8	12	
	16. 16. 49	126. 35. 29	....	0. 6. 15 +	....	8	12	
	16. 19. 35	126. 36. 22	5. 6. 15	0. 7. 52 —	0. 46. 30 —	8	13	déterminée.
15	16. 46. 58	135. 56. 26	6. 58. 38	1. 34. 30 +	0. 42. 57 —	6	19	de l'*Hydre*.
	16. 46. 58	135. 56. 26	6. 58. 38	1. 21. 0 +	0. 54. 33 —	6	20	
Oct. 24	6. 20. 19	232. 27. 58	1. 8. 22	1. 3. 0 —	0. 3. 51 +	6	A^2	
	6. 30. 43	232. 29. 13	1. 8. 7	1. 1. 45 —	0. 3. 36 +	6	A^2	
	6. 47. 7	232. 32. 28	1. 7. 46	0. 58. 30 —	0. 3. 15 +	6	A^2	
25	6. 10. 56	234. 15. 13	1. 4. 31	0. 44. 15 +	0. 0. 0.	6	A^2	
	6. 10. 56	234. 15. 13	1. 4. 34	0. 9. 15 —	1. 37. 58 —	4	μ	du *Serpent*.
	6. 32. 54	234. 17. 28	1. 4. 31	0. 46. 30 +	0. 0. 0.	6	A^2	
	6. 38. 6	234. 17. 58	1. 4. 31	0. 47. 0 +	0. 0. 0.	6	A^2	
	6. 38. 6	234. 18. 13	1. 4. 13	0. 6. 15 —	1. 38. 19 —	4	μ	
26	6. 12. 3	236. 1. 13	1. 0. 44	2. 30. 15 +	0. 3. 47 —	6	A^2	

1769.	Temps vrai.	Ascension droite obſervée.	Déclinaison Auſtrale. obſervée.	Différence en aſcenſ. dr. entre la Comète & les Étoiles.	Différence de déclinaiſ. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	Etoiles avec leſquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Oct. 26	6. 23. 57	236. 1. 43	1. 0. 44	2. 30. 45 +	0. 3. 47 —	6	A^2	
27	6. 15. 48	237. 43. 6	0. 57. 41	4. 12. 8 +	0. 6. 50 —	6	A^2	du *Serpent.*
	6. 37. 34	237. 44. 43	0. 57. 41	4. 13. 45 +	0. 6. 50 —	6	A^2	
	6. 39. 49	237. 45. 25	0. 57. 36	4. 54. 0 —	0. 34. 26 —	7	14	déterminée.
28	6. 13. 43	239. 21. 30	0. 54. 26	5. 50. 32 +	0. 10. 5 —	6	A^2	du *Serpent.*
	6. 14. 36	239. 22. 25	0. 55. 5	3. 17. 0 —	0. 36. 57 —	7	14	
	6. 39. 12	239. 23. 55	0. 55. 17	3. 15. 30 —	0. 36. 45 —	7	14	
31	6. 33. 7	244. 2. 55	0. 48. 15	1. 23. 30 +	0. 43. 47 —	7	14	déterminées.
	7. 0. 35	244. 3. 25	0. 48. 15	1. 24. 0 +	0. 43. 47 —	7	14	
Nov. 1	6. 8. 14	245. 28. 40	0. 45. 50	2. 49. 15 +	0. 46. 12 —	7	14	
	6. 28. 8	245. 30. 5	0. 45. 54	0. 32. 45 —	1. 3. 52 —	6	12	d'*Ophiucus.*
	6. 44. 56	245. 30. 10	0. 45. 40	2. 50. 45 +	0. 46. 22 —	7	14	la même que ci-deſſ.
3	6. 46. 22	248. 17. 27	0. 42. 46	2. 14. 37 +	1. 7. 0 —	6	12	d'*Ophiucus.*
4	5. 55. 5	249. 32. 27	0. 41. 5	0. 59. 45 —	0. 32. 47 —	8	16	
	5. 55. 5	249. 33. 53	0. 40. 56	3. 48. 45 —	0. 5. 50 +	6	19	déterminées.
	6. 51. 41	249. 37. 42	0. 41. 23	3. 34. 52 +	1. 8. 23 —	6	12	d'*Ophiucus.*
	6. 51. 41	249. 37. 42	0. 40. 59	0. 54. 30 —	0. 32. 53 —	8	16	
	6. 51. 41	249. 37. 23	0. 41. 11	3. 45. 15 —	0. 6. 5 +	6	19	déterminées.
6	5. 56. 43	252. 8. 8	0. 37. 31	1. 14. 30 —	0. 2. 25 +	6	19	
	5. 56. 43	252. 8. 8	0. 37. 36	4. 1. 0 —	0. 25. 54 +	6	41	d'*Ophiucus.*
	6. 15. 18	252. 7. 53	0. 37. 26	1. 14. 45 —	0. 2. 20 +	6	19	déterminée ci-deſſus.
	6. 15. 18	252. 8. 38	0. 37. 25	4. 0. 30 —	0. 25. 43 +	6	41	d'*Ophiucus.*
8	5. 54. 19	254. 33. 23	0. 34. 1	1. 10. 45 +	0. 1. 5 —	6	19	la même que ci-deſſ.
	5. 54. 19	254. 33. 23	0. 34. 4	1. 35. 45 —	0. 22. 22 +	6	41	d'*Ophiucus.*
	6. 8. 10	254. 33. 53	0. 34. 4	1. 35. 15 —	0. 22. 22 +	6	41	
	6. 8. 10	254. 34. 8	0. 34. 1	1. 11. 30 +	0. 1. 5 —	6	19	la même que ci-deſſ.
15	6. 34. 22	262. 8. 53	0. 24. 17	5. 59. 45 +	0. 12. 35 +	6	41	d'*Ophiucus.*
	7. 1. 13	262. 9. 53	0. 24. 17	6. 0. 45 +	0. 12. 35 +	6	41	
16	5. 58. 46	263. 8. 41	0. 20. 32	1. 6. 0 +	0. 7. 42 —	8	24	
	6. 15. 56	263. 8. 41	....	3. 0. 45 —	....	6	25	
	6. 15. 56	263. 9. 11	0. 20. 32	1. 6. 30 +	0. 7. 42 —	8	24	déterminées.
	6. 15. 56	263. 9. 11	....	3. 11. 0 —	....	6	26	
	6. 53. 41	263. 9. 56	....	2. 59. 30 —	....	6	25	
	6. 53. 41	263. 10. 11	0. 20. 32	1. 7. 30 +	0. 7. 42 —	8	24	
	6. 53. 41	263. 10. 11	....	4. 21. 45 —	....	4	K	d'*Ophiucus.*
	6. 53. 41	263. 10. 26	....	3. 58. 30 —	....	6	27	
	6. 53. 41	263. 10. 26	....	3. 9. 45 —	....	6	26	
17	6. 4. 48	264. 6. 56	....	2. 2. 30 —	....	6	25	déterminées.
	6. 4. 48	264. 6. 56	....	2. 13. 15 —	....	6	26	
	6. 4. 48	264. 7. 11	....	3. 1. 45 —	....	6	27	
	6. 4. 48	264. 7. 11	0. 19. 29	3. 24. 45 —	1. 39. 13 *	4	K	d'*Ophiucus.*

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Auſtrale obſervée.	DIFFÉRENCE en aſcenſ. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinaiſ. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec leſquelles la Comète a été comparée
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Nov. 17	6. 39. 10	264. 7. 11	0. 18. 31	2. 4. 30 +	0. 9. 43 —	8	24	
	7. 19. 21	264. 7. 56	....	2. 12. 15 —	....	6	26	déterminées.
	7. 19. 21	264. 8. 11	....	2. 1. 15 —	....	6	25	
	7. 19. 21	264. 8. 11	0. 19. 29	3. 23. 45 —	1. 39. 13 *	4	k	d'*Ophiucus*.
	7. 19. 21	264. 8. 26	....	3. 0. 30 —	....	6	27	
18	6. 9. 54	265. 2. 11	0. 17. 7	1. 18. 0 —	0. 25. 6 *	6	26	
	6. 28. 34	265. 2. 56	0. 16. 46	3. 0. 15 +	0. 11. 28 —	8	24	
	6. 28. 34	265. 3. 11	0. 17. 13	1. 17. 0 —	0. 25. 12 *	6	26	
19	5. 49. 8	265. 56. 41	0. 14. 55	0. 23. 30 —	0. 22. 54 *	6	26	
	5. 57. 54	265. 56. 41	0. 14. 55	0. 23. 30 —	0. 22. 54 *	6	26	
	6. 1. 9	265. 56. 56	0. 14. 55	0. 23. 15 —	0. 22. 54 *	6	26	déterminées.
	6. 29. 17	265. 56. 56	0. 14. 55	0. 23. 15 —	0. 22. 54 *	6	26	
20	5. 57. 30	266. 49. 41	0. 13. 34	4. 47. 0 +	0. 14. 40 —	8	24	
	5. 57. 30	266. 49. 41	0. 13. 35	0. 29. 30 +	0. 21. 34 *	6	26	
	6. 8. 7	266. 49. 41	0. 13. 35	0. 29. 30 +	0. 21. 34 *	6	26	
	6. 38. 6	266. 51. 11	0. 13. 34	4. 48. 30 +	0. 14. 40 —	8	24	
	6. 38. 6	266. 51. 11	0. 13. 35	0. 31. 0 +	0. 21. 34 *	6	26	
27	5. 56. 39	272. 34. 11	0. 1. 43	6. 14. 0 +	0. 9. 42 *	6	26	
	5. 56. 39	272. 34. 34	0. 1. 45	1. 17. 30 —	0. 5. 24 *	6	d	
	6. 10. 53	272. 34. 49	0. 1. 45	1. 17. 15 —	0. 5. 24 *	6	d	du *Serpent*.
	6. 34. 22	272. 34. 49	0. 1. 45	1. 17. 15 —	0. 5. 24 *	6	d	
	6. 34. 22	272. 34. 38	0. 1. 41	0. 3. 0 —	1. 15. 57 —	7	29	déterminée.
	6. 45. 15	272. 35. 4	0. 1. 45	1. 17. 0 —	0. 5. 24 *	6	d	du *Serpent*.
			Boréale					
28	5. 49. 14	273. 19. 19	0. 1. 10	0. 32. 45 —	0. 2. 29 —	6	d	
	5. 54. 45	273. 19. 19	....	0. 32. 45 —	....	6	d	
	5. 57. 53	273. 19. 34	....	0. 32. 30 —	....	6	d	
	6. 3. 16	273. 19. 19	....	0. 32. 45 —	....	6	d	
30	5. 40. 38	274. 48. 34	0. 5. 27	0. 56. 30 +	0. 1. 48 +	6	d	du *Serpent*.
	5. 59. 54	274. 48. 34	....	0. 56. 30 +	....	6	d	
	6. 9. 30	274. 48. 34	0. 5. 27	0. 56. 30 +	0. 1. 48 +	6	d	
Déc. 1	5. 48. 34	275. 30. 4	0. 7. 22	1. 38. 0 +	0. 3. 43 +	6	d	
	5. 57. 30	275. 30. 4	0. 7. 21	1. 38. 0 +	0. 3. 42 +	6	d	

Nota. Dans la ſixième colonne de cette Table, là où il y a des aſtériſques, il faudra ôter de la différence, la déclinaiſon de l'Étoile, pour avoir celle de la Comète qui deviendra auſtrale, comme elle eſt rapportée dans la quatrième colonne.

TABLE II. *Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète de 1769. Les positions réduites au temps des observations.*

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON Boréale.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.o des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	*D. M. S.*			
33. 29. 17	11. 53. 54B.	9	S	déterminée par la 53.e de la Caille, Comète estimée le 8 Août.
33. 51. 35	11. 55. 31	9	A	
38. 6. 28	11. 27. 55	6	59	de la Caille, Comète comparée le 15 mat. 16 mat. & soir & 21 Août mat.
43. 20. 47	12. 17. 41	7	1	déterminée en la comparant à la 84.e des Éphémér.
44. 33. 13	10. 56. 30	7	2	déterminée par la 59.e des Éphémérides.
44. 35. 47	12. 10. 13	7	3	déterminée par le *n.o 1*, ci-dessus.
49. 27. 38	10. 32. 2	6	83	des Éphémér. Com. compar. les 22, 23, 24 & 26 Août mat.
49. 32. 42	12. 8. 5	5	*f*	84.e des Éphémér. Com. comp. les 22, 23 & 24 Août mat.
53. 54. 45	10. 25. 58	5	*e*	du Taureau, Flamst. Com. compar. les 26, 27, 28 & 29 Août mat.
56. 59. 7	11. 49. 33	4	λ	du Taureau, Éphém. Com. comp. le 27 Août mat.
60. 14. 56	9. 35. 10	6	4	déterminée par μ du Taureau, 112.e des Éphém.
60. 15. 41	8. 17. 36	7	5	déterminée par la même μ.
60. 20. 56	8. 39. 17	6	47	du Taureau, Flamst. Com. comp. le 29 Août mat.
60. 30. 41	9. 23. 39	6	6	déterminée par μ du Taureau.
60. 45. 41	8. 18. 8	4	μ	du Taureau, Éphémérides, Comète comparée les 29 & 31 Août matin.
78. 11. 50	6. 7. 20	2	γ	d'Orion, *Connoiss. des Temps*, Comète comparée les 3, 4 & 5 Septembre matin
79. 35. 50	5. 45. 52	5	A	d'Orion, détermin. Com. compar. le 6 Sept. mat.
85. 39. 27	5. 48. 57	8	7	détermin. par α d'Orion, Com. comp. le 6 Sept. m.
98. 58. 11	2. 39. 13	4	18	de la Licorne, Flamst. Com. compar. le 9 Sept. m.
99. 15. 41	1. 15. 44	8	8	détermin. par la 18.e de la Licorne, Com. compar. le 9 Septembre matin.
105. 2. 4	0. 4. 27A.	4	22	de la Licorne, Flamst. Com. comp. le 10 Sept. m.
123. 5. 29	3. 3. 40	6	9	déterminée par le *n.o 12* rapporté ci-dessus.
123. 21. 18	3. 12. 31	5	10	déterminée par la même *n.o 12*.
123. 33. 14	3. 16. 15	6	11	déterminée par le *n.o 9* ci-dessus.
126. 29. 14	4. 10. 24	8	12	déterminée par la 31.e de la Licorne, Comète comp. le 14 Sept. mat.
126. 44. 14	5. 52. 45	8	13	déterminée de même 31.e Com. comp. le 14 Sept. m.

ASCENSION droite.	DÉCLINAISON des ÉTOILES.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
134. 21. 56	7. 41. 35 A.	6	19	de l'Hydre, comp. à α, Com. comp. le 16 Sept. m.
134. 35. 26	7. 53. 11	6	20	de l'Hydre, comp. à α, Com. comp. le 16 Sept. m
242. 39. 25	1. 32. 2	7	14	déterminée par δ d'*Ophiucus*, Com. comp. les 27, 28, 31 Octobre & 1.er Novembre soir.
246. 2. 50	1. 49. 46	6	12	d'*Ophiucus*, Flamst. Com. comp. les 1, 3 & 4 Nov. soir.
247. 18. 55	0. 33. 52	7	15	déterminée par le n.° *14* ci-dessus.
250. 32. 12	1. 13. 52	8	16	déterminée par la 12.e du Serpent, Com. compar. le 4 Novembre soir.
252. 55. 0	0. 9. 49 B.	7	17	déterminée par le n.° *19* ci-dessous.
253. 19. 15	1. 0. 46	7	18	déterminée par le n.° *17* ci-dessus.
253. 22. 38	0. 35. 6 A.	6	19	déterminée, Comète comp. les 4, 6 & 8 Nov. soir.
253. 42. 8	1. 20. 25	7	20	déterminée par le n.° *19* ci-dessus.
254. 0. 23	0. 46. 25	7	21	déterminée par la même n.° *19*.
256. 9. 8*	0. 11. 42	6	41	d'*Ophiucus*, détermin. Com. comp. les 6, 8 & 15 Nov. soir.
259. 12. 53	0. 29. 53 B.	6	22	déterminée par la 41.e d'*Ophiucus*.
259. 35. 23	0. 43. 41 A.	7	23	déterminée par la même 41.e
262. 2. 41	0. 28. 14	8	24	déterm. Com. comp. les 16, 17, 18 & 20 Nov. soir.
266. 9. 26	0. 43. 43 B.	6	25	déterminée par *k* d'*Ophiucus*, Com. comp. les 16 & 17 Nov. soir.
266. 20. 11	0. 7. 59	6	26	déterminée par la même *k*, Com. comp. les 16, 17, 18, 19, 20 & 27 Nov.
267. 8. 56	0. 40. 9	6	27	déterm. par la même *k*, Com. comp. les 16 & 17 Nov.
267. 31. 56	1. 19. 44	4	*k*	d'*Ophiucus*, vérifiée avec γ, Comète comparée les 16 & 17 Nov.
272. 36. 44	0. 3. 39	9	28	déterminée, la Comète très près le 27 Novembre.
272. 37. 38	1. 17. 38 A.	7	29	déterminée, Comète comparée le 27 Novembre.
273. 15. 23	1. 41. 22	6	30	déterminée par *n* du Serpent.
273. 52. 4	0. 3. 39 B.	6	*d*	du Serpent, vérifiée à *n*, Comète comparée les 27, 28, 30 Novembre & 1.er Décembre.

* En comparant cette étoile 41.e d'*Ophiucus* à d'autres étoiles bien connues, j'ai trouvé que sa position en ascension droite, rapportée dans le catalogue de Flamsteed & réduite au temps des observations, différoit de 30′ 40″ qu'il faudra ôter du catalogue de Flamsteed pour avoir sa vraie position

en aſcenſion droite; ainſi il faut lire dans ce Catalogue 255^d 8′ 5″, au lieu de 255^d 38′ 45″.

M. de la Lande qui étoit alors à Bourg-en-Breſſe, ſa patrie, & à qui j'envoyai diverſes Obſervations de cette Comète, fut le premier qui en calcula les élémens, comme on le voit dans le Mémoire qu'il donna ſur ce ſujet, & qui eſt imprimé dans le Volume de 1769, *pages 49 & ſuiv.* on y trouve le détail des difficultés que renfermoient ces premiers calculs, faits dans un temps où l'on ne connoiſſoit pas même à peu-près la diſtance de la Comète.

Ayant auſſi communiqué à M. Widder, Profeſſeur de Philoſophie dans l'Univerſité de Groningue en Friſe, une partie de mes obſervations, de la première & de la ſeconde branche de la Comète, il en a déduit les élémens de l'orbite, & à ces élémens, que je rapporterai dans la Table, il y a comparé les huit obſervations ſuivantes.

1769.	TEMPS vrai à PARIS.	LONGIT. de la COMÈTE obſervée.	LATIT. de la COMÈTE obſervée.	LONGIT. de la COMÈTE calculée.	LATIT. de la COMÈTE calculée.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
			Auſtrale.		Auſtrale.		
Août 14	12. 30. 4	1. 9. 58. 50	3. 9. 13	1. 9. 58. 40	3. 9. 16	— 0. 10	+ 0. 3
20	15. 18. 34	1. 15. 58. 38	5. 28. 30	1. 16. 1. 10	5. 28. 55	+ 2. 32	+ 0. 25
30	12. 26. 42	2. 3. 36. 1	12. 17. 29	2. 3. 40. 34	12. 13. 9	+ 4. 33	— 4. 20
Sept. 4	13. 38. 6	2. 20. 53. 28	17. 49. 14	2. 20. 38. 45	17. 41. 42	—14. 43	— 7. 32
			Boréale.		Boréale.		
Oct. 24	6. 20. 19	7. 20. 21. 45	17. 18. 17	7. 20. 17. 44	17. 14. 30	— 4. 1	— 3. 47
Nov. 3	6. 46. 22	8. 6. 39. 32	21. 0. 34	8. 6. 39. 34	21. 0. 32	+ 0. 2	— 0. 2
15	6. 34. 22	8. 21. 28. 35	22. 49. 46	8. 21. 30. 34	22. 50. 5	+ 1. 59	— 0. 19
Déc. 1	5. 48. 34	9. 5. 59. 50	23. 28. 28	9. 5. 59. 58	23. 28. 25	+ 0. 8	— 0. 3

TABLE contenant les différens Systèmes d'Élémens de la Comète de 1769, qui ont été déduits par divers Astronomes & de différentes Observations.

Nota. Il y a peu de ces élémens où l'on n'ait fait entrer une partie de mes Observations de la première & de la seconde branche de l'orbite.

ASTRONOMES qui ont calculé.	N.os des Théor.	LIEU DU NŒUD ascendant.	INCLINAIS. de l'orbite.	LONGIT. du PÉRIHÉLIE.	DISTANCE périhélie.	PASSAGE DE LA COMÈTE au Périhélie en 1769, Temps moyen.	LIEUX
		S. D. M. S.	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*		*H. M. S.*	
Messieurs							
De la Lande.	I.	5. 25. 0. 43	40. 37. 33	4. 24. 5. 54	0,12376	Octob. 7 à 12. 30. 0	à Paris
F. A. Widder.	II.	5. 25. 13. 40	40. 42. 30	4. 24. 22. 0	0,12280	7 à 17. 46. 0	à Paris.
Cassini fils...	III.	5. 25. 3. 18	40. 46. 32	4. 24. 11. 8	0,12258	7 à 13. 13. 8	à Paris.
Wallot.....	IV.	5. 25. 2. 25	40. 42. 38	4. 24. 14. 22	0,12298	7 à 12. 26. 17	à Paris.
Prosperin....	V.	5. 25. 6. 33	40. 48. 49	4. 24. 11. 7	0,12272	7 à 15. 1. 31	à Stock.
Lexell......	VI.	5. 25. 4. 41	40. 49. 33	4. 29. 10. 51	0,12269	7 à 15. 37. 37	à Paris.
Audiffredi...	VII.	5. 25. 3. 27	40. 41. 13	4. 24. 9. 24	0,12289	7 à 14. 39. 0	à Rome.
Asclepi.....	VIII.	5. 25. 4. 47	40. 40. 48	4. 24. 7. 0	0,12307	7 à 14. 40. 45	à Rome.
E. Zanotti. .	IX.	5. 19. 41. 11	29. 40. 49	4. 13. 15. 16	0,15880	16 à 10. 21. 23	à Bolog.
Euler......	X.	5. 25. 3. 0	40. 50. 0	4. 24. 16. 0	0,12264	7 à 15. 6. 0	
Lambert. ...	XI.	5. 25. 42. 0	41. 28. 0	4. 25. 46. 0	0,1164	7 à 11. 17. 0	
Slop.......	XII.	5. 25. 11. 13	41. 1. 6	4. 24. 32. 54	0,1210	7 à 12. 44. 53	à Pise.

De la Table des élémens que je viens de rapporter, les élémens *n.° I* sont tirés des Mémoires de l'Académie, année 1769, *page 55;* du *n.° IV*, même volume, *page 56;* du *n.° III*, année 1770, *page 24;* du *n.° V* d'une Lettre de M. Wargentin, déjà imprimée dans les Ouvrages de M.rs de la Lande & du Séjour, le premier dans son *Astronomie*, & le second dans ses *Essais sur les Comètes;* ils attribuent ces élémens à M. Wargentin, mais ils sont de M. Prospérin, Astronome d'Upsal, qui les a déduits des observations de M. Wargentin : M. de la Lande rapporte le passage de la Comète

au Périhélie, le 7 Octobre, à $1^h\ 58'\ 40''$, on doit lire $15^h\ 1'\ 31''$. Les élémens du *n.° VI* ont été publiés dans l'Ouvrage qui a pour titre, *Recherches & Calculs sur la vraie orbite elliptique de la Comète de 1769, & son temps périodique, par M. Lexell, à Péterſbourg, en 1770, in-4.° de 159 pages.* Les *n.os VII & VIII*, publiés dans une brochure qui a pour titre, *De Cometarum motu, &c.* Le *n.° IX*, publié dans une feuille de sept pages *in-8.°* qui a pour titre, *De Cometa anni 1769, &c.* Les *n.os X & XI*, dans le *Recueil pour les Aſtronomes*, tome I, page 225. Le *n.° XII*, dans un ouvrage de M. Slop, intitulé *Theoriæ Cometarum anni 1769 & anni 1770, &c.* publié en 1771, & dédié à M. de la Lande, qui, le premier, avoit eu la peine de calculer les élémens de cette Comète de 1769.

On trouvera encore dans le *Recueil pour les Aſtronomes*, publié à Berlin par M. Bernoulli, *tome I.er page 225*, une Table de plusieurs ſyſtèmes d'élémens qui diffèrent entr'eux, & font voir combien les élémens des Comètes, déterminés d'après des apparitions de peu de durée, sont incertains: ces élémens avoient été déduits des premières obſervations faites dans la première branche de l'orbite.

RECUEIL des Obſervations de la Comète de 1769.

À PARIS.

LA Comète de 1769 fut obſervée à Paris, par M.rs Caſſini de Thury, Maraldi, & Caſſini fils; les obſervations ont été publiées par ce dernier, dans le volume de nos Mémoires, *année 1770, page 24*, avec les Élémens de l'orbite.

Mémoire ſur la Comète de 1769, par M. de la Lande, imprimé dans nos Mémoires, pour *1769, page 49*; M. de la Lande a cité dans ſon Mémoire, les Aſtronomes qui ont obſervé la Comète; ſavoir, moi, à Paris; M. Matheucci, à Bologne; M. le Gentil, à Pondichéry; M. de la Lande,

à Bourg-en-Bresse; M. Darquier, à Toulouse *(k)*; M.rs de Saint-Jacques & Poitevin, à Marseille; le P. Audiffredi, à Rome; le P. la Grange, à Milan; M. Zanotti, à Bologne; le P. Mayer, à Péterfbourg; M. Liuntberg, à Gottingen; & M. Tofiño, à Cadiz.

M. de la Lande ajoute qu'il reçut des observations de plusieurs de ces Astronomes, mais il ne rapporte dans son Mémoire, que trois observations faites à Rome, les 3, 4 & 8 Septembre, une quatrième faite à Gottingen, & une partie des miennes; on voit dans ce Mémoire la figure de l'orbite réelle de la Comète, qui peut faire juger de son éloignement dans les différens temps de son apparition.

À MONTPELLIER.

M. de Ratte, Secrétaire perpétuel de l'Académie de Montpellier, me manda dans sa Lettre du 9 Novembre 1769, qu'il avoit observé la Comète les 8, 13, 14 & 16 Septembre, 6 & 7 Novembre; sa Lettre ne contient que les deux observations suivantes, & il ajoutoit que la queue de la Comète avoit été fort longue dans le mois de Septembre, que le 13 elle avoit plus de quarante degrés de longueur dans sa partie la plus lumineuse, & presque soixante dans sa totalité.

1769.	TEMPS vraí.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON observée.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, australe.
M. J.	*H. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*
Sept. 7	13. 39. 8	95. 0. 8	2. 12. 27 B.	3. 5. 20. 47	21. 10. 9
15	16. 38. 8	136. 6. 39	6. 56. 29 A.	4. 20. 48. 59	22. 38. 22

(k) Il n'y a pas d'apparence que M. Darquier ait observé la Comète de 1769; puisqu'il n'en fait pas mention dans le Recueil de ses observations, publié à Avignon, en 1777.

À AVIGNON.

À AVIGNON.

Le P. Morand l'obſerva, mais je ne reçus du P. Pézenas qu'un deſſin de la route apparente, où les poſitions étoient rapportées pour les jours ſuivans, 26, 27 & 28 Octobre, 1, 6 & 7 Novembre.

À GRÉENWICH.

Les obſervations de la Comète, faites à Gréenwich, ſont rapportées par M. Maskelyne, dans le Recueil des obſervations aſtronomiques, publié à Londres en 1774, *in-folio, page 65* du Livre des Diſtances.

M. Dunn, maître de Mathématiques à Londres, a publié dans *Lloyd's Evening poſt, du 1.er Septembre 1769*, des réflexions ſur la Comète, d'après ſes propres obſervations: en voici un extrait:

Que le corps ou noyau de la Comète étoit auſſi grand que la Lune, qu'il a une atmoſphère humide qui l'environne & qui s'élève a plus de 1666 lieues de hauteur:

Que ſa queue a une vapeur lumineuſe de dix millions de lieues de longueur:

Que ſa diſtance au Soleil étoit à peu près égale à celle où eſt notre globe:

Qu'elle auroit approché fort près de la Terre, ſi elle étoit venue un mois plus tard; mais qu'actuellement elle paſſe trop loin de notre globe pour produire aucun effet ſur les marées de l'Océan:

Que quand elle reparoîtra après ſon périhélie, la Terre ne ſe trouvera pas dans la direction de ſa queue:

Qu'à meſure qu'elle s'avance vers le Soleil, la matière qui en s'exhalant forme cette queue, demeure en arrière dans l'eſpace, & ſe répand dans les cieux:

Enfin qu'il eſt très-poſſible que cette Comète donne un choc à Vénus, ou la rencontre dans ſon paſſage *(l)*.

(l) M. de la Lande a diſcuté dans ſon Mémoire ſur la Comète de 1769, *volume de l'Académie de cette année, page 57*, cette rencontre de la

Le même Obſervateur a encore avancé que lorſque la Comète approchoit du Soleil, il y avoit vu les mêmes phaſes qu'on obſerve à Vénus; c'eſt-à-dire, le noyau en croiſſant, enſuite en quartier *(m)*.

À PÉTERSBOURG.

Par le P. Mayer. *Extrait de ſa Lettre, du 9 Mai 1771.*

1769.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite obſervée.	DÉCLINAISON.	LONGITUDE obſervée.	LATITUDE obſervée.
M. J.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 31	14. 18. 6	66. 44. 54	8. 14. 46 B.	2. 6. 19. 39	13. 19. 49 A.
Sept. 3	14. 17. 12	77. 4. 32	6. 14. 19	2. 16. 34. 56	16. 37. 48
5	12. 54. 22	85. 7. 28	4. 28. 46	2. 24. 51. 42	18. 54. 10
6	15. 38. 51	90. 25. 3	3. 23. 33	3. 0. 25. 37	20. 4. 34
7	15. 48. 12	95. 6. 49	2. 12. 2	3. 5. 28. 50	21. 10. 16
9	15. 34. 38	105. 30. 42	0. 9. 11 A.	3. 16. 51. 13	22. 43. 6
10	15. 37. 45	109. 58. 13	1. 28. 42	3. 21. 50. 51	23. 26. 37
Oct. 22	6. 40. 12	228. 36. 50	1. 16. 34	7. 16. 30. 58	16. 9. 31 B.

On trouvera ces obſervations déjà imprimées, avec plus de détails dans l'ouvrage *in-4.°* que le P. Mayer a publié à Péterſbourg, en 1769, ſur le paſſage de Vénus au-devant du Soleil. Ces obſervations ſont également imprimées dans l'ouvrage qui a pour titre, *Recherches & Calculs ſur la vraie orbite elliptique de la Comète de 1769, & ſon temps périodique, exécutés ſous la direction de M. Léonard Euler, par M. Lexell,* brochure in-4.° de cent cinquante-neuf pages,

---

Comète avec Vénus, & aſſure que cela étoit impoſſible; d'où il ſuivroit que M. Dunn n'avoit point calculé l'orbite de cette Comète.

(m) Pour moi, dans toutes les Comètes que j'ai obſervées, je n'ai rien vu de ſemblable, & j'ai cependant employé d'excellens inſtrumens, ſur-tout pour cette Comète de 1769.

imprimé à Péterſbourg. Dans cet Ouvrage, M. Lexell recherche par des calculs le temps périodique de la Comète de 1769; juſqu'à préſent on avoit ſuppoſé qu'il falloit avoir vu deux apparitions différentes de la Comète, pour connoître cette révolution périodique. La Comète de 1769, ayant paru long-temps & à des diſtances très-différentes, ſoit par rapport au Soleil, ſoit par rapport à la Terre. M.rs Euler & Lexell jugèrent que la portion de l'orbite, dans laquelle on l'avoit obſervée, ſuffiſoit pour aſſeoir des calculs ſur ſa révolution & prédire ſon retour; ces calculs ſont faits d'après trois obſervations; & ſuppoſant que les erreurs de ces trois obſervations employées, ſoient d'une minute, la révolution de la Comète peut aller de quatre cents quarante-neuf ans à cinq cents dix-neuf ans dans les cas extrêmes; ce qui fait bien voir qu'on ne peut eſpérer de donner quelque choſe de probable ſur le retour de la Comète de 1769; il auroit fallu faire l'application de ces calculs à un plus grand nombre d'obſervations, pour obtenir une révolution plus approchante de la vérité; mais l'extrême longueur de ces calculs eſt un grand obſtacle à l'exactitude des réſultats.

À Rome.

Le P. Audiffredi, Bibliothécaire de la Minerve, a publié une brochure, à Rome, en 1770, *in-4.°*, de trente-cinq pages, ayant pour titre, *De Cometarum motu, &c.* dans laquelle il rapporte les obſervations ſuivantes qu'il a faites.

1769.	Temps apparent.	Longitude obſervée.	Latitude obſervée.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*
Septemb. 8	16. 7. 19	3. 11. 21. 53	22. 9. 32 A.
12	16. 45. 6	4. 4. 48. 26	23. 43. 21 A.
Octob. 25	7. 9. 19	7. 22. 13. 37	17. 49. 36 B.
26	7. 6. 3	7. 24. 0. 33	18. 17. 53 B.
28	7. 0. 14	7. 27. 23. 16	19. 7. 46 B.

À BOLOGNE *.

1769.	TEMPS apparent.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Australe.	LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée, Australe.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
Août 27	13. 16. 48	1. 26. 36. 56	9. 41. 37	1. 26. 31. 0	9. 43. 54	— 5. 56	+ 2. 17
28	12. 17. 9	1. 28. 40. 4	10. 26. 45	1. 28. 35. 7	10. 29. 29	— 4. 57	+ 2. 44
30	14. 18. 51	2. 3. 44. 25	12. 20. 12	2. 3. 43. 40	12. 40. † 0	— 1. 5	— 0. 12
31	12. 44. 42	2. 6. 19. 12	13. 16. 16	2. 6. 22. 28	13. 14. 33	+ 3. 16	— 1. 43
	13. 0. 35	2. 6. 22. 4	13. 17. 17	2. 6. 25. 53	13. 15. 39	+ 3. 49	— 1. 38
Sept. 1	13. 28. 59	2. 9. 30. 39	14. 22. 33	2. 9. 35. 18	14. 18. 9	+ 4. 39	— 4. 24
2	13. 22. 31	2. 12. 53. 21	15. 26. 44	2. 12. 59. 39	15. 24. 0	+ 6. 18	— 2. 44
	13. 45. 8	2. 12. 55. 32	15. 28. 16	2. 13. 3. 33	15. 25. 6	+ 8. 1	— 3. 10
3	13. 8. 49	2. 16. 36. 48	16. 36. 3	2. 16. 44. 45	16. 31. 17	+ 7. 57	— 4. 46
	13. 22. 56	2. 16. 38. 35	16. 36. 29	2. 16. 46. 10	16. 31. 47	+ 7. 35	— 4. 42
	13. 33. 22	2. 16. 40. 16	16. 37. 0	2. 16. 48. 44	16. 32. 23	+ 8. 28	— 4. 37
4	13. 49. 26	2. 20. 47. 20	17. 49. 25	2. 20. 56. 44	17. 42. 24	+ 9. 24	— 7. 1
	14. 17. 20	2. 20. 51. 44	17. 50. 12	2. 21. 1. 13	17. 43. 37	+ 10. 31	— 6. 35
5	13. 30. 7	2. 25. 14. 1	18. 58. 39	2. 25. 21. 35	18. 50. 31	+ 7. 34	— 8. 8
6	16. 3. 54	3. 0. 36. 50	20. 11. 11	3. 0. 46. 30	20. 3. 0	+ 9. 40	— 8. 11
7	14. 3. 12	3. 5. 22. 33	21. 9. 31	3. 5. 30. 51	21. 1. 1	+ 8. 18	— 8. 21
	14. 48. 42	3. 5. 36. 25	21. 11. 17	3. 5. 41. 23	21. 3. 0	+ 4. 58	— 8. 17
8	15. 39. 5	3. 11. 13. 0	22. 8. 14	3. 11. 24. 29	21. 59. 1	+ 11. 29	— 9. 13
9	15. 5. 30	3. 16. 53. 34	22. 50. 50	3. 17. 0. 10	22. 42. 13	+ 6. 36	— 8. 37
	15. 11. 35	3. 16. 54. 5	22. 49. 44	3. 17. 1. 48	22. 42. 23	+ 7. 43	— 7. 21
10	14. 56. 26	3. 22. 43. 19	23. 20. 52	3. 22. 47. 20	23. 14. 51	+ 4. 1	— 6. 1
11	15. 7. 55	3. 28. 40. 32	23. 39. 48	3. 28. 41. 19	23. 34. 44	+ 0. 47	— 5. 4
	15. 29. 3	3. 28. 45. 34	23. 39. 21	3. 28. 46. 36	23. 35. 5	+ 1. 2	— 4. 16
	15. 35. 14	3. 28. 44. 44	23. 39. 43	3. 28. 47. 13	23. 35. 20	+ 2. 29	— 4. 23
12	15. 27. 37	4. 4. 31. 47	23. 44. 10	4. 4. 34. 12	23. 42. 48	+ 2. 25	— 1. 22
13	16. 6. 42	4. 10. 10. 32	23. 34. 8	4. 10. 11. 37	23. 34. 41	+ 1. 5	+ 0. 33
14	16. 20. 17	4. 15. 31. 7	23. 13. 22	4. 15. 26. 47	23. 18. 32	— 4. 20	+ 5. 10
	16. 47. 23	4. 15. 36. 55	23. 13. 0	4. 15. 32. 45	23. 17. 56	— 4. 10	+ 4. 56

* On trouve également ces observations imprimées dans l'Ouvrage de M. Lexell, déjà cité; dans les Éphémérides du P. Hell, *1771, page 258;* & dans une brochure de sept pages *in-8.°* qui a pour titre, *De Cometa, anni 1769,* publiée à Bologne par M. Zanotti.

† Lat. calc. pour le 20 Août, de $12^d\ 40'\ 0''$; on doit lire $12^d\ 20'\ 0''$. Les élémens déduits de ces observ. sont rapportés dans la Table *n.° IX.*

À UPSAL.

Dans le même Ouvrage du P. Audiffredi, *De Cometarum motu, &c.* on y trouve les obſervations de la Comète de 1769, faites à Upſal, par M. Proſperin. Les voici :

1769	TEMPS apparent à UPSAL.			LONGITUDE obſervée.				LATITUDE obſervée, Auſtrale.		
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Sept.. 3	15.	14.	44	2.	16.	51.	54	16.	39.	4
4	15.	16.	52	2.	20.	57.	16	17.	52.	9
	15.	54.	47	2.	21.	6.	10	17.	54.	18
5	14.	6.	18	2.	25.	12.	40	18.	57.	32
9	14.	32.	58	3.	16.	39.	16	22.	48.	28
	15.	17.	51	3.	16.	50.	23	22.	49.	59
	15.	35.	20	3.	16.	54.	19	22.	50.	35
	16.	12.	0	3.	17.	3.	15	22.	51.	29
10	15.	20.	32	3.	22.	41.	44	23.	21.	31
11	16.	20.	38	3.	28.	50.	22	23.	39.	27

À STOCKHOLM.

Dans le même Ouvrage du P. Audiffredi, *De Cometarum motu, &c.* on trouve une Table des obſervations de la Comète de 1769, faites à Stockholm par M. Wargentin; cet Aſtronome célèbre me les envoya dans ſa Lettre du 17 Juillet 1770, avec plus de détails, & les élémens de l'orbite qu'en avoit déduit M. Proſperin, Aſtronome d'Upſal. Voici un extrait de ſa Lettre. « J'ai été plus heureux pour la Comète de 1769, que pour celle de cette année 1770, « qui ne fut point aperçue ici à cauſe de la ſaiſon de ſon apparition, les crépuſcules étant trop conſidérables dans ce climat, « puiſqu'à peine à minuit peut-on voir, à la vue ſimple, les Étoiles « de la première grandeur, & ſur-tout du côté du Nord où cette « Comète devoit être. La Comète de 1769 fut aperçue ici « dès le 25 du mois d'Août; mais depuis ce jour, le ciel fut «

» couvert toutes les nuits, jusqu'à celle du 2 de Septembre, » & il me réussit d'observer la Comète, aussi-bien que le » permettoit la difficulté de la voir, par la foiblesse de sa » lumière qui souffroit à peine la moindre lumière d'une » bougie, pour éclairer les fils du micromètre. Le 13 Sep- » tembre au matin, elle fut si avant dans la lumière du cré- » puscule, qu'il n'y eut pas moyen de l'apercevoir.

» Après son passage au périhélie, je la revis le 28 Octobre » au soir, & je continuai de l'observer jusqu'au 3 Décembre; » mais la difficulté d'avoir une bonne observation, à cause de » la foiblesse extrême de la Comète, me fit employer diffé- » rentes méthodes assez grossières, pour déterminer, à peu- » près, son lieu, qu'à peine j'ose vous faire part des observa- » tions; cependant, quelque mauvaises qu'elles soient, M. » Prosperin a déterminé, par elles-seules, les élémens de » son orbite, & j'ai été surpris de voir que mes observations, » particulièrement celles des mois de Novembre & de Décembre, » s'accordoient, aussi-bien qu'elles le font, au calcul fait sur » ces élémens. Le 10 Novembre, la Comète étoit près de » l'étoile quarante-unième d'*Ophiucus*, à laquelle je la comparai » trois fois, & avec soin, à ce qu'il me parut; mais il faut » que l'ascension droite de cette Étoile soit fautive dans le » Catalogue de Flamstéed, ou que j'aie commis quelques » fautes en transcrivant l'observation dans mon Journal, car la » longitude de la Comète en résulte de $8^s\,16^d\,45'$, au lieu de » $8^s\,15^d\,47'$ à peu-près qu'elle devoit avoir par le calcul: » apparemment la différence d'ascension droite, entre la Comète » & l'Étoile, n'étoit que de $0'\,43''$ de temps, au lieu de $2'\,43''$ » que j'avois marqué dans mon Journal *(n)*.

» Le 22 Novembre & le 3 Décembre, je n'ai pas vu la » Comète à son passage par le fil vertical du micromètre, mais » assez bien, avant & après ce moment pour déterminer, à peu de chose près, sa déclinaison ».

(n) J'ai reconnu par mes observations *(Voyez mon Mémoire, au 6 Novembre,)* qu'il y avoit une erreur de $30'\,40''$, je m'en suis assuré par de nouvelles observations.

Voici les obſervations de M. Wargentin, comparées aux élémens déduits par M. Proſperin, & que j'ai rapportés dans la Table, ſous le *n.*° *V*.

1769.	TEMPS VRAI à STOCKHOLM.	LONGITUDE obſervée.	LATITUDE obſervée, Auſtrale.	ERREUR en longitude.	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
Septemb. 2	14. 47. 18	2. 12. 59. 27	15. 29. 36	— 0. 10	— 0. 1
3	14. 29. 6	2. 16. 44. 30	16. 38. 56	+ 0. 22	+ 0. 21
4	15. 54. 47	2. 21. 6. 10	17. 54. 18	+ 0. 4	+ 1. 1
5	14. 6. 18	2. 25. 12. 40	18. 57. 22	— 2. 12	— 0. 19
6	14. 19. 41	3. 0. 8. 10	20. 6. 37	— 0. 15	+ 0. 38
7	14. 40. 6	3. 5. 25. 34	21. 9. 40	+ 1. 3	+ 0. 14
8	14. 43. 16	3. 10. 57. 24	22. 4. 14	+ 0. 47	+ 0. 9
9	15. 4. 39	3. 16. 46. 40	22. 49. 3	+ 1. 13	— 0. 0
10	15. 10. 32	3. 22. 41. 44	23. 21. 31	— 0. 17	+ 1. 13
11	15. 42. 0	3. 28. 40. 16	23. 38. 57	+ 0. 2	+ 0. 0
			Boréale.		
Oct.. 28	6. 33. 51	7. 27. 16. 51	19. 8. 14	+ 4. 16	— 4. 17
Nov.. 10	6. 32. 33	....	22. 21. 54	....	— 0. 33
17	6. 6. 0	8. 23. 28. 47	22. 59. 59	— 3. 2	— 3. 46
18	6. 10. 0	8. 24. 28. 25	23. 4. 16	— 4. 32	— 2. 34
20	6. 10. 49	8. 26. 29. 12	23. 10. 18	+ 1. 18	— 2. 52
22	5. 41. 59	....	23. 14. 49	....	— 5. 0
28	6. 33. 0	9. 3. 39. 41	23. 26. 9	+ 4. 38	— 4. 11
Décemb. 2	6. 20. 28	9. 6. 41. 20	23. 33. 25	— 2. 15	— 0. 18
3	5. 48. 0	....	23. 33. 28	....	— 0. 47

Nota. Les Obſervations des 4 & 10 Septembre, de cette Table, furent faites à Upſal par M. Proſperin.

De toutes les obſervations que le P. Audiffredi rapporte dans ſon Ouvrage, *De Cometarum motu, &c.* faites à Rome, à Bologne, à Paris, à Stockholm & à Upſal, il en compoſe une Table, & compare ces obſervations aux élémens de la théorie qu'il en a déduit. *Voyez ces Élémens, dans la Table, ſous le N.° VII.* Voici la Table des obſervations.

1769.	TEMPS moyen à ROME.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Australe.	LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée, Australe.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Août 8	11. 45. 20	1. 5. 32. 0	1. 29. 0	1. 5. 22. 25	1. 30. 24	— 9. 35	+ 1. 24
14	13. 14. 32	1. 9. 58. 16	3. 17. 13	1. 9. 48. 48	3. 6. 29	— 9. 32	— 10. 44
21	13. 45. 15	1. 17. 1. 30	5. 53. 49	1. 17. 1. 50	5. 54. 33	+ 0. 20	+ 0. 44
27	13. 22. 6	1. 26. 36. 56	9. 41. 37				
28	14. 31. 15	1. 28. 51. 27	10. 32. 2	1. 28. 51. 30	10. 32. 8	+ 0. 3	+ 0. 6
30	14. 23. 16	1. 3. 44. 25	12. 20. 12				
31	12. 56. 45	2. 6. 20. 38	13. 16. 46				
Sept. 1	13. 32. 48	2. 9. 30. 39	14. 22. 33				
2	13. 30. 43	2. 12. 57. 17	15. 28. 3	2. 12. 57. 52	15. 28. 42	+ 0. 55	+ 0. 39
3	14. 9. 11	2. 16. 45. 15	16. 38. 57	2. 16. 45. 15	16. 38. 30	0. 0	— 0. 29
4	14. 37. 28	2. 20. 55. 37	17. 51. 30	2. 20. 56. 42	17. 50. 1	+ 1. 5	— 1. 29
5	13. 38. 13	2. 25. 13. 20	18. 58. 5	2. 25. 14. 28	18. 56. 56	+ 1. 8	— 1. 9
6	15. 0. 39	3. 0. 22. 30	20. 8. 54	3. 0. 22. 41	20. 8. 5	+ 0. 11	— 0. 49
7	14. 21. 33	3. 5. 27. 32	21. 10. 2	3. 5. 26. 56	21. 8. 30	— 0. 36	— 1. 32
8	15. 44. 36	3. 11. 16. 6	22. 7. 14	3. 11. 16. 55	22. 5. 49	+ 0. 49	— 1. 25
9	14. 56. 30	3. 16. 50. 46	22. 49. 49	3. 16. 50. 10	22. 48. 1	— 0. 36	— 1. 48
10	14. 56. 47	3. 22. 42. 32	23. 21. 12	3. 22. 42. 13	23. 19. 25	— 0. 19	— 1. 47
11	15. 32. 8	3. 28. 44. 45	23. 39. 20	3. 28. 43. 34	23. 37. 22	— 1. 11	— 1. 58
12	16. 4. 18	4. 4. 40. 7	23. 43. 56	4. 4. 37. 13	23. 40. 52	— 2. 54	— 3. 4
13	16. 6. 27	4. 10. 10. 32	23. 34. 8	4. 10. 11. 1	23. 31. 18	+ 0. 29	— 2. 50
14	16. 33. 14	4. 15. 34. 1	23. 13. 11	4. 15. 32. 0	23. 10. 9	— 2. 1	— 3. 2
15	17. 20. 0	4. 20. 39. 17	22. 43. 34	4. 20. 36. 10	22. 38. 46	— 3. 7	— 4. 48
			Boréale.		Boréale.		
Oct. 24	6. 45. 2	7. 20. 21. 34	17. 19. 0	7. 20. 21. 41	17. 17. 54	+ 0. 7	— 1. 6
25	6. 53. 30	7. 22. 13. 37	17. 49. 36				
26	6. 50. 9	7. 24. 0. 33	18. 17. 53				
27	6. 40. 20	7. 25. 40. 37	18. 44. 52				
28	6. 19. 49	7. 27. 20. 3	19. 8. 0	7. 27. 20. 27	19. 8. 19	+ 0. 24	+ 0. 19
Nov. 4	6. 19. 21	8. 7. 58. 40	21. 13. 57				
17	5. 37. 34	8. 23. 28. 47	22. 59. 59				
18	5. 37. 34	8. 24. 28. 25	23. 4. 17				
20	5. 59. 21	8. 26. 31. 4	23. 11. 15	8. 26. 25. 27	23. 9. 58	— 5. 37	— 1. 17
27	7. 3. 2	9. 2. 48. 55	23. 24. 53	9. 2. 42. 9	23. 24. 54	— 9. 46	+ 0. 1
28	6. 8. 45	9. 3. 38. 34	23. 26. 28	9. 3. 29. 33	23. 26. 1	— 9. 1	— 0. 27
Déc. 1	6. 18. 42	9. 5. 59. 58	23. 28. 38	9. 5. 52. 48	23. 28. 51	— 7. 10	+ 0.
2	5. 49. 18	9. 6. 41. 20	23. 33. 25	9. 6. 37. 51	23. 29. 33	— 3. 29	— 3. 52

À PISE.

À PISE.

OBSERVATIONS de la Comète de 1769, faites à Pise, par M. Slop; *extrait d'un Ouvrage intitulé,* Theoriæ Cometarum, anni 1769 & anni 1770, &c. *publié en 1771, brochure de vingt-trois pages* in-folio, *avec une Carte céleste de la route apparente de la Comète de 1769.*

1769.	TEMPS moyen à PISE.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée, Australe.	LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée, Australe.	ERREUR en longitude	ERREUR en latitude.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
Août 30	14. 47. 14	2. 3. 48. 26	12. 21. 25	2. 3. 48. 52	12. 23. 1	+ 0. 26	+ 1. 36
31	13. 17. 43	2. 6. 28. 18	13. 17. 9	2. 6. 26. 23	13. 18. 48	— 1. 55	+ 1. 39
	13. 33. 30	2. 6. 28. 28	13. 18. 21	2. 6. 28. 19	13. 19. 28	— 0. 9	+ 1. 7
	13. 51. 24	2. 6. 30. 48	13. 18. 27	2. 6. 30. 31	13. 20. 15	— 0. 17	+ 1. 48
	14. 9. 17	2. 6. 31. 59	13. 19. 41	2. 6. 32. 42	13. 21. 0	+ 0. 43	+ 1. 19
	14. 27. 30	2. 6. 32. 41	13. 19. 49	2. 6. 35. 0	13. 21. 47	+ 2. 19	+ 1. 58
Sept. 1	13. 58. 42	2. 9. 34. 55	14. 23. 7	2. 9. 35. 5	14. 23. 41	+ 0. 10	+ 0. 34
	14. 4. 53	2. 9. 36. 5	14. 23. 16	2. 9. 35. 41	14. 23. 55	— 0. 24	+ 0. 39
	14. 19. 0	2. 9. 39. 3	14. 23. 51	2. 9. 37. 2	14. 24. 28	— 2. 1	+ 0. 37
2	13. 29. 0	2. 12. 55. 9	15. 28. 52	2. 12. 55. 21	15. 28. 55	+ 0. 12	+ 0. 3
	13. 35. 57	2. 12. 56. 1	15. 30. 28	2. 12. 56. 23	15. 29. 14	+ 0. 22	— 1. 14
	13. 45. 42	2. 12. 57. 27	15. 30. 36	2. 12. 57. 48	15. 29. 42	+ 0. 21	— 0. 54
	13. 54. 26	2. 12. 58. 59	15. 31. 30	2. 12. 59. 6	15. 30. 6	+ 0. 7	— 1. 24
14	16. 24. 27	4. 15. 33. 49	23. 12. 58	4. 15. 34. 46	23. 12. 17	+ 0. 57	— 0. 41
	16. 33. 22	4. 15. 35. 21	23. 12. 37	4. 15. 36. 26	23. 12. 13	+ 1. 5	— 0. 24
	16. 43. 20	4. 15. 36. 58	23. 12. 29	4. 15. 38. 15	23. 12. 10	+ 1. 17	— 0. 19
	16. 50. 49	4. 15. 38. 46	23. 12. 6	4. 15. 39. 35	23. 12. 8	+ 0. 49	+ 0. 2
Août 14	13. 5. 34	1. 9. 58. 47	3. 9. 36	1. 9. 56. 6	3. 8. 41	— 2. 41	— 0. 55
25	13. 20. 41	1. 22. 55. 11	8. 13. 42	1. 22. 58. 28	8. 15. 45	+ 3. 17	+ 2. 3
27	13. 13. 21	1. 26. 36. 56	9. 41. 37	1. 26. 40. 53	9. 42. 28	+ 3. 57	+ 0. 51
Sept. 4	14. 11. 25	2. 20. 51. 44	17. 50. 12	2. 20. 51. 22	17. 49. 59	— 0. 22	— 0. 13
8	15. 31. 48	3. 11. 13. 0	22. 8. 14	3. 11. 12. 9	22. 7. 9	— 0. 51	— 1. 5

Nota. Des cinq dernières Observations de cette Table, les deux premières sont de moi, faites à Paris; les trois autres faites à Bologne par Mrs Zanotti, Matheucci & Canterzani.

Les élémens déduits de ces Observations sont rapportés dans la Table des élémens sous le *N.° XII.*

À CREMMUNSTER en Bavière.

Le P. Fixlmillner y observa la Comète de 1769; ses Observations sont rapportées dans les Éphémérides de Vienne, *année 1773, page 298:* les voici en Tables.

1769.	TEMPS VRAI.			ASCENSION droite observée.			DÉCLINAISON observée, Boréale.			DIAMÈT. du Noyau.	
	H.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
Août . . 26	16.	23.	55	54.	45.	34	10.	14.	8		
27	13.	21.	44	56.	36.	55					
	14.	10.	55½	56.	40.	4	9.	57.	19	1.	40
28	13.	10.	32	58.	51.	59	9.	37.	10		
	13.	23.	53	58.	52.	59	9.	39.	2		
	13.	36.	42	58.	54.	0	9.	40.	48		
	13.	49.	48	58.	55.	3	9.	38.	53		
	14.	5.	34	58.	56.	15	9.	39.	58	1.	53
29	15.	14.	45½	61.	29.	9	9.	16.	46	2.	5
30	15.	42.	25	64.	12.	31	8.	47.	19		
	15.	52.	55½	64.	13.	55	8.	47.	55		
	16.	3.	59	64.	15.	18	8.	47.	29		
	16.	27.	24	64.	17.	44	8.	42.	43	2.	12
31	14.	59.	46	67.	2.	45	8.	14.	18		
	15.	14.	31	67.	4.	13	8.	13.	25		
	15.	29.	14	67.	5.	48	8.	11.	24		
	15.	43.	14	67.	7.	23	8.	11.	33	2.	30
Septemb. 3	14.	25.	49	77.	16.	21	6.	15.	39		
	14.	33.	55	77.	17.	40	6.	15.	32		
	14.	40.	53	77.	18.	40	6.	15.	50		
	14.	48.	35	77.	20.	0	6.	15.	20		
	14.	57.	51	77.	21.	41	6.	15.	32		
	15.	5.	44	77.	22.	56	6.	14.	2	2.	32
4	15.	9.	3	81.	25.	51	5.	17.	59		
	15.	26.	41	81.	29.	27	5.	17.	31		
	15.	44.	59	81.	32.	10	5.	16.	37		
	16.	2.	49	81.	35.	3	5.	15.	51	2.	38
6	15.	7.	50	90.	20.	36	3.	20.	6		
	15.	16.	16	90.	22.	36	3.	20.	15		
	15.	26.	22	90.	24.	17	3.	19.	57		
	15.	34.	48	90.	26.	5	3.	19.	48		
	15.	42.	39	90.	28.	2	3.	19.	20		
	15.	49.	58	90.	29.	4	3.	19.	2	2.	38

À VIENNE en *Autriche.*

Par le P. Pilgram: *Extrait des Éphémérides de Vienne, année 1771, page 252.*

1769.	TEMPS vrai.			ASCENSION droite obſervée.			DÉCLINAISON obſervée.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D	M.	S.
Août... 26	13.	29.	7	69.	48.	35			
	13.	32.	36	69.	48.	50			
	13.	36.	9	69.	49.	5	7.	41.	36 B.
	13.	39.	59	69.	49.	5			
	13.	57.	47	69.	51.	51			
	14.	6.	39	69.	52.	36			
Septemb. 3	13.	32.	42	77.	6.	10	6.	14.	22.
	14.	20.	50	77.	13.	42	6.	13.	37.
	14.	27.	1	77.	14.	12	6.	12.	44.
	14.	34.	0	77.	15.	27	6.	13.	14.
	14.	40.	12	77.	16.	27	6.	12.	44.
	14.	47.	47	77.	17.	51	6.	13.	7.
4	14.	8.	2	81.	11.	19	5.	21.	1.
	14.	14.	9	81.	12.	34	5.	20.	35.
	14.	27.	46	81.	15.	4	5.	20.	27.
	14.	51.	5	81.	19.	50	5.	20.	34.
6	15.	54.	17	90.	33.	34	4.	26.	51.
9	15.	23.	10	105.	32.	5	0.	15.	5 A.
	15.	26.	25	105.	32.	50			
	15.	36.	21	105.	35.	21			
	15.	57.	19	105.	39.	21	0.	16.	39.
	16.	2.	16	105.	42.	52	0.	17.	18.
	16.	18.	21	105.	43.	52	0.	17.	18.

À T Y R N A W *en Hongrie.*

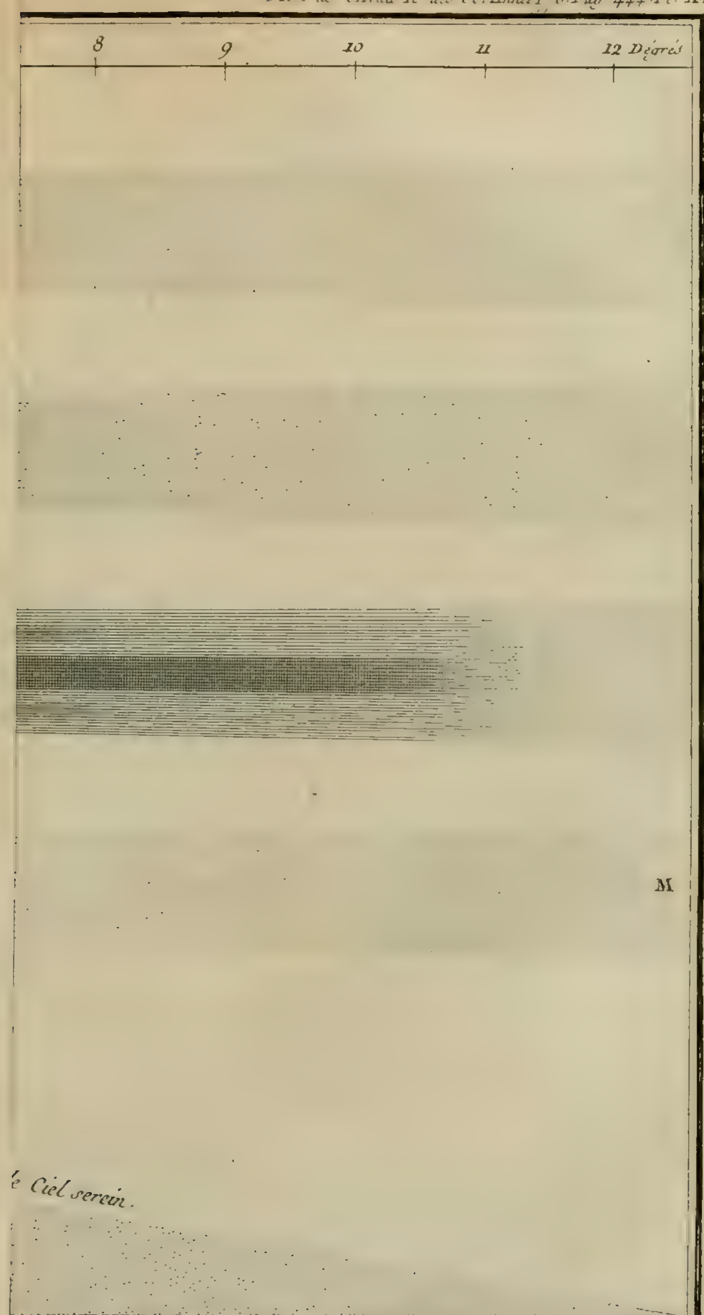
Obſervations de la Comète de 1769, par le P. Weiſſ: *Extrait du Recueil de ſes obſervations, cahier pour les années 1768, 1769 & 1770, in-4.°*

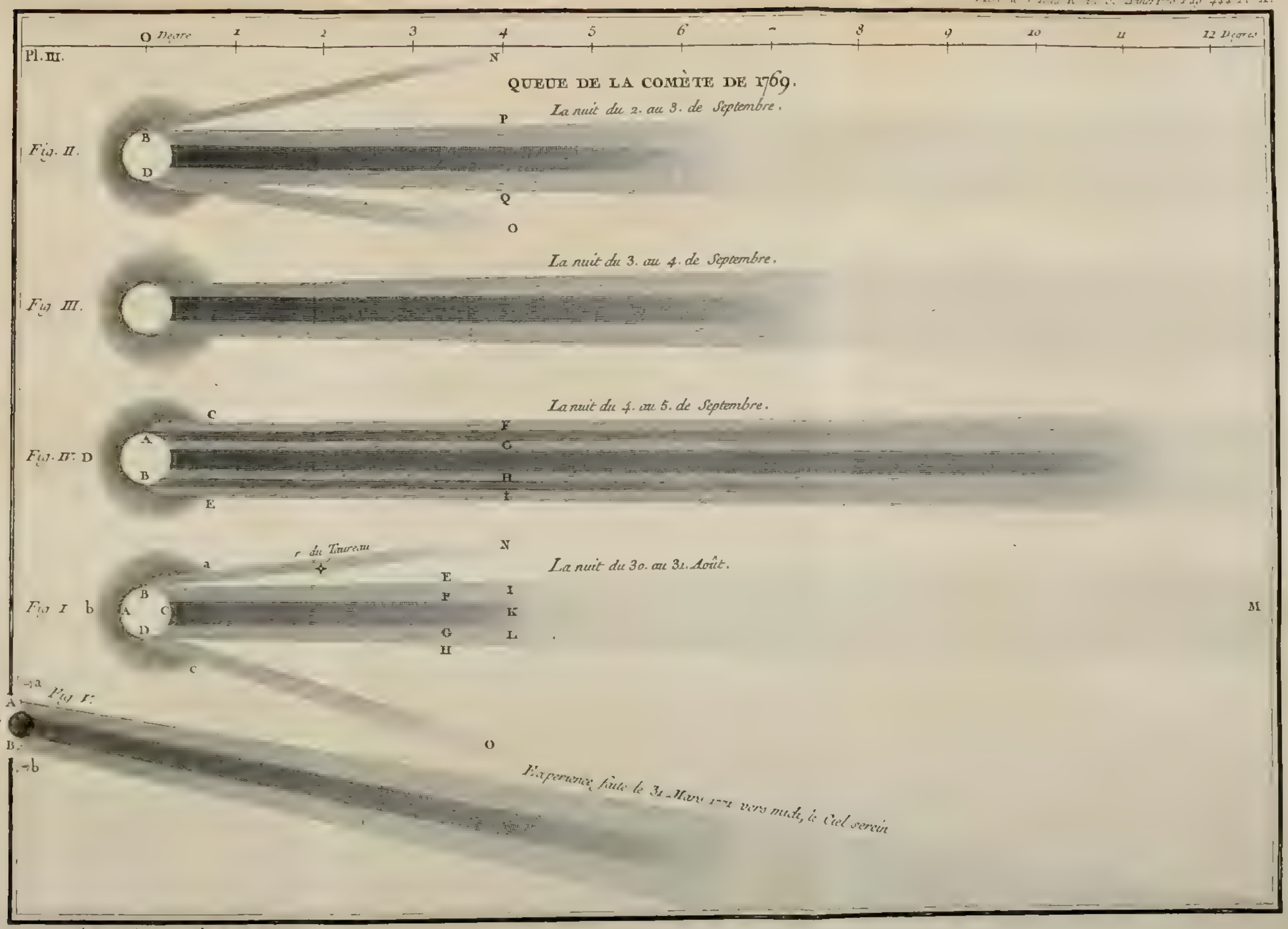
1769.	Temps vrai.	Ascension droite obſervée.	Déclinais. obſervée, Boréale.	Longitude obſervée.	Latitude obſervée, Auſtrale.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 28	12. 49. 34	58. 43. 18	9. 41. 24	1. 28. 38. 28	10. 26. 8
	13. 14. 26	58. 47. 33	9. 41. 7	1. 28. 42. 34	10. 27. 15
	14. 56. 50	58. 57. 35	9. 37. 44	1. 28. 51. 39	10. 33. 5
30	12. 27. 5	63. 45. 58	8. 51. 1	2. 3. 27. 14	12. 13. 52
	14. 11. 8	63. 59. 30	8. 48. 55	2. 3. 39. 58	12. 18. 19
31	14. 15. 56	66. 52. 35	8. 15. 29	2. 6. 27. 33	13. 20. 20
Sept. 1	14. 15. 42	70. 0. 48	7. 39. 5	2. 9. 31. 39	14. 24. 24
2	14. 1. 52	73. 27. 26	7. 1. 23	2. 12. 56. 57	15. 28. 18
3	13. 25. 25	77. 5. 10	6. 16. 13	2. 16. 35. 43	16. 35. 57
	13. 56. 52	77. 8. 41	6. 14. 57	2. 16. 39. 17	16. 37. 32
	14. 59. 42	77. 18. 43	6. 12. 46	2. 16. 49. 27	16. 40. 32
	16. 10. 58	77. 30. 29	6. 10. 20	2. 17. 1. 23	16. 44. 6
6	14. 44. 35	90. 14. 6	3. 21. 55	3. 0. 14. 59	20. 6. 13
7	15. 7. 32	95. 9. 5	2. 11. 24	3. 5. 29. 51	21. 10. 49
8	15. 45. 8	100. 21. 28	0. 56. 52	3. 11. 11. 21	22. 7. 9
	16. 5. 36	100. 25. 59	0. 55. 37	3. 11. 16. 22	22. 8. 3
			Auſtrale.		
9	15. 24. 53	105. 28. 58	0. 15. 44	3. 16. 50. 12	22. 49. 49
	15. 44. 9	105. 33. 14	0. 16. 1	3. 16. 54. 48	22. 49. 35

À L'I S L E D E F R A N C E.

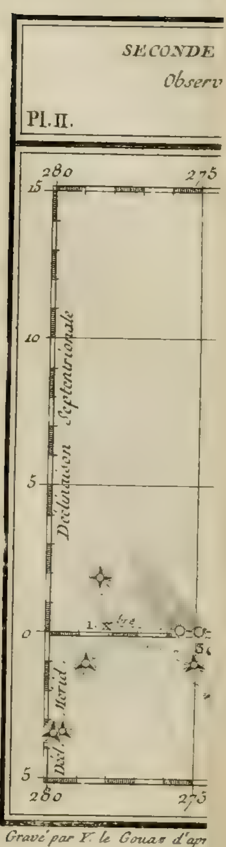
Obſervations de la Comète de 1769, par M. de la Nux.

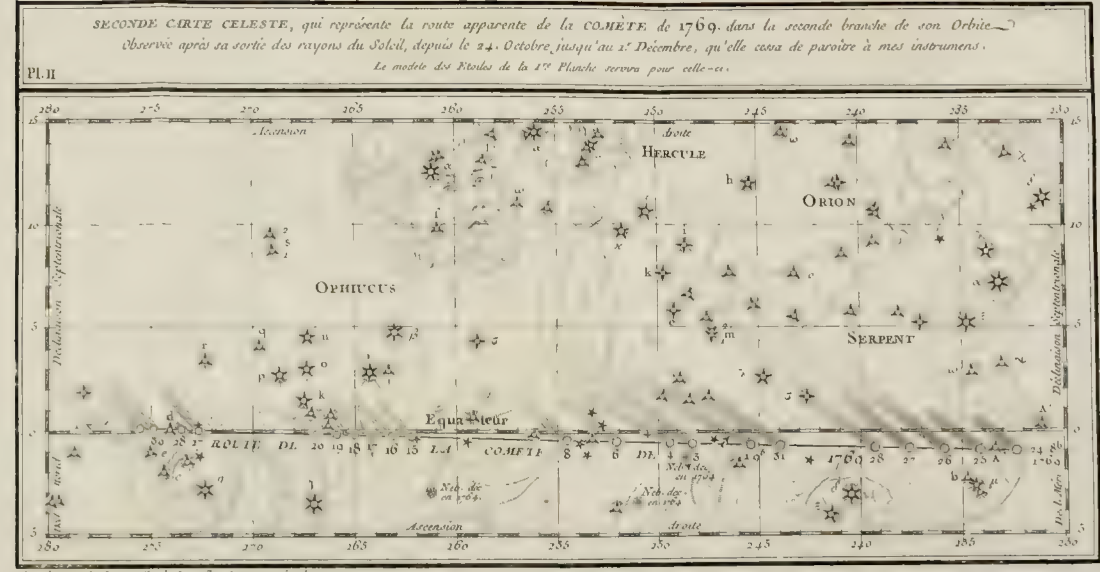
Ces Obſervations ſont annoncées dans nos Mémoires, *année 1770, page 119* de l'Hiſtoire, comme devant être imprimées dans le Recueil des Mémoires des Savans Étrangers.

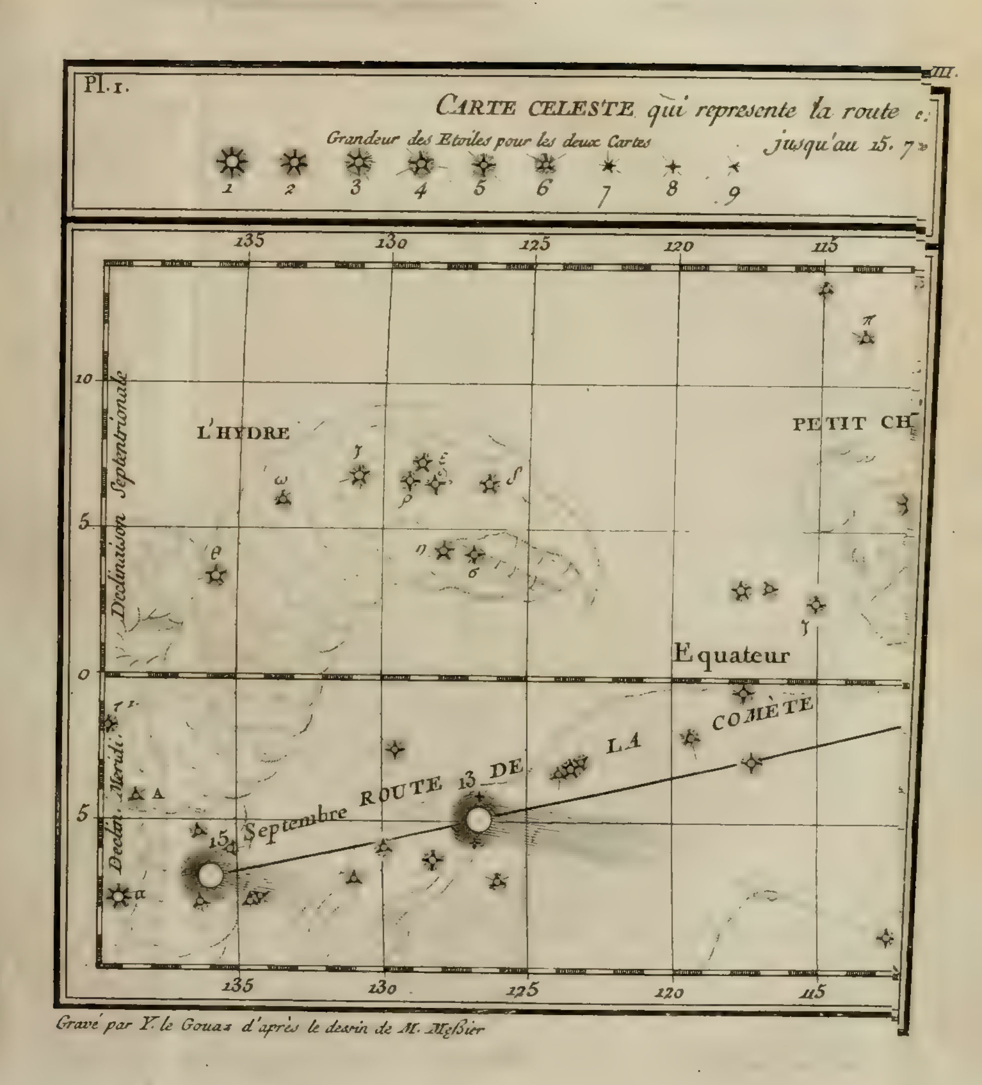

8
9
10
11
12 Dégrés
M
e Ciel serein.



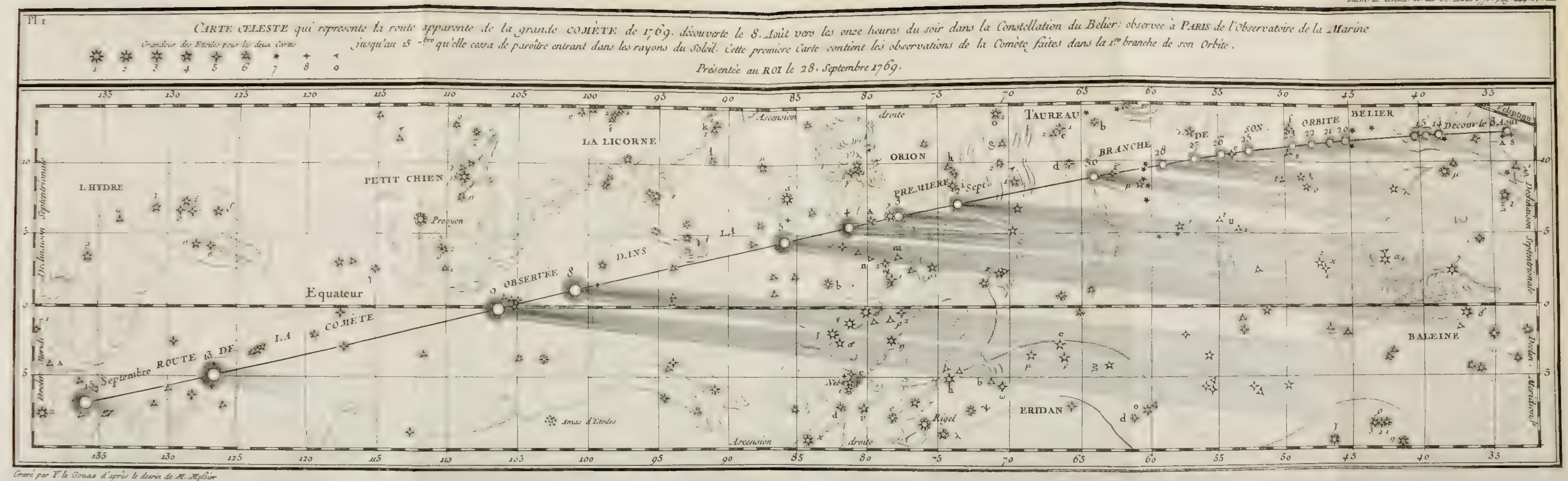
Gravé par Y. le Gouaz d'après le Dessin de M. Messier


SECONDE
Observ
Pl.II.
280
275
15
10
5
0
5
Déclinaison Septentrionale
Décl. Mérid.
Gravé par Y. le Gouaz d'apr


Page 444. Pl. IX.
SECONDE CARTE CELESTE, qui représente la route apparente de la COMÈTE de 1769. dans la seconde branche de son Orbite
Observée après sa sortie des rayons du Soleil, depuis le 24. Octobre jusqu'au 1.r Décembre, qu'elle cessa de paroître à mes instrumens.
Le modele des Etoiles de la 1.re Planche servira pour celle-ci.
Pl. II
HERCULE
ORION
OPHIUCUS
SERPENT
Equateur
ROUTE DE LA COMETE DE 1769
Ascension droite
Déclinaison Septentrionale
Neb. déc. en 1764.
Gravé par V. le Gouaz d'après le Dessin de M. Messier



Gravé par Y. le Gouaz d'après le dessin de M. Meßier


Pl. I
CARTE CELESTE qui represente la route apparente de la grande COMÈTE de 1769. découverte le 8. Août vers les onze heures du soir dans la Constellation du Belier: observée à PARIS de l'Observatoire de la Marine jusqu'au 15 7.bre qu'elle cessa de paroître entrant dans les rayons du Soleil. Cette premiere Carte contient les observations de la Comète faites dans la 1.re branche de son Orbite.
Présentée au ROI le 28. Septembre 1769.
Grandeur des Etoiles pour les deux Cartes
1 2 3 4 5 6 7 8 9
135 130 125 120 115 110 105 100 95 90 85 80 75 70 65 60 55 50 45 40 35
L'HYDRE
PETIT CHIEN
Procyon
LA LICORNE
ORION
TAUREAU
BELIER
BALEINE
ERIDAN
Rigel
Amas d'Etoiles
Equateur
Ascension droite
Ecliptique
Declinaison Septentrionale
Declin. Meridionale
Découverte le 8 Août
ROUTE DE LA COMÈTE OBSERVÉE DANS PREMIERE BRANCHE DE SON ORBITE
15 Septembre
1 Sept.
Gravé par Y. le Gouaz d'après le dessin de M. Messier

MÉMOIRE
CONTENANT
LES OBSERVATIONS
DE LA XVIe COMÈTE

*Obſervée à Paris de l'Obſervatoire de la Marine; depuis le 18 Août juſqu'au 25 Octobre 1774**.

Par M. MESSIER.

CETTE Comète fut découverte à Limoges, le 11 Août, par M. Montaigne. L'Académie en eut connoiſſance le 17 du même mois: voici l'extrait de la lettre de M. Montaigne. 20 Décemb. 1774.

« Je vis hier, pour la première fois, à 10 heures du ſoir, une Comète; je n'en fis pas d'abord grand cas, croyant que « c'étoit une nébuleuſe que je n'avois pas encore rencontrée; « ce ne fut qu'environ deux heures après que je trouvai un « léger changement dans ſa poſition. Son mouvement étoit « lent & peut-être d'environ vingt minutes ſur un grand cercle, « en vingt-quatre heures, & contre l'ordre des ſignes; j'ai « préſenté ici ſa ſituation relative à pluſieurs Étoiles qui l'avoi- « ſinoient, & qui ſont placées ſur le dos du *Reëne*, & ſur la « ligne qui va de l'étoile *Polaire* à la jambe de *Caſſiopée* ε, & « au point où cette ligne ſeroit coupée par la perpendiculaire « abaiſſée ſur elle de γ de *Céphée;* ces Étoiles ſont aſſez remar- « quables par l'étoile *A* qui eſt double, & toutes deux aſſez « brillantes ».

D'après ces données, je rapportai ſur un globe & ſur

* C'eſt la LXIIIe Comète dont l'orbite ait été calculée.

l'Atlas des Cartes céleſtes de Flamſtéed, la poſition de la Comète vue à Limoges, le 11 Août.

Le 17 Août, le ciel entièrement ſerein, je cherchai la Comète, dans l'endroit du ciel où elle devoit être, depuis neuf heures juſqu'à onze heures & demie du ſoir, avec une lunette de nuit, & avec une lunette ordinaire de trois pieds & demi, ſans pouvoir la découvrir; la grande lumière de la Lune qui avoit paſſé ſon premier quartier depuis le 14, pouvoit nuire beaucoup à cette recherche; j'attendis enſuite que la Lune fût couchée; depuis deux heures juſqu'à trois heures & demie du matin, je cherchai encore la Comète avec les mêmes lunettes, ſans pouvoir la découvrir; ce qui me fit conjecturer qu'elle devoit être très-petite, & ſa lumière très-foible. Je remis au lendemain, 18 Août, à la rechercher de nouveau.

Beau temps la nuit du 18 au 19 Août; auſſi-tôt que les Étoiles parurent, je cherchai de nouveau la Comète avec beaucoup de ſoin & d'attention; vers les onze heures du ſoir, je la découvris au-deſſous de l'étoile γ de *Perſée*, & à peu de diſtance du vertical de cette Étoile; elle paroiſſoit ſous la forme d'une petite nébuleuſe, preſque inſenſible dans la lunette ordinaire de trois pieds & demi, dont j'ai parlé. Pour mieux juger des apparences de la Comète, je montai ſur ſon pied ma lunette achromatique de trois pieds & demi de foyer à triple objectif, en ne la faiſant groſſir que médiocrement, & je reconnus aiſément avec cet inſtrument que c'étoit la Comète elle-même, le noyau étoit peu apparent, & point terminé, environné d'une légère nébuloſité. A trois heures du matin, le 19, j'examinai de nouveau la Comète, & je reconnus qu'elle avoit changé un peu de poſition. Lorſque je vis pour la première fois la Comète, il ne paroiſſoit auprès d'elle & très-près du noyau, qu'une petite Étoile téleſcopique: à la ſeconde obſervation, à trois heures du matin, il en paroiſſoit une ſeconde à côté de la première, & de même lumière; je préſumai que cette ſeconde Étoile qui ne paroiſſoit pas à la première obſervation, étoit alors

Étoile téleſcopique éclipſée par la Comète.

éclipsée par la Comète; ce ne pouvoit pas être la Lune qui avoit empêché de la voir, en en voyant une, j'aurois dû voir la seconde, l'une & l'autre ayant le même degré de lumière.

Le 18, vers les onze heures du soir, je comparai le noyau de la Comète à une Étoile de septième grandeur, qui paroissoit dans le champ de la lunette en même temps que la Comète, je ne pus ce même soir reconnoître cette Étoile, & je remis au lendemain à en déterminer la position, en la liant à d'autres Étoiles connues.

Le 19 Août, ciel parfaitement beau, mais la Lune qui approchoit de son plein répandoit une grande lumière, qui diminuoit les apparences de la Comète. Je comparai le noyau à la même Étoile que le 18, & je reconnus que cette Étoile n'avoit pas encore été observée: pour déterminer sa position, je la comparai en ascension droite & en déclinaison à deux étoiles de Cassiopée; savoir la quarante-septième, cinquième grandeur; & la quarante-neuvième, sixième grandeur, suivant l'ordre que tiennent ces Étoiles dans le Catalogue de Flamstéed. La Comète fut comparée deux fois à l'Étoile de septième grandeur, les positions sont rapportées dans la première Table qui est à la suite de ce Mémoire. Voici la détermination de l'Étoile qui étoit près de la Comète qui a servi à en déterminer le lieu.

N.°	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	*D. M. S.*		
4.	15. 28. 25	76. 21. 43	7	déterm. par la 47 & 49.e de Cassiopée, Comète comp. les 18, 19, 20 & 21 Août.

Je comparai le même soir, le noyau de la Comète à l'épaisseur d'un des fils du micromètre, & je trouvai que son diamètre, quoique mal terminé, répondoit à quarante secondes de grand cercle: le diamètre de la chevelure à 5′ 56″. Le

Diamètre du noyau & de la nébulosité.

noyau de la Comète étoit brillant & d'une lumière blanchâtre.

Le 20 Août, ciel comme la veille, parfaitement beau : je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile, de ſeptième grandeur, que les jours précédens & à trois repriſes différentes : les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la première Table ; la Lune, qui étoit dans ſon plein & ſur l'horizon, répandoit une ſi grande lumière, qu'on avoit de la peine à diſtinguer la Comète dans une lunette ordinaire de trois pieds & demi ; l'examinant avec celle de Dollond, auſſi de trois pieds & demi, à triple objectif, on la voyoit un peu mieux.

Comme le mouvement de la Comète eſt très-lent, les obſervations ſont un peu douteuſes, elles le ſont encore par rapport à la poſition du micromètre qui n'étoit pas parfaitement ſur le parallèle des Étoiles : cela étoit difficile à obtenir, la machine parallactique ne pouvant pas avoir ſon mouvement libre, lorſqu'elle étoit dirigée au point du ciel où répondoit la Comète, qui avoit alors une très-grande déclinaiſon boréale.

Le 21 au ſoir, il y avoit des nuages rares : la Comète avoit les mèmes apparences que les jours précédens : la Lune, qui étoit ſur l'horizon, empêcha de juger de ſa grandeur & de ſa lumière ; je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile que les jours précédens, *n.° 4*, la détermination de la Comète par cette Étoile, toujours douteuſe à cauſe de la lenteur de ſon mouvement, & de la difficulté de diriger exactement ſur le parallèle des Étoiles, les fils du micromètre ; je comparai le noyau de la Comète deux fois à cette Étoile, & du réſultat des deux obſervations, j'ai pris un milieu.

Le 22, ciel couvert le ſoir & la nuit du 22 au 23, de manière qu'il ne fut pas poſſible de déterminer le lieu de la Comete.

Le 23, ciel couvert preſque toute la journée, avec pluie l'après-midi ; vers les neuf heures du ſoir, le ciel commença à s'éclaircir vers le Nord, j'en profitai pour rechercher la Comète, & je la comparai à deux Étoiles déjà connues, qui ſont la vingt-unième & la vingt-troiſième de Caſſiopée, l'une

&

& l'autre de la sixième grandeur, suivant le Catalogue de Flamstéed; de quatre comparaisons faites entre l'Étoile vingt-unième, en ascension droite & en déclinaison, & le noyau de la Comète, j'ai pris un milieu, les observations étant peu éloignées entr'elles; la détermination du lieu de la Comète qui en a résulté, est rapportée dans la première Table.

Le 24, beau temps; le soir, entre huit & neuf heures, je comparai le noyau de la Comète aux deux Étoiles de la veille, vingt-unième & vingt-troisième de Cassiopée; je comparai ensuite un grand nombre d'Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées avec l'étoile γ de Céphée, de troisième grandeur.; voici leurs positions: celle de la Comète est rapportée dans la première Table.

N.os	Ascension droite.			Déclinais. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
5	15.	52.	40	75.	1.	57	8	dét. par la 21.e de Cassiopée.
6	20.	12.	6	76.	48.	6	7	détermin. par γ de Céphée.
7	23.	20.	56	77.	4.	3	7	déterminée par la même γ.
8	25.	15.	51	76.	47.	46	6	déterminée par la même γ.

Le 25 Août au soir, le ciel fut couvert; cependant, vers les neuf heures, s'étant éclairci, je vis la Comète sans pouvoir en déterminer le lieu.

Le 26, ciel couvert, de même que la veille.

Le 27, beau temps le soir jusqu'à dix heures un quart que le ciel se couvrit totalement; depuis la nuit close j'observai la Comète, elle paroissoit avoir un peu plus de lumière que les jours précédens, sans cependant pouvoir dire si elle augmentoit ou diminuoit. Je comparai le noyau de la Comète à la vingt-troisième étoile de Cassiopée, de sixième grandeur; la comparaison avec cette Étoile fut répétée deux fois, & je pris un milieu; la détermination est rapportée dans la Table: après les observations de la Comète, je déterminai, par son

moyen, la poſition de trois petites Étoiles, deux deſquelles ſe trouvoient très-près de la Comète, toutes deux de la huitième à la neuvième grandeur; la troiſième, de la ſeptième à la huitième: je les marque de huitième & de neuvième grandeur. La chevelure de la Comète, vue à la lunette achromatique de trois pieds & demi, paroiſſoit s'étendre plus à l'Orient qu'à l'Occident.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
1	1. 6. 10	71. 44. 5	9	près de la Com. dét. par elle.
2	1. 23. 40	71. 53. 26	9	près de la Com. dét. de même
3	2. 47. 40	70. 33. 9	8	déter. par la Comète; Com. comparée le 28 Août.

Le 28, beaucoup de pluie l'après-midi: le ſoir, ciel parfaitement beau. Je comparai le noyau de la Comète deux fois à l'Étoile déterminée la veille, *n.° 3*, de huitième grandeur; ayant pris un milieu entre les obſervations, j'ai déduit l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de la Comète, qui eſt rapportée dans la Table. La Comète paroiſſoit plus brillante que les jours précédens; ſa lumière avoit augmenté depuis la veille: après les obſervations de la Comète, je comparai à γ de Céphée les Étoiles déjà obſervées le 24 Août: ayant pris un milieu entre les obſervations, j'ai rapporté leurs poſitions. Je comparai le même ſoir l'Étoile quarante-ſeptième de Caſſiopée, cinquième grandeur ſuivant Flamſtéed, à γ de Cephée; par ces obſervations, je trouvai l'aſcenſion droite de cette étoile quarante-ſeptième, de 25^d $43' 34''$, & ſa déclinaiſon boréale de 76^d $10'$ $57''$: en comparant cette détermination avec celle qui eſt rapportée dans le Catalogue de Flamſtéed, j'ai trouvé l'aſcenſion droite de $58' 45''$ plus grande que ne la donne le Catalogue.

Étoiles 47.e & 49.e de Caſſiopée, les aſcenſions droites mal déterminées dans Flamſtéed.

Je vérifiai de même l'étoile quarante-neuvième de la

même conſtellation, je trouvai une différence dans l'aſcenſion droite de cette Étoile, de 55′ 15″. J'ai rapporté dans la ſeconde Table, la détermination de ces deux Etoiles, ſuivant mes obſervations.

Le 29, vers les dix heures du ſoir, le ciel devint paſſablement beau, je vis la Comète, & je cherchai à en déterminer le lieu par l'Étoile de la veille; mais le temps ne permit pas de faire cette comparaiſon; vers les onze heures, le ciel ſe couvrit entièrement, & il tomba beaucoup de pluie le reſte de la nuit.

Le 30, le ciel fut couvert.

Le 31 Août, ciel parfaitement ſerein, j'employai plus d'une demi-heure à chercher la Comète, ſes apparences étoient à peu de choſe près les mêmes que le 28; la chevelure un peu plus alongée vers l'Orient; je comparai le noyau de la Comète à l'étoile *o* de Céphée, cinquième grandeur ſuivant Flamſtéed, la poſition en eſt rapportée dans la Table.

Je déterminai auſſi par le moyen de cette étoile *o*, la poſition de deux autres Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés, l'une de la ſixième grandeur, & l'autre de la neuvième.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
70	354. 14. 12	66. 32. 34	6	déterminée par *o* de Céphée; Com. comp. 2 & 3 Sept.
73	358. 20. 36	67. 36. 51	9	déterminée par la même *o*.

Le 1.er Septembre, ciel parfaitement ſerein le ſoir; la Comète paroiſſoit avoir la même lumière que la veille; je comparai le noyau à la même étoile *o* de Céphée; la poſition en eſt rapportée dans la Table.

Le 2, beau temps le ſoir, la Comète paroiſſoit avec la même lumière que les jours précédens; elle étoit près de

l'Étoile déterminée le 31 Août, de ſixième grandeur, *n.° 70 ;* je comparai le noyau à cette Étoile & à l'étoile *o* de Céphée, j'avois commencé auſſi à comparer l'étoile *o* à l'étoile *ι*, quatrième grandeur de Céphée ; mais le ciel ne me permit pas de terminer cette comparaiſon ; je comparai ſeulement une Étoile de ſeptième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, à l'étoile *ι* de Céphée, voici ſa poſition ; celles de la Comète ſont rapportées dans la Table.

N.°	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
44	343. 42. 58	65. 59. 42	7	détermin. par *ι* de Céphée.

Le 3 Septembre, beau temps ; je comparai directement le noyau de la Comète aux étoiles *ι* de Céphée, quatrième grandeur, & à l'Étoile déterminée ci-deſſus, le 31 Août, *n.° 70 ;* les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la Table. Je comparai le même ſoir pluſieurs Étoiles qui n'étoient pas encore déterminées, à l'étoile *ι* de Céphée ; je vérifiai celle du 31 Août, *n.° 70*, & celle de la veille, *n.° 44 ;* voici la poſition des deux autres.

N.os	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
49	345. 13. 32	65. 59. 59	8	dét. par *ι* de Céphée ; Com. comp. le 4 Septembre.
69	353. 59. 32	65. 30. 54	7	déter. par *ι*, milieu pris entre quatre déterminations.

L'Étoile déterminée ci-deſſus, *n.° 69*, étoit près de la Comète, & la Comète fut comparée à cette Étoile, le 4 Septembre.

Le 4, beau temps dans la matinée, beaucoup de nuages l'après midi; à ſept heures du ſoir, éclairs, tonnerre & un peu de pluie, depuis ſept heures trois quarts juſqu'à neuf heures, le ciel fut découvert en partie; entre les nuages, je vis la Comète, & je comparai le noyau trois fois à l'Étoile déterminée la veille, *n.º 69*, ſeptième grandeur, la poſition de cette Étoile eſt rapportée ci-deſſus: j'y comparai de même une Étoile de huitième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, & qui étoit ce ſoir ſur le parallèle de la Comète; voici ſa poſition.

N.º	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	*D. M. S.*		
67	350. 24. 47	64. 29. 57	8	déterminée par le *n.º 69*, Com. comp. le 5 Sept.

Le 5, beau temps; le ſoir, j'obſervai la Comète, & je comparai le noyau à l'Étoile déterminée la veille, *n.º 67*. L'Étoile & la Comète avoient à peu de choſe près la même aſcenſion droite; je comparai auſſi cette Étoile, *n.º 67*, pluſieurs fois à l'Étoile déterminée le 3, *n.º 69*, ſeptième grandeur, qui étoit près de la Comète ce même jour; j'obſervai auſſi pluſieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, voici leurs poſitions.

N.ºˢ	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	*D. M. S.*		
57	348. 25. 2	64. 7. 0	8	dét. par le *n.º 69*, rapportée au 3 Septembre.
63	349. 14. 27	64. 23. 26	8	déter. par le *n.º 57* ci-deſſ.
68	352. 51. 2	63. 9. 41	8	détermin. par la même 57.ᵉ Com. comp. le 6 Sept.
71	354. 21. 32	63. 36. 47	7	déter. par la 57.ᵉ ci-deſſus.

Le 6 Septembre, beau têmps le soir, j'obſervai la Comète, & je comparai le noyau, deux fois à une des Étoiles déterminées la veille, *n.° 68*, huitième grandeur, & deux fois à l'étoile *d* de Caſſiopée, ſixième grandeur; les déterminations de la Comète qui réſultent de ces obſervations, diffèrent entr'elles de pluſieurs minutes en aſcenſion droite & en déclinaiſon; j'ignore ſi cette différence ne proviendroit pas de l'étoile *d* qui ſeroit mal déterminée dans le Catalogue de Flamſtéed, où je l'ai priſe: voyez les déterminations de la Comète rapportées dans la première Table. Flamſtéed marque l'étoile *d* de cinquième grandeur, je ne l'ai eſtimée que de la ſixième.

Amas de petites Étoiles avec de la nébuloſité.

Le 7, ciel en grande partie couvert; entre huit & neuf heures du ſoir, il y avoit quelques éclaircis entre les nuages, j'en profitai pour chercher la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile de la veille *d* de Caſſiopée. Je comparai auſſi à la même Étoile, un amas de très-petites Étoiles, qui contenoit un peu de nébuloſité; cet amas vu à la lunette ordinaire de trois pieds & demi, paroiſſoit ſous la forme d'une nébuleuſe, mais à la lunette achromatique de trois pieds & demi, c'étoit un amas de très-petites Étoiles: voici ſa poſition.

N.°	ASCENSION droite	DÉCLINAIS. boréale.	
	D. M. S.	D. M. S.	
60	348. 39. 27	60. 22. 12	amas d'étoiles déterminées par *d* de Caſſiopée.

Étoile, *n.° 3*, de Caſſiopée, mal déterm. dans Flamſtéed.

Le 8, ciel parfaitement beau, comme il eſt rare de le voir à Paris; la Comète paroiſſoit avec la même lumière que les jours précédens; je comparai le noyau, trois fois à la même étoile que la veille, *d* de Caſſiopée; & l'étoile *d*, je la comparai à d'autres Étoiles qui n'étoient pas encore déterminées, pour parvenir à connoître l'étoile, *n.° 3*, de

Caſſiopée, ſixième grandeur, qui devoit ſervir les jours ſuivans à la détermination du lieu de la Comète; je reconnus d'après ces comparaiſons que ce ne pouvoit pas être l'étoile *n.° 3* de Caſſiopée, ſuivant Flamſtéed, qu'elle n'exiſtoit pas dans le ciel à l'endroit où Flamſtéed la rapporte; celle que j'obſervai en différoit de $1^d\ 34'\ 30''$ en aſcenſion droite, & $6'\ 25''$ en déclinaiſon; cette vérification fut répétée les jours ſuivans, & je trouvai la même différence. Voici les poſitions des Étoiles déterminés.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
55	348. 14. 42	58. 54. 29	7	dét. par le *n.° 62* ci-deſſous.
62	349. 7. 57	59. 51. 36	8	déterm. par *d* de Caſſiopée.
65	349. 56. 8	57. 18. 58	6	déterm. par β de Caſſiopée; comp. les 9 & 10 Sept.
66	350. 5. 27	57. 19. 28	6	déter. par le *n.° 55* ci-deſſus.

Le 9 Septembre, quelques nuages le ſoir; ils ſe diſſipèrent en grande partie vers les huit heures & demie; je comparai le noyau de la Comète, à une des Étoiles de la veille, *n.° 65*, & directement à β de Caſſiopée, rapportée dans les Éphémérides de M. de la Caille, de la troiſième à la ſeconde grandeur; les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la Table. J'obſervai le même ſoir une Étoile de ſixième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, voici ſa poſition.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
72	354. 33. 38	57. 43. 24	6	déterm. par β de Caſſiopée.

Le 10, beau temps l'après-midi, juſqu'à ſix heures &

demie du ſoir que le ciel commença à ſe couvrir, peu de temps après, il le fut preſque totalement; vers les huit heures & demie, les nuages ſe ſéparèrent & laiſſèrent quelques éclaircis, j'obſervai la Comète, & je comparai le noyau à l'Étoile rapportée au 8 de ce mois, *n.° 65.* Je comparai auſſi pluſieurs Étoiles entr'elles, & ſur-tout celles de la veille; après ces obſervations, le ciel redevint entièrement couvert.

Le 11, ciel couvert le ſoir juſqu'à huit heures & demie qu'il commença à ſe découvrir, il fut enſuite ſerein juſqu'à dix heures un quart. Je n'avois pu profiter de l'intervalle de ce beau temps, étant allé à Verſailles pour préſenter au Roi, la Carte des obſervations de la diſparition & de la réapparition des anſes de l'anneau de Saturne, en 1773 & 1774. Je ne fus de retour à Paris, que vers les dix heures du ſoir; dans les intervalles des nuages, je recherchai la Comète, & je comparai le noyau à une Étoile de ſeptième grandeur, qui étoit la veille près de la Comète; la poſition de cette Étoile qui n'avoit pas encore été déterminée, ſera rapportée au 13 de ce mois, ſous le *n.° 58.* La détermination du noyau de la Comète, par cette Étoile, fut douteuſe à cauſe des nuages, je n'ai pas laiſſé que de la rapporter dans la première Table, qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

Le 12 Septembre, ciel entièrement couvert le ſoir.

Le 13, beau temps le ſoir: je comparai le noyau de la Comète deux fois à une Étoile de la ſixième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; j'obſervai ſon lieu en la comparant à d'autres Étoiles connues; c'eſt la quarante-cinquième de la Table qui va ſuivre & qui contient les poſitions de pluſieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été obſervées.

J'examinai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, elle ne paroiſſoit pas avoir augmenté de lumière; ſa chevelure s'étendoit plus à l'Orient qu'à l'Occident: le noyau, ſans être terminé, étoit très-petit, mais d'une lumière vive & blanchâtre.

N.os

N.os	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
37.	342. 15. 15	51. 29. 14	7	déterm. par la 6.e du Lézard, suivant Flamstéed.
41.	343. 2. 45	52. 37. 51	9	dét. par le n.o 43, ci-dessous.
43.	343. 14. 0	54. 3. 24	8	dét. par plusieurs ét. connues.
45.	344. 12. 15	51. 37. 49	6	déterm. par le n.o 41 ci-dess. Comète comparée ce soir.
48.	345. 10. 0	51. 51. 12	7	déterm. par le n.o 45 ci-dess.
50.	345. 42. 0	55. 20. 26	10	double, la 1.ere déterm. par le n.o 58 ci-dessous.
51.	346. 32. 0	52. 1. 45	6	dét. par plusieurs ét. connues.
58.	348. 30. 30	56. 19. 8	7	dét. par le n.o 65, comparée le 11 Septembre.

Les 14 & 15, ciel couvert les soirs.

Le 16, beau temps le soir jusqu'à huit heures que le ciel se couvrit totalement, il redevint serein vers les dix heures, & je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile de sixième grandeur, la quatrième d'Andromède, suivant Flamstéed; les positions sont rapportées dans la Table. La Comète étoit peu apparente, on ne pouvoit la voir que difficilement à la lunette ordinaire de trois pieds & demi; cette difficulté de la bien voir, pouvoit provenir de la grande lumière de la Lune; elle fut difficile à observer, étant près du Zénith, de manière que je fus obligé de déranger plusieurs fois la machine parallactique, pendant les observations, pour obtenir les déterminations du noyau de la Comète. Je recherchai le même soir la première étoile d'Andromède, que Flamstéed, dans son Catalogue, seconde édition, rapporte sous la lettre *o* de la troisième à la quatrième grandeur; cette Étoile se trouve également placée sur ses Cartes, d'après la détermination rapportée dans son Catalogue: je reconnus que la distance au pôle de cette Étoile, qu'il a rapportée de

Étoile *o* d'Andromède; erreur dans Flamstéed, de $8^d\ 49'$ pour la distance au pôle, & de 12 min. dans l'asc. dr.

40d 19′ 30″, devoit être de 49d 9′ 9″, l'erreur eſt de près de 9 degrés.

Le même ſoir, j'obſervai pluſieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées : voici leurs poſitions.

N.os	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
46.	344.	15.	11	44.	52.	0	7	déterm. par la 4.e d'Androm.
53.	346.	51.	21	44.	15.	34	7	déterm. par λ d'Andromède.
56.	348.	18.	30	52.	49.	15	7	dét. par le *n.o 59* ci-deſſous.
59.	348.	38.	45	53.	51.	51	9	dét. par le *n.o 61* ci-deſſous.
61.	348.	40.	45	54.	53.	5	8	déterminée par le *n.o 58*, rapportée au 13.
64.	349.	39.	36	45.	13.	45	7	dét. par la 4.e d'Andromède.

Le 17 Septembre, beau temps le ſoir juſqu'à neuf heures que le ciel ſe couvrit ; avant que le ciel fût couvert, j'obſervai la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile λ d'Andromède, quatrième grandeur, & je déterminai les lieux des Étoiles ſuivantes.

N.os	ASCENSION droite.			DÉCLINAIS. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
40	342.	59.	6	43.	22.	53	8	dét. par la 4.e d'Andromède.
42	343.	6.	51	42.	51.	36	8	déterm. par le *n.o 40* ci-deſſ.
52	346.	41.	6	43.	56.	40	7	dét. par la 4.e d'Andromède.
54	347.	7.	21	43.	54.	3	7	déterminée par la même.

Les 18 & 19, ciel couvert.

Le 20, le ciel commença à ſe découvrir dès que les Étoiles parurent : ce ne fut pas ſans peine que je pus revoir la Comète ; ſa lumière étoit conſidérablement diminuée, ce qui pouvoit y contribuer beaucoup, étoit la grande lumière

de la Lune. Je comparai le noyau de la Comète à plusieurs Étoiles; les positions sont rapportées dans la Table. Je déterminai aussi plusieurs Étoiles, dont voici leurs positions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
26	339. 31. 45	36. 14. 34	7	dét. par le *n.° 34*, ci-dessous.
31	340. 45. 45	38. 58. 16	8	dét. par la 16.e du Lézard, suivant Flamstéed.
32	340. 59. 7	39. 10. 38	8	déterm. par la même, & le *n.° 26*, ci-dessus.
34	341. 6. 4	35. 52. 57	7	déterminée par le *n.° 39*, Comète comparée ce soir.
35	341. 22. 15	35. 9. 9	7	dét. par le *n.° 26*, ci-dessus.
36	341. 52. 0	38. 6. 56	8	dét. par le *n.° 31*, ci-dessus.
39	342. 33. 34	37. 30. 7	8	déterm. par la même *n.° 31*, Comète comparée ce soir.

Les 21 & 22, ciel entièrement couvert.

Le 23 Septembre, beau temps le soir, & sans Lune, jusqu'à huit heures trois quarts; avant que la Lune fût levée, je recherchai la Comète aux environs de l'étoile η de Pégase, où elle devoit se trouver, suivant les précédentes observations; l'ayant reconnue, je comparai directement le noyau à cette étoile η; la position de la Comète est rapportée dans la Table; j'observai ensuite la position d'une Étoile de neuvième grandeur: voici sa détermination.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
33	341. 2. 21	30. 16. 54	9	déterminée par η de Pégase.

Les apparences de la Comète étoient ce soir plus sensibles que les jours précédens; elle paroissoit sous la forme de la

nébuleuse, placée entre la tête & l'arc du Sagittaire, & elle étoit aussi apparente, mais il ne fût pas possible de l'apercevoir à la simple vue. Le noyau, vu à la lunette, paroissoit très-petit, sans être terminé, environné également d'une légère nébulosité.

Le 24, ciel couvert le soir.

Le 25, vers une heure trois quarts du matin, le ciel étoit en grande partie couvert: entre les nuages je recherchai la Comète, & je comparai le noyau directement à β de Pégase, seconde grandeur: la Lune étoit alors sur l'horizon, & répandoit une très-grande lumière qui empêcha de juger des apparences de la Comète; sa détermination est rapportée dans la Table.

Le même jour, 25 au soir, le ciel en grande partie serein; je comparai de nouveau le noyau de la Comète à la même étoile β de Pégase: l'observation n'a pu être répétée, le ciel étant devenu totalement couvert.

Le 26, ciel serein le soir; aussitôt que les Étoiles parurent, je revis la Comète, elle étoit très-près de l'étoile μ de Pégase, quatrième grandeur: je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète à cette Étoile. A $7^h 39' 42''$, temps vrai, le noyau de la Comète avoit rencontré une Étoile télescopique de dixième grandeur: l'Étoile & le noyau ne sembloient former qu'un point de lumière à la lunette ordinaire de trois pieds & demi, mais à la lunette achromatique, aussi de trois pieds & demi on voyoit le noyau de la Comète à côté de l'Étoile qui le touchoit, ainsi la détermination de la Comète, rapportée dans la Table, sera presque la position de cette Étoile.

La Comète rencontre une Étoile télescopique.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
28	339. 51. 15	23. 18. 0	10	la Comète rencontre cette étoile.

Les 27, 28 & 29 Septembre, ciel couvert.

Le 30, ciel en grande partie ſerein le ſoir juſqu'à huit heures & demie qu'il commença à ſe couvrir : avant que le ciel fût couvert, je comparai pluſieurs fois le noyau de la Comète à l'étoile α *Markab* de Pégaſe. La Comète étoit ſans queue, comme le 26; on la voyoit bien avec une lunette de nuit: le ciel étoit pur, & il me ſembla, pluſieurs fois, en regardant le long de la lunette, à l'endroit du ciel où étoit la Comète, que je l'apercevois à la vue ſimple, comme une nébuloſité qui échappoit de temps en temps à la vue. Je déterminai le même ſoir pluſieurs Étoiles qui n'avoient pas encore été obſervées: voici leurs poſitions.

N.os	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
15	337. 27. 44	13. 21. 49	6	dét. par le *n.° 17*, ci-deſſous.
17	337. 44. 44	13. 23. 37	6	dét. par *Markab* de Pégaſe.
29	340. 9. 29	13. 54. 32	7	dét. par la même, *Markab.*
30	340. 18. 44	14. 36. 11	7	dét. par la même, *Markab.*

Le 1.er Octobre, orage, tonnerre, éclairs & pluie l'après-midi. Vers les ſept heures du ſoir, le ciel devint paſſablement beau; j'obſervai la Comète, & je comparai le noyau directement à l'étoile ξ de Pégaſe, de quatrième grandeur; comme cette Étoile ne ſe trouve que dans le Catalogue de Flamſtéed, pour être aſſuré de ſa poſition, je la comparai aux étoiles *Markab* & ζ de Pégaſe. Vers les huit heures du ſoir, le ciel ſe couvrit de nouveau; à dix heures du ſoir il redevint ſerein, je comparai encore le noyau de la Comète à la même étoile ξ: les poſitions ſont rapportées dans la Table.

La Comète paroiſſoit comme la veille, ſans queue, le noyau environné d'une légère nébuloſité : la Comète ſe voyoit bien avec la lunette de nuit, & on la ſoupçonnoit à la ſimple vue.

J'obſervai le même ſoir une Étoile de huitième grandeur, dont le lieu n'avoit pas encore été déterminé : voici ſa poſition.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
47	344. 18. 44	12. 31. 13	8	déterminée par *Markab* de Pégaſe.

Le 2, beau temps le ſoir juſque vers les huit heures; avant que le ciel ſe couvrit, je comparai le noyau de la Comète aux deux étoiles de la veille ζ & ξ de Pégaſe, la Comète étoit placée entre ces deux Étoiles ; les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la première Table, & celles des Étoiles dans la ſeconde.

La Comète paroiſſoit de la même lumière que la veille, la chevelure s'étendoit à vingt minutes du noyau.

Le 3 Octobre au ſoir, j'obſervai la Comète, il y avoit des nuages rares lors des premières obſervations; mais vers les dix heures, le ciel étoit parfaitement beau; je comparai le noyau de la Comète, en deux temps différens, à l'étoile σ de Pégaſe, de ſixième grandeur; je vérifiai enſuite la poſition de cette Étoile, en la comparant directement à ζ de la même conſtellation; j'obſervai auſſi pluſieurs Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés. Voici leurs poſitions; celles de la Comète ſont rapportées dans la première Table.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
23	338. 46. 5	6. 24. 13	8	déterm. par ρ de Caſſiopée, Comète comp. le 4 Oct.
24	339. 1. 35	6. 31. 38	8	dét. par la *23.e* ci-deſſus.
25	339. 19. 35	6. 39. 44	9	dét. par la même, *n.° 23*.
27	339. 33. 36	9. 18. 10	7	déterm. par ζ de Pégaſe.

Le 4, beau temps le ſoir, je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile rapportée la veille, *n.° 23;* les poſitions de la Comète ſont dans la Table.

Le 5, ciel parfaitement beau le ſoir, je comparai le noyau de la Comète à trois Étoiles; ſavoir, les étoiles 34 & 37 de Pégaſe, dans le Catalogue de Flamſtéed, l'une & l'autre de la ſixième grandeur; la troiſième, β des Poiſſons, cette dernière eſt rapportée dans le Catalogue des Étoiles zodiacales, de feu M. l'Abbé de la Caille, inſéré dans le *tome VI de ſes Éphémérides.* Les poſitions du noyau de la Comète, déduites de ces trois Étoiles, ſont rapportées dans la Table.

Quoique le ciel fût ſerein, la Comète ne paroiſſoit pas avec la même lumière que les jours précédens.

J'obſervai le même ſoir pluſieurs Étoiles : voici leurs poſitions.

N.os	Ascension droite.			Déclinais. boréale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
12	336.	49.	40	3.	21.	1	8	dét. par la 34.e de Pégaſe, ſuivant Flamſtéed.
13	337.	13.	40	3.	24.	6	8	déterm. par la même, la 34.e
20	337.	50.	10	3.	46.	43	8	déterminée par la même.
38	342.	31.	25	3.	15.	12	8	déterminée par la même.

Le 7 Octobre au matin, ciel ſerein, j'obſervai la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile *A* des Poiſſon, de ſixième grandeur, rapportée dans le Catalogue des Étoiles zodiacales déjà cité, & enſuite à une étoile de huitième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, & que je comparai à l'étoile 37.me de Pégaſe, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed: voici la poſition de cette Étoile; celles de la Comète ſont rapportées dans la Table.

N.°	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
9	335. 20. 19	1. 50. 48	7	dét. par la 37.e de Pégase, Comète comp. ce matin.

Le 8, beau temps le ſoir; on voyoit la Comète paſſablement bien dans la lunette de nuit; elle étoit placée ſur la ligne droite menée par les étoiles ζ & η du Verſeau, η tenoit le milieu à égales diſtances : je comparai le noyau de la Comète aux trois étoiles η, ζ & γ du Verſeau, les poſitions ſont rapportées dans la première Table. J'obſervai auſſi le même ſoir quatre étoiles dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés; ces étoiles étoient placées en ligne droite & parallèlement à la route apparente de la Comète : voici leurs déterminations.

N.os	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS.	Grandeur.	
	D. M. S.	D. M. S.		
18	337. 47. 21	1. 6. 2A	8	déterm. par γ du Verſeau.
19	337. 49. 46	0. 56. 34A	8	déterminée par la même γ.
21	337. 51. 35	0. 2. 36B	9	déterm. par η du Verſeau.
22	337. 52. 36	0. 45. 27A	8	déterm. par γ du Verſeau.

L'étoile *n.° 21,* étoit boréale, les trois autres auſtrales.

Le 9 au ſoir, le ciel étoit en grande partie couvert; il s'éclaircit enſuite, & je vis la Comète; je reconnus que ſon mouvement apparent diminuoit, ainſi que ſa lumière; elle paroiſſoit à la lunette de nuit un peu moins lumineuſe que la nébuleuſe placée entre l'arc & la tête du Sagittaire, l'étendue de la lumière étoit la même. Je comparai le noyau de la Comète deux fois à γ du Verſeau; les déterminations ſont très-bonnes: je les ai rapportées dans la Table.

Le

Le 10, ciel couvert.

Le 11, brouillard le ſoir qui ſe diſſipa en grande partie; la Lune qui étoit alors ſur l'horizon diminuoit conſidérablement les apparences de la Comète, qui d'ailleurs perdoit chaque jour de ſa lumière. A la lunette achromatique de trois pieds & demi, le noyau paroiſſoit encore brillant, mais très-petit: je comparai directement le noyau de la Comète à l'étoile $\varkappa$ du Verſeau, cinquième grandeur; & pour connoître ſi cette Étoile étoit bien placée dans le Catalogue des Étoiles zodiacales, je la comparai à l'étoile η de la même conſtellation, par le moyen d'autres Étoiles intermédiaires. Les poſitions de la Comète qui réſultent de l'étoile $\varkappa$, ſont rapportées dans la première Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire. J'obſervai le même ſoir deux Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés; la ſeconde tenoit à l'atmoſphère de la Comète; voici leurs poſitions.

N.os	Ascension droite.			Déclinais. auſtrale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
14	337.	16.	59	4.	43.	27	6	déterm. par $\varkappa$ du Verſeau.
16	337.	36.	7	6.	16.	45	7	déterminée par la même $\varkappa$, Comète comparée le 12.

Le 12 Octobre, beau temps le ſoir, ce ne fût pas ſans peine que je pus revoir la Comète, ce qui pouvoit provenir de la grande lumière de la Lune qui étoit ſur l'horizon. La Comète paroiſſoit près d'une étoile de la ſixième grandeur, la ſoixante-ſeptième du Verſeau, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed; je comparai le noyau de la Comète à cette étoile, ainſi qu'à l'étoile λ de la même conſtellation, & à celle qui eſt rapportée au 11 de ce mois, *n.° 16,* de ſeptième grandeur; l'étoile ſoixante-ſeptième du Verſeau fut comparée pluſieurs fois à λ, & c'eſt d'après ces comparaiſons que j'ai déduit ſa poſition. Les déterminations de la Comète par ces étoiles ſont rapportées dans la Table.

Le 13, ciel couvert le ſoir & la plus grande partie de la nuit du 13 au 14, & il ne fut pas poſſible de voir la Comète; l'obſervation auroit été remarquable en ce que vers les 9 heures du ſoir, on auroit pu la voir placée exactement ſur l'Écliptique.

Le 14, ciel parfaitement beau, mais la Lune qui ſe trouvoit dans le voiſinage de la Comète, y répandoit une ſi grande lumière que celle de la Comète ſe trouvoit effacée; il ne ſut pas poſſible de la trouver avec la lunette ordinaire de 3 pieds $\frac{1}{2}$, quoique la Comète fût dans le champ de cette lunette : je la recherchai enſuite avec la lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & ce ne fut pas encore ſans beaucoup de peine que je pus la voir; il falloit bien connoître le degré de ſa lumière, ſon mouvement & ſa poſition, pour être ſûr que c'étoit elle. J'employai cette dernière lunette pour déterminer ſon lieu; je comparai le noyau à deux étoiles, la 65.e & la 70.e du Verſeau, ſixième grandeur, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed : les poſitions de la Comète qui ont réſulté de ces obſervations ſont rapportées dans la Table.

Le 15 Octobre, ciel parfaitement beau le ſoir; la Comète, ſuivant les obſervations de la veille, devoit ſe trouver très-près de la Lune, environ un degré au-deſſous, & il n'y eut pas moyen de l'apercevoir avec aucun inſtrument.

Je vérifiai, le même ſoir, la poſition de l'Étoile, rapportée au 20 de Septembre, *n.° 39*, à laquelle la Comète avoit été comparée; je me ſervis des étoiles θ, σ & ρ du bras droit d'Andromède.

Les 16 & 17, beau temps les ſoirs; je recherchai la Comète, avec mes inſtrumens, ſans pouvoir la découvrir; elle étoit effacée par la grande lumière de la Lune.

Les 19 & le 21, par un beau ciel, j'obſervai au Méridien l'étoile o d'Andromède, de quatrième grandeur, avec la Lyre γ & α du Cygne, & je reconnus de nouveau, comme je l'ai déjà rapporté au 16 de Septembre, une erreur de $8^d\,49'\,39''$ dans la diſtance au pôle de l'étoile o d'Andromède,

& 12′ 15″ dans ſon aſcenſion droite; j'ai établi cette poſition, telle qu'elle doit être pour le temps préſent dans la ſeconde Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

Le 25 Octobre, ciel ſerein le ſoir; je recherchai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, dans l'endroit où elle devoit être, d'après les obſervations des jours précédens; ce ne fut pas ſans beaucoup de peine que je pus la revoir; ſa lumière étoit d'une foibleſſe extrême: cependant, le centre de la nébuloſité qui étoit comme un point, étoit encore d'une lumière vive: la Comète paroiſſoit entre les deux étoiles g^1, g^2 & $υ$ du Verſeau: je comparai le noyau à ces trois Étoiles: les poſitions ſont rapportées dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire. Dernière obſervation.

J'obſervai le même ſoir, deux Étoiles, dont les lieux n'avoient pas encore été déterminés; je les comparai à l'étoile $υ$ du Verſeau, voici leurs poſitions.

N.es	Ascension droite.			Déclinais. auſtrale.			Grandeur.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
10	335.	54.	12	22.	5.	35.	8	déterm. par $υ$ du Verſeau.
11	336.	7.	42	22.	15.	50	7	déterminée par la même $υ$.

C'eſt au 25 d'Octobre que ſe ſont terminées les obſervations de cette Comète, ne pouvant être ſuivie plus longtemps à mes inſtrumens à cauſe de la grande foibleſſe de ſa lumière; l'apparition de cette Comète, ſuivant mes obſervations, a été de ſoixante-neuf jours.

Le cours de cette Comète m'a donné occaſion d'obſerver la poſition de ſoixante-treize Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées, & un amas de petites Étoiles remplies de nébuloſité; j'ai rapporté dans ce Mémoire leurs déterminations en aſcenſion droite & en déclinaiſon, à chaque jour qu'elles ont été obſervées; je les ai numérotées ſuivant l'ordre qu'on leur donne en aſcenſion droite; pluſieurs de ces Soixante-treize Étoiles ajoutées aux Catalogues.

Étoiles ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, & je les ai désignées.

Des deux Tables que je joins à ce Mémoire; la première contient tous les lieux de la Comète, observés en ascension droite & en déclinaison, avec les différences des passages de la Comète & des Étoiles au fil horaire du micromètre; il en est de même dans la colonne qui suit pour les différences en déclinaison, entre la Comète & les Étoiles; le signe + signifie qu'il faut ajouter ces différences observées aux positions des Étoiles, avec lesquelles la Comète a été comparée pour avoir celles de la Comète. Il en est de même du signe — pour ôter.

La seconde Table contient les ascensions droites & les déclinaisons des Étoiles, tirées des Catalogues, qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, réduites au temps des observations. Je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les Catalogues, sous le titre de *Variation annuelle.*

Je joins aussi à ce Mémoire, une Carte céleste qui représente la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, suivant mes observations; cette Carte est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison, de manière qu'il sera facile à l'inspection seule de la Carte de voir la position de la Comète & celles des Étoiles, près desquelles elle a passé; j'y ai rapporté aussi la position de la fameuse Étoile de 1572, que *Tycho-Brahé* observa le 11 Novembre, & qui disparut au mois de Mars 1574; on reconnoîtra sur cette Carte la grandeur des Étoiles, en consultant le modèle des grandeurs que j'y ai rapportées.

La Comète a passé, suivant cette Carte, entre les constellations de Céphée & de Cassiopée; entre le Lézard & Andromède; a traversé Pégase, l'eau du Verseau & a cessé de paroître entre le genou gauche & le pied droit du Verseau, au-dessous des étoiles g^1 & g^2 de cette constellation; elle a coupé l'Équateur entre le 7 & le 8 Octobre, & l'écliptique le 13 du même mois.

TABLE I. *Des positions apparentes de la Comète observée en 1774, comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 18 Août jusqu'au 25 Octobre.*

1774.	TEMPS vrai.	ASCENSIONS droites observées.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre la Comète & les Étoiles.	DIFFÉRENCE de déclinais.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. de Bayer & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Août. 18	10. 58. 59	13. 43. 25	76. 33. 56	1. 45. 0 —	0. 12. 13 +	7	4	déterminée.
19	7. 17. 48	12. 25. 55	76. 11. 31	3. 2. 30 —	0. 10. 12 —	7	4	
20	9. 10. 34	11. 4. 55	75. 44. 32	4. 23. 30 —	0. 37. 11 —	7	4	la même.
	9. 52. 39	11. 1. 55	75. 43. 58	4. 26. 30 —	0. 37. 45 —	7	4	
21	9. 4. 48	9. 28. 25	75. 17. 53	6. 0. 0 —	1. 3. 50 —	7	4	
23	9. 59. 4	6. 34. 21	74. 16. 51	0. 49. 4 —	0. 32. 0 +	6	21	de *Cassiopée.*
24	8. 27. 22	5. 14. 25	73. 43. 27	2. 9. 0 —	0. 1. 24 —	6	21	par la même.
27	8. 52. 43	1. 23. 40	71. 47. 51	6. 29. 45 —	1. 48. 49 —	6	23	de *Cassiopée.*
28	8. 32. 21	0. 5. 25	71. 5. 4	2. 42. 15 —	0. 31. 55 +	8	3	déterminée.
31	10. 33. 38	356. 48. 6	68. 30. 58	9. 30. 0 +	1. 38. 21 +	5	*o*	de *Céphée.*
Sept. 1	8. 43. 31	355. 49. 21	67. 39. 51	8. 31. 15 +	0. 47. 14 +	5	*o*	par la même.
2	7. 54. 12	354. 51. 27	66. 47. 0	0. 37. 15 +	0. 14. 26 +	6	70	déterminée.
	8. 35. 11	354. 44. 21	66. 42. 1	7. 26. 15 +	0. 10. 36 —	5	*o*	de *Céphée.*
3	8. 23. 45	353. 51. 47	65. 38. 25	13. 26. 13 +	0. 37. 47 +	4	1	
	8. 41. 23	353. 55. 12	65. 37. 28	0. 19. 0 —	0. 55. 8 —	6	70	
4	8. 9. 36	352. 59. 2	64. 31. 50	1. 0. 30 —	0. 59. 4 —	7	69	déterminées.
5	7. 47. 4	351. 54. 17	63. 21. 42	1. 29. 30 +	1. 8. 15 —	8	67	
	8. 43. 4	351. 49. 32	63. 19. 0	1. 24. 45 +	1. 10. 57 —	8	67	par la même.
6	8. 16. 58	351. 8. 27	62. 7. 4	2. 25. 0 +	1. 4. 11 +	6	*d*	de *Cassiopée.*
7	8. 51. 38	350. 11. 27	60. 46. 22	1. 28. 0 +	0. 16. 31 —	6	*d*	
8	7. 43. 53	349. 23. 27	59. 27. 50	0. 40. 0 +	1. 35. 3 —	6	*d*	par la même.
	8. 26. 13	349. 21. 12	59. 26. 35	0. 37. 45 +	1. 36. 18 —	6	*d*	
9	8. 15. 34	348. 34. 23	58. 0. 0	1. 21. 45 —	0. 41. 2 +	6	65	déterminée.
	8. 15. 34	348. 34. 43	58. 0. 30	10. 44. 45 —	0. 6. 3 —	3	β	de *Cassiopée.*
10	8. 57. 55	547. 47. 38	56. 25. 25	2. 8. 30 —	0. 53. 33 —	6	65	
11	11. 1. 39	347. 3. 45	54. 38. 39	1. 26. 45 —	1. 40. 29 —	7	58	déterminées.
13	9. 10. 29	345. 36. 30	51. 20. 24	1. 24. 15 +	0. 17. 25 —	6	45	
	10. 1. 52	345. 37. 30	51. 20. 22	1. 25. 15 +	0. 17. 27 —	6	45	par la même.
16	10. 13. 32	343. 58. 29	45. 32. 57	0. 22. 22 —	0. 22. 14 +	6	4	d'*Andromède.*
	10. 54. 4	343. 54. 51	45. 30. 2	0. 26. 0 —	0. 19. 19 +	6	4	par la même.
17	7. 49. 47	343. 27. 21	43. 44. 14	8. 11. 30 —	1. 30. 15 —	4	λ	d'*Andromède.*
20	8. 15. 10	343. 58. 4	37. 10. 50	0. 35. 30 —	0. 19. 17 —	8	39	déterminée.
	8. 28. 0	341. 57. 34	37. 9. 51	0. 36. 0 —	0. 20. 16 —	8	39	par la même.
	8. 28. 0	341. 57. 49	37. 9. 48	0. 51. 45 +	1. 16. 51 +	7	34	déterminées.
	9. 4. 26	341. 57. 4	37. 6. 25	0. 36. 30 —	0. 23. 42 —	8	39	
23	8. 1. 52	340. 50. 51	30. 19. 26	2. 44. 0 +	1. 16. 31 +	3	η	de Pégase.
	8. 32. 51	340. 50. 6	30. 16. 54	2. 43. 15 +	1. 13. 59 +	3	η	par la même.
24	13. 52. 21	340. 24. 1	27. 25. 32	2. 49. 0 —	0. 33. 43 +	2	β	de Pégase.
25	7. 15. 49	340. 11. 31	25. 43. 59	3. 1. 30 —	1. 7. 50 —	2	β	

1774.	TEMPS vrai.	ASCENSIONS droites observées.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. entre les Étoiles & la Comète.	DIFFÉRENCE en déclinaison.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Sept. 26	7. 45. 58	339. 51. 15	23. 18. 0	0. 5. 15 +	0. 5. 4 —	4	μ	de Pégase.
	8. 28. 4	339. 51. 0	23. 13. 9	0. 5. 0 —	0. 9. 55 —	4	μ	par la même.
30	7. 23. 11	338. 52. 59	14. 11. 13	4. 30. 15 —	0. 11. 19 +	[illegible]	α	*Markab* de Pégase.
	7. 46. 58	338. 53. 14	14. 9. 26	4. 30. 0 —	0. 9. 32 +	2	α	par la même.
	8. 15. 36	338. 53. 29	14. 7. 51	4. 29. 45 —	0. 7. 57 +	2	α	
Oct. 1	7. 32. 10	338. 40. 25	11. 59. 15	0. 12. 0 —	0. 57. 33 +	4	ξ	de Pégase.
	9. 58. 3	338. 39. 55	11. 47. 13	0. 12. 30 —	0. 45. 31 +	4	ξ	par la même.
	10. 40. 30	338. 39. 40	11. 42. 28	0. 12. 45 —	0. 40. 46 +	4	ξ	
2	7. 22. 58	338. 29. 21	9. 50. 36	0. 56. 15 +	0. 10. 50 +	3	ζ	de Pégase.
	7. 25. 21	338. 31. 10	9. 51. 17	0. 21. 15 —	1. 10. 25 —	4	ξ	de Pégase.
3	8. 10. 44	338. 18. 35	7. 41. 36	1. 54. 29 —	0. 56. 17 —	6	σ	
	10. 20. 33	338. 17. 34	7. 31. 6	1. 55. 30 —	1. 6. 47 —	6	σ	par la même.
4	7. 8. 2	338. 9. 35	5. 46. 48	0. 36. 30 —	0. 37. 25 —	[illegible]	23	déterminée.
	7. 39. 1	338. 9. 5	5. 43. 30	0. 37. 0 —	0. 40. 43 —	8	23	par la même.
5	7. 3. 40	338. 1. 10	3. 48. 26	4. 15. 0 +	0. 33. 57 +	6	α^1	de Pégase.
	7. 31. 40	338. 1. 22	3. 47. 32	5. 5. 0 —	1. 10. 49 +	5	β	des Poissons.
	8. 10. 23	338. 1. 49	3. 43. 4	3. 23. 45 +	0. 25. 53 +	6	α^3	de Pégase.
6	13. 31. 57	337. 53. 46	1. 27. 24	6. 23. 30 —	0. 33. 4 +	6	*A*	des Poissons.
	14. 35. 34	337. 53. 4	1. 20. 11	2. 32. 45 +	0. 30. 37 —	7	9	déterminée.
			Australe.					
8	6. 52. 28	337. 44. 21	1. 37. 10	5. 14. 0 +	0. 53. 45 —	3	γ	
	7. 5. 0	337. 46. 20	1. 37. 26	1. 49. 30 +	0. 21. 10 +	4	η	
	7. 27. 13	337. 45. 34	1. 39. 40	3. 27. 0 +	0. 29. 45 +	4	ζ	du Verseau.
	7. 27. 13	337. 44. 50	1. 39. 32	1. 48. 0 +	0. 23. 16 +	4	η	
	7. 27. 13	337. 44. 21	1. 39. 42	5. 14. 0 +	0. 51. 13 —	3	γ	
9	6. 53. 53	337. 40. 36	3. 17. 11	5. 10. 15 +	0. 46. 16 +	3	γ	par la même.
	7. 16. 18	337. 40. 21	3. 19. 11	5. 10. 0 +	0. 48. 16 +	3	γ	
11	6. 48. 53	337. 34. 7	6. 25. 35	1. 2. 45 +	1. 2. 28 +	5	κ	du Verseau.
	7. 51. 15	337. 33. 7	6. 29. 43	1. 1. 45 +	1. 6. 36 +	5	κ	par la même.
	8. 59. 14	337. 32. 22	6. 34. 38	1. 1. 0 +	1. 11. 31 +	5	κ	
12	8. 55. 0	337. 30. 22	8. 1. 33	0. 5. 45 —	1. 44. 38 +	7	16	déterminée.
	9. 13. 22	337. 30. 43	8. 0. 48	2. 42. 7 —	0. 45. 34 —	4	λ	
	9. 13. 22	337. 30. 42	8. 0. 42	0. 21. 19 —	0. 7. 21 —	6	67	
	9. 26. 29	337. 30. 43	8. 2. 24	2. 42. 7 —	0. 43. 58 —	4	λ	
	9. 26. 29	337. 30. 42	8. 2. 29	0. 21. 19 —	0. 5. 34 —	6	67	
	9. 47. 29	337. 30. 43	8. 3. 25	2. 42. 7 —	0. 42. 57 —	4	λ	
	9. 47. 29	337. 30. 42	8. 3. 30	0. 21. 19 —	0. 4. 33 —	6	67	du Verseau.
14	9. 10. 56	337. 29. 58	10. 47. 18	1. 40. 0 —	0. 57. 30 —	6	70	
	9. 30. 3	337. 30. 37	10. 46. 18	0. 18. 0 —	0. 30. 12 —	6	65	
25	6. 53. 45	338. 4. 19	21. 35. 52	0. 47. 45 —	0. 49. 0 —	6	g^2	
	7. 9. 50	338. 2. 57	21. 37. 29	2. 27. 45 +	0. 14. 0 —	5	υ	
	7. 39. 18	338. 3. 12	21. 37. 29	2. 28. 0 +	0. 14. 0 —	5	υ	par la même.
	7. 39. 18	338. 4. 43	21. 35. 7	0. 12. 30 +	1. 34. 53 +	6	g^1	du Verseau.

TABLE II. *Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète de 1774. Les positions réduites au temps des observations.*

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	*D. M. S.*			
2. 47. 40	70. 33. 9 B.	8	3	déterminée; Comète comparée le 28 Août.
7. 23. 25	73. 44. 51	6	21	de Cassiopée, Flamst. Com. compar. le 28 Août.
7. 53. 25	73. 36. 40	6	23	de Cassiopée, Flamst. Com. compar. le 27 Août.
15. 28. 25	76. 21. 43	7	4	déterm. Com. comp. les 18, 19, 20 & 21 Août.
25. 43. 34	76. 10. 57	5	47	de Cassiopée, vérifiée par γ de Céphée.
26. 4. 4	75. 0. 55	6	49	de Cassiopée, vérifiée par la même γ.
332. 30. 21	2. 30. 55 A.	3	γ	du ♒, Éphémérides, Com. com. le 8 & le 9 Octob.
333. 46. 10	3. 14. 29 B.	6	α^1	de Pégase, Flamst. Com. comp. le 5 Octobre.
334. 18. 34	1. 9. 55 A.	4	ζ	du ♒, Éphémérides, Com. comp. le 8 Octobre.
334. 38. 4	3. 17. 11 B.	6	α^3	de Pégase, Flamst. Com. comp. le 5 Octobre.
335. 20. 19	1. 50. 48	7	9	déterminée, Com. compar. le 7 Octobre matin.
335. 35. 12	21. 51. 29 A.	5	υ	du ♒, Éphémérides, Com. comp. le 25 Octobre.
335. 56. 30	1. 16. 16	4	η	du ♒, Éphémérides, Com. comp. le 8 Octobre.
336. 31. 22	5. 23. 7 A.	5	κ	du ♒, Éphémérides, Com. comp. le 11 Octobre.
337. 33. 6	9. 39. 46 B.	3	ζ	de Pégase, Astr. Fond. Com. comp. le 2 Octobre.
337. 36. 7	6. 16. 45	7	16	déterminée, Comète comp. le 12 Octobre.
337. 48. 37	11. 16. 30 A.	6	65	du ♒, Flamstéed, Com. comp. le 7 Octobre.
337. 52. 1	8. 8. 3	6	67	du ♒ comparé à λ, Com. comp. le 12 Octobre.
337. 52. 13	20. 0. 14	6	g^1	du ♒, Flamstéed, Com. comp. le 25 Octobre.
338. 6. 51	29. 2. 55 B.	3	η	de Pégase, Astron. Fond. Com. comp. le 23 Sept.
338. 46. 5	6. 24. 13	8	23	déterminée; Com. comp. le 4 Octobre.
338. 52. 4	20. 46. 52 A.	6	g^2	du ♒, Flamstéed, Com. comp. le 25 Octobre.
338. 52. 25	11. 1. 42 B.	4	ξ	de Pégase, déduit de ζ & de *Markab*, Com. compar. 1 & 2 Octobre.
339. 9. 58	11. 44. 48 A.	6	70	du ♒, Flamstéed, Com. comp. le 14 Octobre.
339. 46. 0	23. 23. 4 B.	4	μ	de Pégase, Flamstéed, Com. comp. le 26 Septemb.
340. 12. 50	8. 46. 22 A.	4	λ	du ♒, Éphémérides, Com. comp. le 12 Octobre.
340. 13. 4	8. 37. 53 B.	6	σ	de Pégase, Flamstéed, Com. comp. le 3 Octobre.
340. 25. 32	65. 0. 38	4	ι	de Céphée, Éph. du P. Hell, Com. comp. le 3 Sept.
341. 6. 4	35. 52. 57	7	34	déterminée; Com. comp. le 20 Septembre.
342. 33. 34	37. 30. 7	8	39	déterminée; Com. comp. le 20 Septembre.
342. 53. 44	41. 7. 7	4	ο	d'Andromède, Astron. fond. Erreur dans Flamstéed de 9 degrés.

ASCENSION droite.	DÉCLINAIS.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES, qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
343. 6. 22	2. 36. 43 B.	5	β	des Poissons, Éphémér. Com. comp. le 5 Octob.
343. 13. 1	26. 51. 49	2	β	de Pégase, Astron. fond. Com. comp. le 24 & le 25 Septembre.
343. 23. 14	13. 59. 54	2	α	*Markab*, Astron. fond. Com. comp. le 30 Sept.
344. 12. 15	51. 37. 49	6	45	déterminée, Com. comp. le 13 Septembre.
344. 17. 16	0. 54. 20 A.	6	*A*	des Poissons, Éph. Com. comp. le 7 Oct. matin.
344. 20. 51	45. 10. 43 B.	6	4	d'Andromède, comp. à λ. Com. comp. le 16 Sept.
345. 13. 32	65. 59. 59	8	49	déterminée; Com. comp. le 4 Septembre.
347. 18. 6	66. 52. 37	5	o	de Céphée. Flamstéed, Comète comp. le 31 Août, 1 & 2 Septembre.
348. 30. 30	56. 19. 8	7	58	déterminée; Com. comp. le 11 Septembre.
348. 43. 27	61. 2. 53	6	*d*	de Cassiopée, Flamst. Com. comp. 6, 7 & 8 Sept.
349. 56. 8	57. 18. 58	6	65	déterminée; Com. comp. 9 & 10 Septembre.
350. 24. 47	64. 29. 57	8	67	déterminée; Com. comp. le 5 Septembre.
351. 38. 51	45. 14. 29	4	λ	d'Andromède, Éphémérides du P. Hell, Comète comparée le 17 Septembre.
352. 51. 2	63. 9. 41	8	68	déterminée; Com. comp. le 6 Septembre.
353. 59. 32	65. 30. 54	7	69	déterminée; Com. comp. le 4 Septembre.
354. 14. 12	66. 32. 34	6	70	déterminée; Com. comp. le 3 Septembre.
359. 19. 28	57. 54. 27	3	β	de Cassiopée, Astr. fond. Com. comp. le 9 Septemb.

Je rapporterai en finissant ce Mémoire, les Élémens de l'orbite de cette Comète, de huit manières différentes, calculés d'après mes observations; les premiers *n.° I,* calculés par M. le Président de S.** d'après les observations des 19 Août, 4 & 20 Septembre; le *n.° II,* par le même, d'après les observations des 23 Août, 11 Septembre & 1.er Octobre; le *n.° III* représente les Élémens, en prenant un milieu entre les *n.os I & II.* Ces Élémens sont déjà imprimés dans l'ouvrage de M. du Séjour : *Essai sur les Comètes, page 334.*

Les élémens du *n.° IV,* ont été calculés par M. Méchain, attaché au Dépôt de la Marine, & publiés dans la *Connoissance des Temps de 1776, page 307.* Les élémens du *n.° V,* calculés par

par le même, d'après les obſervations des 19 Août, 14 & 25 Septembre; les élémens *n.° VI*, du même, d'après les obſervations des 9, 25 Septembre & 9 Octobre; le *n.° VII*, calculé par le même, & M. Méchain m'a mandé dans ſa Lettre du 1.er Décembre, que c'étoit à ces derniers élémens qu'il falloit s'en tenir; le *n.° VIII*, calculé par M. l'Abbé Boſcowich, d'après les obſervations des 19, 27 Août & 4 Septembre.

ÉLÉMENS.	I.	II.	III.	IV.
	S. D. M. S.	*S. D. M. S.*	*S. D. M. S.*	*S. D. M.*
Lieu du nœud aſcendant....	6. 0. 57. 26	6. 0. 50. 13	6. 0. 53. 49	6. 0. 49
Inclinaiſon de l'orbite.......	82. 47. 40	82. 48. 38	82. 48. 9	83. 0
Lieu du Périhélie..........	10. 16. 27. 57	10. 16. 48. 24	10. 16. 38. 10	10. 17. 22
Logarithme de la diſt. périhélie.	0,153900	0,153900	0,153900	0,155032
Paſſage au Périhélie... Août...	14. 4. 20. 0	14. 17. 56. 0	14. 11. 8. 0	15. 10. 55
Son mouvement direct.	V.	VI.	VII.	VIII.
Lieu du nœud aſcendant.. ..	6. 0. 48. 38	6. 0. 48. 39	6. 0. 49. 48	6. 1. 22
Inclinaiſon de l'orbite.......	83. 0. 35	83. 0. 51	83. 0. 25	0. 82. 21
Lieu du Périhélie.........	10. 17. 13. 16	10. 17. 19. 12	10. 17. 22. 4	10. 17. 26
Logarithme de la diſt. périhélie.	0,154363	0,154432	0,154906	0,154121
Paſſage au Périhélie... Août..	15j 7h 1′ 40″	15j 9h 59′ 20″	15j 10h 55′ 35″	15j 5h 17′

RECUEIL des Obſervations de la Comète de 1774 (a).

À LIMOGES.

M. Montaigne fit la découverte de cette Comète, le 11 du mois d'Août, comme je l'ai déjà rapporté au commencement de mon Mémoire; je n'ai trouvé nulle part qu'il en ai fait des obſervations ſuivies, il avoit ſeulement envoyé à l'Académie quelques configurations de la Comète, à l'égard

(a) Le peu de lumière qu'avoit la Comète & la grande difficulté de l'obſerver, ont rendu les obſervations peu nombreuſes, de manière que celles que contient ce Mémoire ſont preſque les ſeules qui aient été faites; c'eſt pourquoi je les ai rapportées dans le plus grand détail.

des Étoiles qui l'environnoient, & quelques détails que j'ai rapportés ; j'ajouterai ici ce qu'il a écrit depuis & qui est venu à ma connoissance.

Dans une de ses lettres du 16 Août, adressée à M. le Monnier, il lui mandoit : « Il suffit d'employer, pour voir la » Comète, une lunette qui amplifie entre quarante & soixante » fois; celle dont je me sers est un objetif achromatique, à » deux verres, de trois pieds & demi de foyer, à laquelle j'ai » adapté, moi-même, quelques oculaires que j'ai trouvé les » plus convenables, & avec lesquels elle grossit cinquante fois, » & en y employant d'autres oculaires, je puis la porter jusqu'à quatre-vingts fois. «

Le 3 Décembre, on lut à l'Académie une seconde lettre de M. Montaigne, dans laquelle il annonçoit qu'il avoit vu la Comète, jusqu'au 8 de Novembre, près de *Phomahant;* que le 23 Octobre, à six heures & demie du soir, la Comète avoit rencontré l'étoile g^1 du Verseau, sixième grandeur; que la lumière de l'Étoile avoit fait disparoître l'atmosphère de la Comète, & qu'on voyoit l'Étoile sous la Comète, quoique la Comète fût au-devant de l'Étoile *(b)*.

Voilà tout ce que j'ai pu recueillir de M. Montaigne, sur la Comète de 1774.

À TOULOUSE.

M. Garipuy, manda à M. Darquier, alors à Paris, que son fils auroit desiré de lui envoyer son observation de la Comète, du 10 Septembre 1774, avec deux autres qu'il avoit faites le 7 & le 8 ; que n'ayant pas eu le temps de rédiger ces deux dernières, il lui envoyoit celle du 10. M. Garipuy fit d'abord passer la Comète, & ensuite η de Cassiopée

(b) Cette observation est bien singulière, mais elle demande d'être vérifiée avec beaucoup de soin ; car l'étoile pouvoit bien être placée à côté du noyau de la Comète, par ce moyen être visible, & comme la Comète avoit peu de lumière : celle de l'étoile qui étoit bien plus considérable l'effaçoit. *Voyez ci-dessus les Observations de la nuit du 18 au 19 Août, celles des 26 Septembre & 11 Octobre.*

dans le champ de la lunette, qui étoit fixe dans l'intervalle des deux passages; il en résulta que la Comète passa au centre de la lunette à $8^h 48' 46'' \frac{1}{2}$ de temps vrai, & η au même fil horaire à $10^h 13' 54''$; c'est-à-dire, $1^h 25' 7'' \frac{1}{2}$ plus tard. La Comète employa 4′ 33″ à parcourir le champ de la lunette par le milieu, ce qui répond à 37′ 52″,5 de degrés de grand cercle, vu la déclinaison de l'Étoile. L'Étoile ne mit que 1′ 42″ à parcourir la corde, dont la longueur étoit de 11′ 33″; ainsi la distance de cette corde au centre, étoit de 17′ 52″, qui expriment l'excès de la déclinaison de l'Étoile sur celle de la Comète; celle de l'Étoile, étoit de 56^d 37′ 40″; donc celle de la Comète, étoit de 56^d 19′ 48″.

D'après l'observation de M. Garipuy, j'ai réduit la position de l'étoile η de Cassiopée, prise du Catalogue de Flamstéed, au 10 Septembre 1774, jour de l'observation; son ascension droite étoit de 8^d 50′ 24″; & sa déclinaison 56^d 37′ 42″ boréale. La Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de 21^d 16′ 52″, qui étant ôtés de l'ascension droite de l'Étoile, donnent 347^d 33′ 32″ pour celle de la Comète; la Comète étoit inférieure à l'Étoile de 17′ 52″, qui étant ôtées de 56^d 37′ 42″ déclinaison de l'Étoile, donnent pour celle de la Comète 56^d 19′ 50″. En comparant cette détermination avec celle que j'ai faite le même jour, & presque à la même heure, on trouve une différence dans l'ascension droite de 14′ 6″, & dans la déclinaison 5′ 35″ en moins dans la détermination de M. Garipuy.

À Berlin.

M. Bode, Astronome, vit le 9 Octobre la Comète de 1774 *(c)*; elle paroissoit dans le neuvième degré des Poissons, ayant une latitude boréale de six degrés trois quarts, placée presque à côté des étoiles π, ζ & η du Verseau, & à l'Est de ces Étoiles; vue à travers un télescope de sept pieds de longueur, elle paroissoit avoir une figure irrégulière

(c) Gazette de France, *n.° 90, 1774.*

& environnée d'une forte nébulosité. Le temps ne permit pas de la voir le 10, mais le 12 à neuf heures du soir, la Comète s'étoit avancée vers le Sud, & paroissoit à l'Est de l'étoile κ du Verseau, éloignée de cette Étoile d'un degré & demi; après avoir mesuré les distances respectives entre l'Étoile & la Comète, il trouva que la Comète avoit de longitude $7^d\ 9'$ des Poissons, & que sa latitude étoit de $2^d\ 55'$ boréale; de manière que la Comète, dans l'espace de deux jours, s'étoit avancée vers le Sud de quatre degrés, & que son mouvement apparent se faisoit contre l'ordre des signes.

Angleterre, à Plastow, dans le Comté de Kent.

M. Henri Tesher, Astronome, me manda dans sa lettre du 10 Octobre 1774. « Le 3 Octobre, je découvris une » petite Comète dans la constellation de Pégase, près de ζ, » ayant plus de neuf degrés de déclinaison. Mes instrumens » étoient dérangés, cependant je déterminai, le mieux qu'il me » fut possible, la différence d'ascension droite entre la Comète » & η du Verseau, $0^h\ 7'\ 41'',5$, & la différence de déclinaison » $12'\ 20''$, dont la Comète étoit plus australe.

» Le 9, $0^h\ 6'\ 29''$ & $2^d\ 6'\ 0''$, en sorte qu'en un jour sidéral, » elle avoit fait $1^d\ 53'\ 40''$ en déclinaison, & $1'\ 12''$ en ascension droite; retrograde. »

M. Tesher, avoit joint à sa lettre, une figure de la route de la Comète, depuis le 3 jusqu'au 9 Octobre.



Grandeur des Etoiles.

2 3 4 5

6 7 8 9

80 75 70 65

240 250 260 270 280 290 300 310 320 330 340 350 360 10 20 30 40 50 60 70 80 90

Ascension droite

ROUTE

18. Aout à Paris

11. Aout à Limoges

19 20 21 23 24 27 28 31

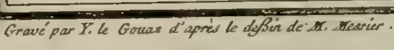
1.7bre

le dos du Rêne

β ρ π o h g d c

80 75 70 65





Gravé par Y. le Gouas d'après le deſsin de M. Messier.

Grandeur des Etoiles

2 3 4 5 6 7 8 9

CARTE CÉLESTE REPRESENTANT LA ROUTE APPARENTE DE LA COMÈTE DE 1774

Observée à PARIS de l'Observatoire de la Marine depuis le 18. Août jusqu'au 25. Octobre qu'elle cessa de Paroître aux Instrumens près du pied droit du Verseau.

Présentée au ROI le 2. Avril 1775.

Céphée

le Lézard

Pégase

Déclinaison Septentrionale

Déclinaison Méridionale

ROUTE APPARENTE DE LA COMÈTE OBSERVÉE

Cassiopée

Andromede

les Poissons

Equateur

Écliptique

Verseau



Gravé par Y. le Gouaz d'après le dessin de M. Messier

OCCULTATION DE L'ÉTOILE DOUBLE γ DE LA VIERGE, PAR LA LUNE, Le 1.er Août 1775.

Conjonction de Saturne avec la Lune le même jour, & la position d'une Étoile de 7.me grandeur, qui a dû être éclipsée le même soir par la Lune.

Par M. MESSIER.

L'OBSERVATION de γ de la Vierge étoit annoncée, l'immersion au bord obscur de la Lune pour 8 heures, & l'émersion pour $8^h\ 56'$. 2 Août 1775.

Le ciel, pendant la journée jusqu'à sept heures du soir, ne donnoit aucune espérance à pouvoir faire cette observation, à cause du ciel presque continuellement couvert; après sept heures il commença à devenir serein du côté du couchant où étoit la Lune: la Lune parut après sept heures: Saturne, la Lune, γ de la Vierge & une Étoile de la septième grandeur, étoient, à peu de chose près, sur le même parallèle, passant dans le même champ de la lunette, sans être obligé de la changer de position.

J'employois à ces observations ma lunette achromatique de quarante pouces de foyer; pour l'occultation de γ je la fit grossir environ cent cinquante fois; ce grossissement étoit nécessaire pour pouvoir apercevoir la séparation des deux Étoiles qui n'en forment qu'une sous une forme alongée, avec un grossissement moindre, comme de trente à quarante. Ce grossissement de cent cinquante fois, me fis reconnoître que les deux Étoiles étoient séparées, & qu'elles avoient sensiblement, l'une & l'autre, la même lumière; l'intervalle

des deux Étoiles étoit aſſez grand, pour pouvoir obſerver l'occultation de l'une & de l'autre.

Temps vrai.

8h 3′ 52″$\frac{1}{2}$ immerſion de γ la plus occidentale au bord obſcur de la Lune.
8. 4. 0$\frac{1}{2}$ immerſion de la plus orientale.

Pour l'obſervation de l'émerſion du bord éclairé de la Lune, il ne fut pas poſſible de la faire : la Lune étoit entrée, à 8h 40′, dans un nuage très-épais, qui s'élevoit à quelques degrés au-deſſus de l'horizon ; elle y reſta cachée juſqu'à ſon coucher.

Cette obſervation de γ de la Vierge, par la Lune, eſt aſſez rare ; elle fut obſervée par M. Caſſini, le 21 Avril 1720, avec une lunette de ſeize pieds, & il en a tiré des conſéquences tant pour l'atmoſphère de la Lune que pour la grandeur des Étoiles *(a)*. Je fis la même obſervation, le 7 Avril 1762, avec un téleſcope Grégorien de trente pouces de foyer, qui groſſiſſoit cent quatre fois : les quatre momens furent obſervés avec beaucoup de ſoin *(b)*.

Pendant que γ de la Vierge étoit derrière le diſque de la Lune, je mis à ma lunette achromatique, montée ſur ſa machine parallactique, ſon micromètre à fils, & j'obſervois les différences de paſſages en aſcenſion droite, entre le centre de Saturne & le premier bord de la Lune, ainſi que la différence en déclinaiſon.

Temps vrai.

8h 7′ 48″$\frac{3}{4}$ paſſage du centre de Saturne au fil horaire.
8. 15. 11 paſſage du premier bord de la Lune au même fil.

La différence en déclinaiſon, entre le centre de Saturne & le bord ſeptentrional de la Lune, étoit de 13′ 15″$\frac{3}{4}$.

Temps vrai.

8h 19′ 54″ paſſage du centre de Saturne au fil horaire,
8. 27. 37$\frac{1}{2}$ paſſage du premier bord de la Lune au même fil.

(a) Mémoires de l'Académie, *année 1720, page 141.*
(b) Mémoires des Savans étrangers, *tome V, page 313.*

Différence de déclinaiſon 15′ 19″½.

Temps vrai.

8h 31′ 44″ paſſage du centre de Saturne.

8. 39. 47¾ paſſage du premier bord de la Lune.

Peu de ſecondes après ce dernier paſſage, la Lune entra dans des nuages pour ne plus reparoître.

Une étoile de la ſeptième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, devoit être éclipſée par la Lune, vers le temps de l'émerſion de γ; l'obſervation ne put avoir lieu à cauſe du ciel couvert : je déterminai la poſition de cette Étoile par γ; ſon aſcenſion droite moyenne fut trouvée, pour le 1.er Août 1775, de 188d 2′ 11″, & ſa déclinaiſon auſtrale, de 0d 20′ 14″.



SUITE DU

MÉMOIRE IMPRIMÉ EN 1774,

SUR LES

PLUS GRANDES DIGRESSIONS

OBSERVÉES

DE MERCURE AU SOLEIL,

Et principalement vers le Périhélie.

Par M. LE MONNIER.

ON doit ſe rappeler ici, qu'ayant inſiſté le plus ſur les digreſſions qui répondoient à l'aphélie de Mercure, j'avois deſſein, en les comparant aux digreſſions vues vers le périhélie, de vérifier les Tables de Halley, quant à l'excentricité de l'orbite de Mercure. Je l'avois ébauché déjà, autrefois, par d'autres obſervations de cette Planète vue au Méridien dans les moyennes diſtances; j'ai donc ainſi trouvé l'erreur des Tables, négative aux temps des plus grandes digreſſions aphélies du commencement d'Août & de la fin de Juillet des années 1747 & 1767; cette erreur m'a paru d'ailleurs à peine croiſſante: ſavoir, de — 0′ 32″, & — 1′ 12″ dans l'eſpace de vingt années, ſelon les mêmes Tables, que j'ai ſuivies ſans les altérer, &c.

Il s'agit donc d'examiner ici, s'il y en a, d'abord le progrès des erreurs des mêmes Tables, vers le périhélie, & même dans un plus grand intervalle de temps que celui de vingt années, & enfin, l'excentricité abſolue. J'ai déjà rapporté une ſeule des obſervations récentes; ſavoir, celle de 1753 du 26 Septembre; mais j'en ai fait une autre encore plus exacte, cette année-ci, le 3 Mars 1775: dans celle-là, Mercure n'étant pas fort éloigné de ſa plus grande digreſſion, j'ai trouvé ſa longitude géocentrique, ♍ $15^d\ 41'\ 01''\frac{1}{2}$,

lorſque

lorsque les Tables de Halley la représentoient en ♍ $15^d 40' 10''$; elle étoit donc ainsi moins avancée, & l'erreur des Tables négative, comme aux digressions aphélies, savoir, de $0' 51'' \frac{1}{2}$. J'étois enfin impatient de savoir, cette année, ainsi que pour le mois de Septembre 1701, si l'erreur des Tables de Mercure étoit dans le même sens; ou bien s'il y avoit, comme aux digressions aphélies, quelqu'accroissement sensible; c'est ce que j'ai reconnu en effet devoir être admis, sur-tout par la comparaison des passages au Méridien, vus en 1701 & en 1775 aux digressions périhélies.

Quelques variations dans les élémens des Tables du Soleil, à cause que Halley y a fait l'équation du centre un peu trop grande, sembleroient d'abord compliquer ici les comparaisons des digressions périhélies, faites en Mars & en Septembre, & cela, nonobstant le soin qu'on apporte toujours à déduire la longitude observée de la Planète, de celle du Soleil, corrigée sur les meilleures Tables; aussi n'ai-je d'abord examiné que dans cette vue, celles des 20 & 21 Septembre 1701, pour les comparer à l'observation du 26 Septembre 1753, faites dans la même saison; on peut dire ici, que celles du commencement du siècle, bien examinées, s'accordent entr'elles & donnent sensiblement la même erreur négative, savoir, — $0' 35$ à $36''$. Il est vrai, qu'une autre observation du 12 Septembre 1701, faite au passage de Mercure par le Méridien, comme les deux autres, ne donne l'erreur des Tables négative que de 20 secondes, & même que l'erreur deviendroit presque nulle, si on corrige la hauteur méridienne (ou la déclinaison observée) marquée douteuse dans le regitre. Mais nous n'avons pas pour celle-là des hauteurs méridiennes observées du jour précédent ni du jour qui suit, pour nous aider à la rectifier, & jusqu'à ce que nous ayons des Tables plus exactes des mouvemens combinés du Soleil & de Mercure, on doit craindre d'y employer en vain les latitudes géocentriques des mêmes Tables : l'anomalie moyenne de Mercure, étoit ce jour-là, 12 Septembre 1701, $5^s 12^d \frac{1}{2}$, & l'élongation, selon les Tables, étoit de

$17^d 25'\frac{1}{4}$ ou d'une minute au moins plus petite que ſelon l'obſervation.

Je trouve auſſi que la plus grande élongation a dû ſe faire le 15 Septembre, d'environ $17^d 55'$, ſelon les Tables; & que le 16 Septembre, au paſſage par le périhélie, vers $5^h 21'\frac{1}{2}$ du ſoir, temps moyen, l'élongation ſe réduiſoit déjà à $17^d 40'\frac{1}{2}$; mais c'eſt moins la quantité abſolue de ces plus grandes élongations que nous cherchons ici, qu'à vérifier la diſtance de Mercure au Soleil, en parties, dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt 100000. Rappelons-nous d'abord, que le 20 Septembre, l'anomalie moyenne de Mercure étoit déjà $6^f 15^d\frac{1}{4}$, & l'élongation $16^d 17' 49''$, c'eſt-à-dire, $1' 13''$ plus grande que ſelon les Tables : qu'enfin, le jour ſuivant, j'ai pareillement trouvé l'excès de $1' 10''$; d'où l'on pourroit conclure, comme au 12 Septembre, qu'aux temps de la plus grande élongation (ſi on l'eût obſervée) les Tables l'auroient repréſentée au moins une minute trop petite.

Mais nous voyons, qu'en 1753, elles la repréſentent au 26 Septembre, une minute un quart plus petite, les Tables donnant l'élongation $17^d 45' 33''\frac{1}{2}$, & la différence entre la longitude de Mercure obſervée ♍ $15^d 40' 01''\frac{1}{2}$ & le lieu du Soleil corrigé ♎ $3^d 26' 50''$, étant $17^d 46' 48''\frac{1}{2}$; il ſeroit donc vrai de dire, qu'il y a eu en effet quelqu'accroiſſement, pourvu que l'obſervation, faite ce jour-là, ſoit exacte & exempte d'erreurs, n'ayant été vérifiée par aucune autre qui nous la confirmât.

Dans l'un & l'autre cas de 1701 & de 1753, Mercure n'a été comparé qu'au Soleil, à ſon paſſage par le Méridien, & il s'en falloit beaucoup que les déclinaiſons ou hauteurs méridiennes de ces deux aſtres fuſſent égales; ce qui introduit toujours une critique délicate des erreurs du plan de l'inſtrument. C'eſt ce qu'il eſt ſouvent plus utile, comme on va le voir dans l'inſtant, de vérifier, lorſqu'il eſt poſſible, par les paſſages au Méridien de quelques Étoiles.

J'ai pratiqué cette maxime ſoigneuſement juſqu'ici, & en

dernier lieu le 3 Mars de cette année 1775, ayant aperçu Mercure au Méridien, lorſqu'il étoit à peine $0^{d}\frac{1}{4}$ au-delà de ſon périhélie: ma pendule de Graham, nouvellement rétablie, étoit réglée depuis le 9 Février, & n'avançoit chaque jour que de $6''\frac{1}{2}$ ſur la révolution des Étoiles fixes. Voici les obſervations.

Le 3 Mars 1775, à $1^{h}\,02'\,20''\frac{1}{4}$ de temps vrai ou apparent, l'aſcenſion droite de Mercure comparé avec Procyon, étoit $359^{d}\,45'\,30''$.

À $22^{h}\,56'\,05''$....	paſſage du Soleil au Méridien à	$55^{d}\frac{3}{4}$ du Zénith.
$23.\ 58.\ 35\frac{1}{2}$.........	Mercure.........	$47^{d}\,50'\,35$.
$7.\ 27.\ 08\frac{1}{4}$.........	Procyon.........	$43.\ 04.\ 10$.

J'ai eu égard dans ces paſſages aux erreurs de plan de mon grand quart-de-cercle mural, ainſi qu'aux vérifications des diſtances que j'avois faites par les étoiles voiſines du zénith; d'où j'ai tiré ci-deſſus les diſtances au zénith apparentes de Mercure & de l'étoile. Ayant ſuppoſé la latitude du lieu $48^{d}\,52'\,07''\frac{1}{2}$, la réfraction moins la parallaxe 63 ſecondes, & la déclinaiſon boréale $1^{d}\,0'\,32''$, j'en ai déduit la longitude de Mercure ♈ $0^{d}\,10'\,48''$, avec une latitude boréale de $1^{d}\,01'\,18''$; les Tables de Halley non corrigées, donnent ♈ $0^{d}\,10'\,14''\frac{1}{3}$, & par conſéquent la longitude géocentrique 34 ſecondes plus petite; enfin j'ai trouvé l'élongation ce jour-là $17^{d}\,21'\,13''\frac{1}{2}$: mais il eſt inutile de comparer ici l'élongation aux Tables de Halley, qui en diffèrent à peine en moins d'un tiers de minute, parce que le Soleil étoit alors dans ſon deuxième demi-cercle d'anomalie où l'équation du centre des Tables ſolaires ſe fait en ſens contraire de ce qui arrive au mois de Septembre, & que cette équation, comme je l'ai prouvé en 1742 & 1746, eſt un peu trop grande dans les anciennes Tables.

La comparaiſon que j'ai faite de Mercure au Soleil & à une étoile, m'a dédommagé de n'avoir pu la réitérer les jours ſuivans, à cauſe des mauvais temps, & ſur-tout quatre jours après, lorſque j'aurois pu voir Mercure dans ſa plus grande

digreſſion orientale : il eſt vrai qu'il étoit déjà pour lors fort loin de ſon périhélie, & qu'on ne s'eſt guère propoſé que de rechercher uniquement les diſtances abſolues de Mercure au Soleil dans le temps de ces digreſſions aphélies & périhélies, comme il a été déjà dit ci-deſſus.

J'avertirai d'ailleurs que les Tables du Soleil, que j'ai fait imprimer, & qui m'ont fait connoître le lieu du Soleil ce jour-là ♓ 12^d 49′ 52″, ainſi que ſon aſcenſion droite 344^d 10′ 38″ repréſenteroient ainſi la longitude obſervée de Mercure 22 à 23 ſecondes plus grande que ci-deſſus : cependant elles indiquoient cette année-ci ſur la fin de l'hiver, un excès d'un tiers ou d'un quart de minute, ce qui fait voir qu'il ne faut pas toujours s'en rapporter aux Tables du Soleil les plus correctes ou à celles qui ſont en vogue, puiſqu'elles ne ſont pas abſolument exemptes de quelques erreurs. A l'égard des Tables de Mercure de Halley, comme il s'agit ici de vérifier l'excentricité de l'orbite de cette Planète, nous retiendrons d'abord la plus grande équation de l'orbite propoſée dans ces Tables de 23^d 42′ $\frac{1}{2}$ dans les calculs qui vont ſuivre, ainſi que les autres élémens de ces mêmes Tables, que nous ſommes obligés d'adopter d'abord ſans y rien altérer, juſqu'à ce qu'on ſoit dans le cas de revenir pluſieurs fois ſur ces données. Soient donc ſuppoſées les diſtances Aphélies & Périhelies . . . $\begin{cases} 46680. \\ 30740. \end{cases}$

La grande diſette où nous étions d'obſervations de Mercure, faites aux environs de ſon périhélie, m'avoit engagé d'abord à examiner une autre obſervation du 19 Septembre 1701 au matin, faite à l'Orient par M. de la Hire, dans une ſituation plus approchée que les autres qu'il a données de ſon périhélie; mais ce n'eſt pas ici le lieu d'y inſiſter, & elle doit être diſcutée à part & en détail, ce qu'il faut renvoyer à la fin de ce Mémoire.

Mes obſervations des 27 Septembre & 3 Octobre 1753, des paſſages du Soleil & de Procyon à la lunette méri-

dienne mobile sur son axe, m'ont donné, toutes corrections faites, le lieu du Soleil, d'un quart ou d'un tiers de minute plus avancé que selon les nouvelles Tables que j'ai imprimées : il y auroit donc quelques corrections à faire sur ce pied-là à la longitude géocentrique déjà établie le 26 Septembre par la comparaison des passages du Soleil & de Mercure; ainsi l'élongation observée sera $17^{d} 47' 06'' \frac{1}{2}$, la distance du Soleil à la Terre étant alors 100128 : or l'angle de commutation tiré des Tables étant $78^{d} 25' 21'' \frac{1}{3}$, il s'ensuivroit que la distance accourcie de Mercure au Soleil observée, seroit 307644, au lieu que les Tables ne la donnent que de 30718, la différence est donc en excès, comme on le va voir encore par ce qui suit.

Semblablement, le 3 Mars 1775, la distance de la Terre au Soleil, étant supposée 992339, & l'angle qui représente l'élongation observée, $17^{d} 21' 13'' \frac{1}{2}$, celui de commutation tiré des Tables, étant aussi $88^{d} 02' 45''$; on auroit en ce cas, la distance accourcie de Mercure au Soleil, 307070, plus grande aussi que selon les Tables, puisque celles-ci l'admettent de 306875.

Réduisant enfin l'une & l'autre distance accourcie à la distance périhélie, puisqu'on connoît d'ailleurs le lieu du nœud & l'anomalie moyenne, celle de 1753 donneroit 30786; & celle de 1775, 30753, au lieu de 30740 que représentent les Tables.

Les distances périhélies de 1701, au nombre de trois observations, donneroient par un milieu 30779, qu'il s'agit de comparer avec la distance aphélie, pour en déduire l'excentricité de l'orbite.

Or, les deux observations que j'ai rapportées, du 4 Août 1747, & du 30 Juillet 1767, nous produisent pour distance aphélie $\left\{ \begin{matrix} 466496 \\ 466716 \end{matrix} \right\}$ valeurs au contraire plus petites que celle des Tables qui la représentent de 466802.

On auroit donc l'excentricité, suivant mes observations

de 1767 & de 1775, de 7959; ou bien de 7948 ½, si l'on compare la distance aphélie observée en 1747 avec celle du périhélie du 3 Mars 1775.

Les autres valeurs se manifestent en prenant un milieu, & même y employant celles de 1701, lesquelles donneroient l'excentricité encore plus petite, savoir 7945 & 7941; d'où il est visible qu'aux Tables de Halley, on doit diminuer nécessairement la plus grande équation du centre, & la limiter entre 23^d 40′ & 23^d 37′ ½. Mais avant que l'on prononce sur cette excentricité, comme aussi sur la plus grande équation du centre de l'orbite, il convient d'avoir égard à tous les élémens connus relatifs aux Tables de Halley, qu'il faut refondre pour ainsi dire; comme aussi aux aberrations, nutations ou précessions des Équinoxes: en un mot, à la correction des Tables du Soleil en 1701, selon les observations faites en cette année-là. Venons enfin aux détails pour 1701, que j'ai déjà annoncés.

Dernières conclusions.

Mercure avoit à peine, le 12 Septembre 1701, une plus grande élongation qu'au 20 du même mois; & je trouve par observation, qu'elle étoit 17^d 26′ 53″, ou bien 1′ 6″ plus grande que selon les Tables de Halley.

Mais cette même source d'erreur qui m'a paru constamment établie dans quelques déclinaisons, a dû provenir surtout de la hauteur Méridienne, mal observée le 19 Septembre 1701. Le regître de M. de la Hire, contient ce qui suit... *Sed altitudo haberi non potuit, tamen circa 50° 12′.* Je trouve, en effet, qu'elle est défectueuse, étant de 4 minutes & demie plus grande que selon les Tables, qui donnent en cet instant la latitude calculée 1^d 33′ 05″ boréale; y ayant donc égard, on ne trouve plus une aussi grande erreur des Tables qu'auparavant, dans l'observation du 20 Septembre 1701, & l'erreur n'est plus que de 29 secondes & demie en excès, ce qui est plus conforme aux résultats de l'observation du 21 Septembre, & même à celle du 12 Septembre, laquelle devroit être préférée s'il n'y avoit pas eu aussi quelques corrections à faire à la hauteur méridienne de ce jour-là. En général, l'erreur dans la

hauteur méridienne, influe beaucoup ici sur la longitude qu'on en veut déduire ; cela n'arrive pas aux environs du colure des solstices; mais elle est à craindre, plus l'Astre s'approche du colure des équinoxes.

Il faut donc prendre garde, en pareil cas, lorsque la Planète s'approche du Bélier ou de la Balance, à l'erreur qu'on peut commettre dans les hauteurs méridiennes; & il n'est pas surprenant que M. de la Hire n'y ait pas toujours réussi, étant trop occupé à voir, presqu'en même temps, Mercure qui lui échappoit presque dans la lunette de 32 pouces, & dans celle du quart-de-cercle mural, qui ne donnoit que son passage par le Méridien, & non pas les hauteurs.

Enfin, l'élongation de Mercure au Soleil avoit déjà diminué le 19, & les Tables ne l'ont donnée que de $16^d\ 16'\ 36''$, ou bien l'observation $16^d\ 17'\ 43''$, en adoptant la hauteur méridienne corrigée d'une minute soustractive; & quant à la distance du périhélie, elle étoit dans celle-ci 15 degrés un quart au-delà; au lieu que dans celle du 12 Septembre, on a trouvé l'anomalie moyenne 17 degrés & demi, comme il a été dit, moindre que six signes. Or, il sembleroit d'abord plus naturel de préférer celle du 12 Septembre, laquelle répondoit à une plus grande élongation, & de convenir en ce cas, que l'erreur des Tables de Halley étoit d'un tiers ou d'une demi-minute tout au plus en excès, dans sa plus grande digression périhélie, si on étoit bien assuré de la déclinaison observée.

Divers autres détails des Observations, faites par M. de la Hire, suivant l'Extrait de ses regîtres manuscrits.

Die 11 Sept. 1701, transitus { prioris limbi $11^h\ 59'\ 58''$ / posterioris. . 12. 02. 06. } centri solis $12^h\ 01'\ 2''$.

Die 12 manè Mercurius transit per verticalem declinantem ab ortu ad septemtrionem $5^d\ 15'\ 15''$, notante horologio $5^h\ 06'\ 36''$; altitudo in eodem verticali $10^d\ 2'\ 00''$. Mercurii transitus centri per quadrantem muralem $10^h\ 55'\ 15''$ optima; altitudo circiter $52^d\ 5'$.... accurata non potuit haberi.

Mercurii transit. veri temp. { per quadrantem muralem........ $10^h\ 54'\ 52''\frac{1}{4}$.
per verum meridianum......... 10. 54. 56.

M. de la Hire auroit pu mieux donner le temps vrai, puisqu'en $1^h\ 05'$ sa Pendule a dû retarder de 1 seconde trois quarts, & qu'il donne le midi vrai à $12^h\ 00'\ 21''\frac{1}{4}$; il y aura pareillement une correction à faire au passage par le vrai méridien, que j'ai réduit à $10^h\ 54'\ 54''$, ayant tant soit peu mieux discuté les déviations du limbe de ce mural.

12 Septembris 1701, transitus { prioris limbi... $11^h\ 59'\ 22''$ / posterioris.... 12. 01. 31 } centri $12^h\ 0'\ 26''\frac{1}{2}$.
Altitudo meridiana superioris limbi solis....... $45^d\ 39'\ 50''$.
Transitus per verum meridianum........... $12^h\ 00'\ 21''\frac{1}{4}$.

Maintenant passons aux observations du 17 au 21 Septembre.

17 Septembris 1701, transitus { prioris limbi.. $11^h\ 56'\ 21''$ / posterioris... 11. 58. 29 $\frac{1}{2}$ } centri $11^h\ 57'\ 25''\frac{1}{4}$.
Altitudo meridiana superioris limbi.......... $43^d\ 44'\ 00''$.
18 Septembris 1701, transitus posterioris limbi $11^h\ 57'\ 52''\frac{1}{2}$, centri $11^h\ 58'\ 48''\frac{1}{4}$.

19 manè, transitus centri Mercurii per verticalem notatum, &c. Mediæ Crucis Sancti Marcelli, & anguli exterioris postis fenestræ musæi mei ab ortu versùs septemtrionem, qui ex accuratis observationibus declinat ab ortu ad septemtrionem $1^d\ 56'\ 40''$, notante horologio $5^h\ 19'\ 29''$.

Altitudo centri Mercurii in eodem verticali.... $11^d\ 03'\ 30''$.

Angulus observatus est per triangulum in pavimento musæi delineatum cùm accuratâ lineâ meridianâ; sed ex observatione transitûs solis per eundem verticalem, ritè subductis calculis reperio declinationem verticalis $1^d\ 49'\ 55''$.

Manè, solis centrum transivit per verticalem superiorem, &c. $5^h\ 52'\ 08''$, ex transitu utriusque limbi collectum nempe $5^h\ 50'\ 45''$, $5^h\ 53'\ 31''$; declinatio solis $1^d\ 36'\ 20''$ tempore hujus observationis, ex observatione altitudinis solis in meridiano.

Promotum Horologium 10′ 00″.

Mercurii altitudo meridiana $50^d\ 33'\ 45''$, sed propter nimium lumen solis, quod objectivum vitrum illuminabat, non potuit observari in quadrante murali.

Solis transitus............ { prioris limbi.. $12^h\ 05'\ 07''\frac{1}{2}$ / posterioris.... 12. 07. 16 } $12^h\ 06'\ 11''\frac{3}{4}$.
Altitudo meridiana superioris limbi......... $42^d\ 57'\ 40''$.

Vera

Vera altitudo $42^d\ 56'\ 25''$; semi-diameter $16'\ 3''$; vera altitudo centri $42^d\ 40'\ 22''$, altitudo æquatoris $41^d\ 10'\ 00''$; declinatio in meridiano $1^d\ 30'\ 22''$.

20 Septembris 1701, manè.... Distantia inter Leonis cor vel Regulum & Mercurium hora $5^h\ 10'$, erat cum radio astronomico, $14^d\ 55'$; altitudo $8^d\frac{1}{2}$.

Mercurius in verticali turris Sancti Marcelli, ut supra $5^h\ 29'\ 19''$; altitudo in eodem verticali $10^h\ 28'\ 40''$.

Mercurii centri transitus per quadrantem muralem $11^h\ 07'\ 42''$, sed altitudo haberi non potuit, tamen circa $50^d\ 12$.

Transitus	per quadrantem muralem veri temporis..........	$11^h\ 02'\ 12''\frac{1}{2}$.
	per verum meridianum......................	11. 02. 12.

Solis transitus............	prioris limbi..	$12^h\ 04'\ 30''$	centri $12^h\ 05'\ 34''$.
	posterioris...	12. 06. 38	

Altitudo meridiana superioris limbi solis...... $42^d\ 34'\ 15''$.
Transitus centri solis per verum meridianum.. $12^h\ 05'\ 28''$.

Le calcul de la déclinaison boréale de Mercure, fait sur les Tables de Halley, donne bientôt la variation diurne, sa longitude & sa latitude géocentriques étant ainsi connues, à l'heure des passages au Méridien, les 19 & 20 Septembre 1701; ainsi on aura $9^d\ 23'\ 46''\frac{1}{2}$, $8^d\ 56'\ 13''\frac{1}{2}$, avec une différence de $27'\ 33''$; au lieu que les hauteurs méridiennes rapportées ci-dessus, dont la dernière, savoir $50^d\ 12'$, est marquée douteuse, ne donnent cette différence diurne en déclinaison, que de $21'\ 45''$. Des nuages firent manquer le jour suivant, 21 Septembre, le passage de Mercure au Méridien, & cependant la hauteur méridienne fut observée sur le quart-de-cercle mobile de $49^d\ 37'\ 40''$, avec une variation diurne de 34 minutes un tiers, laquelle indique aussi très-visiblement le défaut de la hauteur méridienne, estimée plutôt qu'observée, le 20 Septembre, de $50^d\ 12'$ sur le quart-de-cercle.

Toutes ces circonstances réunies prouvent donc visiblement qu'il a fallu corriger, comme nous l'avons fait, la déclinaison de Mercure observée le 20 à son passage par le Méridien, pour en déduire sa longitude géocentrique.

On ne sauroit donc trop avertir ici qu'il n'y a rien de

plus dangereux que de se négliger sur les déclinaisons de la planète de Mercure, lorsque cette Planète s'approche du colure des Équinoxes.

Réflexions sur la méthode de trouver le lieu de Mercure par son passage, vu les soirs ou les matins, par des azimuths déterminés.

Cette méthode doit réussir quelquefois proche le premier vertical, à cause que Mercure est déjà fort élevé; qu'il monte fort vîte dans ces azimuths ; & que l'on a aujourd'hui d'excellens instrumens des passages, qu'on doit aussi destiner préférablement à cette recherche.

Que si l'azimuth est désigné par quelques objets terrestres, on a tout le loisir de comparer ce point fixe avec celui du Méridien, lorsqu'on a repairé celui-ci, dans un horizon libre; sinon il faudroit recourir aux passages des Étoiles de la première grandeur, dont la position aura été nouvellement recherchée.

Toute l'attention de l'Observateur doit se diriger autant, aux instans du passage par l'azimuth, que par le fil horizontal du quart-de-cercle, & il en doit marquer la différence, s'il s'y en trouve, comme il arrivera toujours, si l'on prend deux hauteurs consécutives de Mercure, pour réduire chacune à l'instant du passage par l'azimuth. On ignore si M. de la Hire a pu saisir cet instant.

Si l'observation du 19 Septembre 1701, à 5 heures 20 minutes du matin étoit exacte, quant à la hauteur dont on auroit dû sur toutes choses marquer l'instant précis, on ne seroit guère ici embarrassé pour l'azimuth, à cause que Mercure a été vu dans sa plus grande hauteur méridienne.

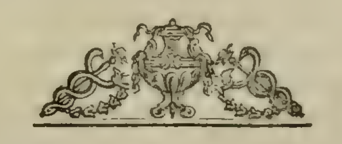
Cette hauteur méridienne donnera la déclinaison de Mercure, qu'on doit réduire par le calcul des Tables, comme je l'ai pratiqué, à une déclinaison de 5′ 4″ plus grande au matin, pour résoudre ensuite un triangle sphérique à l'aide

de l'obſervation de la hauteur à l'Orient, & dont les trois côtés ſont connus, la latitude du lieu étant donnée.

On auroit donc ainſi l'angle horaire indépendamment de l'azimuth, & M. de la Hire n'ignoroit pas que dès 1667, M. Hughens avoit démontré qu'aux environs du premier vertical, les Aſtres y montent le plus vîte ſur l'horizon, ce qui fournit ici le cas le plus avantageux.

Les Tables de Halley, donnent ce jour là, 7 Septembre 1701 *(vieux ſtyle)* à $22^h\ 45'\ 54''$, la longitude géocentrique ♍ $9^d\ 20'\ 52''\frac{3}{4}$, ſa latitude boréale $1^d\ 25'\ 26''$, & l'anomalie moyenne $6^f\ 11^d\frac{1}{6}$. Cette anomalie moyenne n'étoit que $6^f\ 10^d\frac{1}{5}$ à $17^h\ 07'\ 44''\frac{1}{2}$ temps moyen le même jour, & au temps de l'obſervation faite vers l'Orient; enfin la longitude & la latitude géocentriques ♍ $9^d\ 4'\ 11''$ & $1^d\ 24'\ 11''$ au Nord.

Or il eſt viſible que s'il y a moyen de tirer quelqu'utilité de cette obſervation, du 19 Septembre au matin, elle ſeroit beaucoup plus avantageuſement ſituée, que celle du 20, étant d'ailleurs plus approchée du paſſage par le périhélie, comme auſſi de ſa plus grande élongation. D'ailleurs 5 minutes d'erreur dans l'azimuth, ne doivent guère influer que du quart de cette valeur, ou plutôt n'influent que de $1'\ 42''$, dans l'angle horaire qu'on cherche; en un mot, les repaires exiſtent, & on ſera toujours à portée de vérifier l'azimuth, ſi la hauteur n'eſt pas ſuſpecte.



RAPPORT

Sur la mort du Sieur LE MAIRE, *& sur celle de son Épouse, Marchands de Modes, à l'enseigne de la* Corbeille galante, *rue Saint Honoré, causées par la vapeur du Charbon, le 3 Août 1774.*

Par M. PORTAL.

Lû à l'Assemblée publique du 12 Novemb. 1774.

L'ACADÉMIE a été frappée de la mort tragique dont ont péri le marchand & la marchande de Modes de la Corbeille galante, rue Saint Honoré; &, comme elle est toujours attentive à l'avancement des Sciences, & sur-tout de celles qui ont pour objet la conservation de l'espèce humaine, elle m'a chargé de lui rendre compte de ce triste évènement, & des causes qui peuvent l'avoir produit.

En conséquence, je me transportai, vers les cinq heures du soir le même jour de cet accident, au lieu où s'étoit passée cette scène tragique. J'entrai dans une chambre de médiocre grandeur, qui n'étoit éclairée que par une seule croisée: les murailles en étoient couvertes d'une boiserie nouvellement peinte, mais qui n'exhaloit aucune mauvaise odeur: elle étoit habitée depuis quelques semaines.

Au milieu de cette chambre étoient les deux corps morts, celui du marchand & celui de la marchande *(a)*. Ils avoient tous deux la face colorée, les yeux luisans, les membres flexibles, même la mâchoire inférieure; leur peau étoit encore souple, & assez chaude; leur bas-ventre étoit très-tuméfié.

(a) Il y avoit aussi un petit chien qui avoit été étouffé par la vapeur du charbon.

Je fis diverſes queſtions pour découvrir les cauſes d'un accident ſi funeſte, & j'appris qu'il y avoit un Baigneur logé au-deſſous ; que le tuyau de la cheminée de ce Baigneur s'ouvroit dans celle de la chambre où avoient péri ces deux perſonnes ; que le Baigneur avoit allumé du charbon dans ſa cheminée vers les cinq heures du matin, & qu'à ſept heures on avoit trouvé les deux Sujets morts dans leur chambre, qui étoit pleine de fumée ; qu'on leur avoit fait faire une ſaignée à la jugulaire, qu'on leur avoit donné de l'émétique, & qu'on avoit tâché de leur introduire de la fumée de tabac par le fondement, &c. &c ; mais que tous ces ſecours avoient été inutiles.

Je connoiſſois les altérations qu'on trouve dans les corps des perſonnes ſuffoquées par la vapeur du charbon, tant d'après la lecture de divers Auteurs qui ſe ſont occupés de cet objet, que d'après pluſieurs ouvertures que j'avois faites d'hommes & d'animaux morts de cette manière.

J'aurois cependant voulu m'aſſurer de nouveau, par l'ouverture de ces deux perſonnes, des vraies cauſes de leur mort ; car ce n'eſt qu'à force d'obſervations que la Médecine s'éclaire. Je ſollicitai les parens, pour qu'ils me permiſſent de faire l'ouverture des corps morts : mes demandes furent inutiles ; je m'attirai des menaces, & je ne pus jamais les convaincre de l'utilité de cette opération. Alors je crus devoir m'adreſſer à M. de Sartine, Lieutenant général de Police, pour obtenir de lui la permiſſion de faire cette ouverture.

Ce Magiſtrat ſi zélé pour le bien public écrivit en conſéquence au Commiſſaire du quartier, pour me faciliter les moyens de faire ou de faire faire l'ouverture des corps morts; mais les inſtances de celui-ci furent également inutiles auprès des parens, qui s'y opposèrent toujours ſous des prétextes puérils & ſuperſtitieux; de ſorte que je ne pus venir à bout de remplir les intentions de l'Académie, ni ſatisfaire l'envie que j'avois d'acquérir de nouvelles notions ſur la cauſe de la mort des perſonnes ſuffoquées par la vapeur du charbon.

Cependant la mort tragique qui venoit d'enlever ces deux

époux, & qui moissonne tous les ans un si grand nombre de citoyens d'une manière aussi prompte qu'imprévue, cette triste mort fixa mon attention: je me rappelai mille histoires semblables; &, comme je savois que plusieurs personnes, avec tous les signes de la mort, avoient été rappelées à la vie par divers moyens, & que je craignois que d'autres n'eussent le malheur d'être enterrées vivantes, je crus qu'il n'y avoit rien de plus utile que de recueillir tous les moyens salutaires qui avoient été mis en usage, de les présenter à l'Académie & au Public, pour en faciliter l'exécution, & pour les faire connoître de plus en plus.

J'ai vu plusieurs fois employer des moyens pour rappeler à la vie des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques, plus dangereux encore que la cause contre laquelle on les employoit; & je ne doute pas que plusieurs de ces malheureuses victimes n'eussent revu le jour, si on leur avoit administré les secours convenables, ou du moins si on eût laissé agir la Nature, qui tend d'elle-même à sa conservation lorsqu'il lui reste encore quelques ressources.

Il est donc essentiel de tracer une méthode que l'on puisse suivre pour secourir promptement & avec succès les personnes frappées par des vapeurs méphitiques: il en périt un si grand nombre de cette manière, qu'on ne sauroit trop s'occuper des moyens d'y remédier. En effet, il n'est point d'année que ces vapeurs n'enlèvent des citoyens à l'État, soit dans des chambres étroites, dans des lieux habités par trop de monde, & où l'air ne circule point assez librement, soit dans l'exploitation des mines & des carrières. L'on voit tous les jours des fossoyeurs & des vidangeurs étouffés de cette manière. Ces accidens sont encore fréquens dans les lieux où l'on fait le vin, principalement dans la Guienne & le Languedoc.

Pour traiter cette question avec ordre, j'examinerai 1.° les altérations qu'on trouve dans les corps des personnes qui sont mortes suffoquées:

2.° J'expoſerai les recherches que j'ai faites pour découvrir la cauſe qui les produit:

3.° Je traiterai enſuite des moyens qu'il faut employer pour rappeler à la vie ceux qui ont été ſuffoqués par cette eſpèce de vapeur.

CHAPITRE PREMIER.

Obſervations faites à l'ouverture du corps des perſonnes ſuffoquées par la vapeur du charbon, par celle des liqueurs en fermentation, & par celle d'autres vapeurs méphitiques.

NOUS avons peu d'obſervations en ce genre, mais celles qui ont été recueillies prouvent inconteſtablement que l'on trouve dans le corps des perſonnes ſuffoquées par des vapeurs méphitiques:

1.° Les vaiſſeaux du cerveau gorgés de ſang, les ventricules de ce viſcère quelquefois pleins d'une ſéroſité écumeuſe, & quelquefois ſanguinolente:

2.° Le tronc de l'artère pulmonaire eſt très-diſtendu par le ſang qu'il contient, les poumons paroiſſent dans l'état à peu près naturel:

3.° Le ventricule droit & l'oreillette droite du cœur, les veines-caves & les veines jugulaires ſont pleines d'un ſang écumeux:

4.° On trouve ſouvent de la ſéroſité ſanguinolente dans les bronches:

5.° Le tronc des veines pulmonaires & l'oreillette gauche vides, ou preſque vides de ſang; on trouve auſſi pour l'ordinaire le ventricule gauche & le tronc de l'aorte vides de ſang:

6.° Le ſang que l'on trouve dans les endroits indiqués eſt fluide pour l'ordinaire & comme mouſſeux, il s'extravaſe auſſi facilement, dans le tiſſu cellulaire de la tête principalement, parce que c'eſt dans cette partie que le ſang abonde:

7.° L'épiglotte des personnes mortes de suffocation est relevée, & la glotte ouverte & libre :

8.° Mais leur langue est extraordinairement épaisse, à peine peut-elle contenir dans leur bouche; c'est ce que j'ai observé dans le cadavre d'un homme suffoqué par la vapeur d'un vin qui fermentoit ; sa langue noircit & se gonfla extraordinairement en très-peu de temps. Une blanchisseuse qui avoit été frappée par la vapeur du charbon & qu'on croyoit morte, étant revenue à la vie après avoir été exposée à l'air libre, se plaignit pendant long-temps d'une grande difficulté d'avaler; elle disoit que sa langue étoit si grosse, qu'elle ne pouvoit la contenir dans la bouche.

Je la vis huit jours après l'accident, & je lui conseillai de se faire saigner à la veine ranine, & de se gargariser avec du vinaigre affoibli avec de l'eau ; elle ne se fit point saigner, mais elle retira un si grand avantage de l'usage du vinaigre, qu'elle fut bientôt guérie du gonflement de la langue, & de la difficulté d'avaler qu'elle avoit éprouvée.

9.° Les yeux des suffoqués par des vapeurs méphitiques sont saillans, & bien loin d'être ternes, ils conservent leur éclat jusqu'au deuxième & même jusqu'au troisième jour après la mort; souvent leurs yeux sont plus luisans alors qu'ils ne l'étoient naturellement : observation très-importante & contraire à l'opinion de M. Winslow, qui dit d'une manière trop générale, que les yeux des mourans se couvroient d'une pellicule qui en trouble la transparence, car cela n'a lieu que dans ceux qui meurent après une longue agonie.

On peut aussi avancer que les yeux de tous les sujets qui ont péri par un coup de sang dans la tête, sont saillans & plus luisans que de coutume; c'est ce que j'ai observé dans les apoplectiques que j'ai ouverts.

10.° Les corps des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques, conservent long-temps leur chaleur, elle est même quelquefois plus forte immédiatement après la mort que pendant la vie, *& que dans la parfaite santé.* Le célèbre de Haën,

de Haën *(b)* a fait cette obſervation ſur des ſujets morts de différentes maladies ; mais nous nous en ſommes convaincus principalement dans quatre perſonnes mortes ſuffoquées, trois par la vapeur du charbon, & la quatrième par la vapeur du vin qui fermentoit.

La chaleur ſe conſerve auſſi très-long temps dans le corps des apoplectiques ; on a des exemples frappans de ce que j'avance. Je citerai, entr'autres, celui du Père Gardien des Capucins, mort ſubitement à Montpellier, il y a environ dix ans, & qu'on conſerva très-long temps ſans l'enſévelir, parce que ſon corps étoit très-chaud. Les papiers publics ont fait mention, il n'y a pas long temps, d'un évènement à peu-près ſemblable, arrivé à Vienne en Autriche. Enfin les Auteurs rapportent diverſes obſervations qui prouvent que les corps des perſonnes mortes d'apoplexie, ou qui ont été tuées par des vapeurs méphitiques, conſervent très-long temps la chaleur.

11.° Les membres ſont flexibles long temps après la mort, & on peut leur faire faire tous leurs mouvemens avec la plus grande facilité ; par conſéquent un homme peut être mort ſans avoir de la rigidité dans les membres *(c)*.

12.° Le viſage des perſonnes ſuffoquées par la vapeur du charbon, ou autres vapeurs méphitiques, eſt plus gonflé & plus rouge qu'à l'ordinaire ; les vaiſſeaux ſanguins qui s'y diſtribuent ſont gorgés de ſang.

13.° Le cou & les extrémités ſupérieures ſont quelquefois ſi gonflées, que ces parties paroiſſent enflées, ſans cependant conſerver l'impreſſion du doigt, comme cela arrive dans l'œdème.

Tel eſt le réſultat des obſervations qui ont été faites par divers Anatomiſtes, & que j'ai faites moi-même ſur le corps des perſonnes qui ont été ſuffoquées par la vapeur du charbon, des liqueurs en fermentation, de certains ſouterrains & de quelques mines. On pourra trouver pluſieurs obſervations

(b) Voyez principalement *Rationis medendi*, tome II, édit. de Paris.

(c) Voyez auſſi une Obſervation de M. Morgagni. *Epiſt. 30, art. 2.*

qui justifient ce que j'ai avancé, dans les Ouvrages de M.[rs] Lansoni *(d)*, Méad *(e)*, Morgagni *(f)*, & Lieutaud *(g)*, Méseray *(h)*, Sauvages *(i)*, Haguenot *(k)*, & dans divers autres qu'il seroit trop long de citer ici.

Divers animaux ont été soumis à des expériences. J'ai fait enfermer dans une caisse de bois, tantôt un chien, tantôt un chat, & quelquefois des oiseaux. J'avois fait pratiquer à cette caisse une ouverture, à laquelle étoit adaptée l'extrémité rétrécie d'un entonnoir; le pavillon de cet entonnoir étoit inférieur, & recouvroit un réchaud dans lequel on allumoit du charbon, ou dans lequel on brûloit du soufre & des matières arsénicales. Tous les animaux qui ont été soumis à ce genre d'expérience, ont péri en très-peu de temps: je les ai ouverts, & j'ai toujours trouvé les vaisseaux du cerveau gorgés de sang, le ventricule & l'oreillette droite du cœur, ainsi que les vaisseaux qui s'y abouchent, également pleins de sang; tandis que le ventricule gauche, l'oreillette & les veines pulmonaires qui lui correspondent, étoient vides ou ne contenoient presque point de sang; mais ce sang étoit si raréfié qu'il étoit mousseux: je ne l'ai jamais vu tel dans les hommes ni dans les animaux qui sont morts noyés; c'est cependant ce que le célèbre *Meckel* a avancé, mais ce qui ne se trouve point confirmé par nos observations ni par nos expériences.

CHAPITRE II.

Observations sur la cause de la mort des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques.

PARMI toutes les altérations qu'on trouve dans les corps des suffoqués, n'y en a-t-il pas une de laquelle toutes les

---

(d) *De sedibus & causis morborum.*

(e) *Opera omnia de venenis.*

(f) *Expositio mechanica venenorum.*

(g) *Historia anatomico-medica.*

(h) Maladies des armées.

(i) *Nosologia method.*

(k) Sur le danger des inhumations dans les églises.

autres dépendent, & qu'on puiſſe regarder comme la cauſe immédiate de la mort; & n'eſt-ce pas dans le poumon qu'il faut la chercher? Il s'exhale des miaſmes du charbon dans la première ignition des liqueurs en fermentation, des ſouterrains que l'on ouvre, ou des mines que l'on fouille; à peine l'air eſt-il chargé de ces miaſmes, qu'il devient inſuffiſant pour la reſpiration; les hommes qui y ſont ſoumis éprouvent d'abord une extrême difficulté de reſpirer; ils ouvrent la bouche pour recevoir une plus grande quantité d'air *(l)*, mais c'eſt en vain qu'ils font des efforts pour éviter la mort; l'air ne peut plus diſtendre leur poumon, & le ſang eſt forcé de s'arrêter & de s'accumuler dans les vaiſſeaux de la tête, comme nous le prouverons plus bas; ce qui les fait périr d'apoplexie.

Il ſeroit ſans doute intéreſſant de découvrir la qualité des miaſmes qui corrompent l'air, de ſavoir comment ils le rendent inſuffiſant à la reſpiration, & comment ils tuent ſi promptement les hommes & les animaux *(m)*; mais c'eſt aux Phyſiciens à faire des recherches à ce ſujet; il ſuffit de nous être convaincus, par l'obſervation & par l'expérience, que l'air infecté de pareils miaſmes n'eſt plus propre à la reſpiration, & que les perſonnes qui y ſont ſoumiſes périſſent ſubitement, avec tous les ſymptômes de l'apoplexie.

On eſt auſſi en droit de croire que les vapeurs méphitiques agiſſent ſur les nerfs, & les affectent dangereuſement, mais d'une manière inconnue; elles agiſſent encore ſur le ſang, & le raréfient ſi fort, qu'il force les vaiſſeaux qui devroient le

(l) A la faveur d'un verre adapté à une caiſſe dans laquelle des animaux avoient été renfermés, & dans laquelle on introduiſoit des vapeurs méphitiques, j'ai examiné ces animaux au moment qu'ils expiroient, & je les ai vus ouvrir leur gueule ou leur bec, & faire des efforts impuiſſans pour reſpirer.

(m) Les oiſeaux expoſés aux vapeurs du charbon, y réſiſtent tant de temps, qu'on a de la peine de les ſuffoquer; les quadrupèdes y périſſent plus vîte: les chats réſiſtent davantage que les chiens, nous en avons vu périr dans l'eſpace de 2 ſecondes; ils tombent dès que la vapeur méphitique les affecte, ne font plus aucun mouvement, & périſſent dans l'aſſoupiſſement le plus profond.

contenir: le ſang devient mouſſeux *(n)*; ce qui doit néceſſairement troubler, arrêter même la circulation *(o)*.

Maintenant, pour concevoir comment périt un animal ſuffoqué par des vapeurs méphitiques, il faut ſe rappeler la diſtribution des vaiſſeaux ſanguins du poumon, & les uſages non équivoques de ce viſcère, relativement à la circulation. L'artère qui porte le ſang au poumon, eſt à peu-près auſſi groſſe que l'aorte; il eſt donc à préſumer qu'elle reçoit autant de ſang que l'aorte, ou au moins une quantité très-conſidérable: les rameaux des artères pulmonaires ſont extrêmement tortueux dans les poumons affaiſſés: cela eſt démontré.

L'injection la plus fine, pouſſée alors dans le tronc de l'artère pulmonaire, ne parvient point dans les dernières ramifications artérielles, & jamais ne pénètre dans les veines pulmonaires; mais, ſi l'on pouſſe l'injection dans l'artère pulmonaire d'un poumon bien gonflé d'air, on la fera facilement paſſer juſque dans les veines pulmonaires.

C'eſt une expérience qui nous a réuſſi pluſieurs fois, & qui a été faite par Ruyſch, & par Kaau Boërhaave: elle prouve que les vaiſſeaux du poumon ſont beaucoup plus perméables au ſang lorſque ce viſcère eſt diſtendu par un air élaſtique, que lorſqu'il eſt affaiſſé, qu'il eſt vide d'air, ou qu'il eſt dans l'état d'expiration. L'air, en s'inſinuant dans le poumon, en dilate le tiſſu lobulaire, & rend les vaiſſeaux, qui étoient auparavant tortueux, plus droits qu'ils ne le ſont lorſque le poumon eſt affaiſſé.

Le ſang parcourt donc facilement le poumon pendant l'inſpiration; & la circulation eſt très-gênée, & même ſuſpendue dans le poumon, pendant l'expiration.

C'eſt cependant dans cet état d'expiration que ſont les poumons des perſonnes qui ſe trouvent dans un lieu infecté

(n) Voyez *n.° 6, page 495.*

(o) Nous avons voulu imiter en quelque manière cette raréfaction du ſang, en faiſant ſouffler de l'air dans les vaiſſeaux des animaux vivans *[Voy. notre Mémoire ſur les Maladies de l'Épiploon, Acad. des Sciences, année 1771]*; & cette ſeule cauſe a ſuffi pour exciter des palpitations de cœur, des aſſoupiſſemens, & enfin la mort.

par des vapeurs méphitiques; le ſang donc ne peut paſſer du ventricule droit au ventricule gauche, par la réſiſtance qu'il éprouve dans le poumon : s'il traverſe ce viſcère, ce n'eſt certainement qu'avec beaucoup de peine & en petite quantité; auſſi s'accumule-t-il dans l'artère pulmonaire, laquelle ne peut plus recevoir le ſang du ventricule droit; les veines-caves & les veines jugulaires ſe rempliſſent; les ſinus du cerveau & les veines de ce viſcère ſe dilatent par le ſang qui s'y ramaſſe; & ſans doute que la ſubſtance du cerveau ſouffre alors une telle compreſſion, que l'apoplexie ne peut manquer de ſurvenir; cette compreſſion du ſang ſur le cerveau eſt d'autant plus grande que le ſang eſt très-raréfié & écumeux *(p)*.

M.rs de Lamure & de Haller nous ont appris que, pendant l'expiration, le ſang refluoit de la veine-cave dans les veines jugulaires, & de celles-ci dans le cerveau, en aſſez grande quantité, pour le gonfler & le ſoulever.

Or, ſuppoſez que cet état de violence ſubſiſte, comme cela a lieu dans une perſonne ſuffoquée par des vapeurs méphitiques, & vous concevrez que la cauſe de la mort dépend néceſſairement du ſang qui ſe ramaſſe dans le cerveau, par la réſiſtance invincible qu'il éprouve dans le poumon; &, ce qui prouve bien cette réſiſtance, c'eſt la vacuité des veines pulmonaires & du côté gauche du cœur; tandis que les vaiſſeaux du côté droit du cœur ſont pleins de ſang.

Je n'ignore pas que quelques Médecins ont penſé que le poumon des perſonnes ſuffoquées, étoit plutôt dans l'état d'une inſpiration forcée, que dans celui où il ſe trouve pendant l'expiration; l'*air, dit-on, qui s'y eſt inſinué, eſt ſi élaſtique, que les forces motrices de la poitrine, & qui opèrent l'expiration, ne ſont plus capables de chaſſer l'air renfermé dans les bronches;* mais, outre qu'il eſt faux que l'élaſticité de l'air ſoit augmentée, puiſque le mercure d'un baromètre, expoſé aux vapeurs méphitiques, ne monte pas d'un ſeul

---

(p) Voyez page 495, n.° 6.

degré, comme Méad l'a obſervé, & ſuppoſé que l'élaſticité de l'air fût augmentée, il faudroit qu'elle le fût extraordinairement, pour contre-balancer l'action des puiſſances qui opèrent l'expiration. Un animal à qui l'on injecte de l'eau dans les bronches, par une ouverture pratiquée à la trachée-artère, la rejette à deux pieds de haut, par une forte expiration. Perſonne n'ignore que par l'expiration, ou par le ſouffle, on peut diſtendre une veſſie chargée d'un poids énorme; il faudroit donc que le reſſort de l'air fût prodigieux, pour égaler & pour ſurpaſſer les puiſſances qui produiſent l'expiration.

Mais les expériences du célèbre Deſaguliers, prouvent évidemment qu'un animal peut vivre dans un lieu où l'air eſt huit fois plus condenſé qu'il ne l'étoit primitivement.

Mais, quand bien même les ſuffoqués périroient par une inſpiration forcée, il ne ſeroit pas moins vrai que la circulation du ſang ſeroit arrêtée dans le poumon; car c'eſt par l'expiration qui ſuccède à l'inſpiration, que le ſang eſt pouſſé des artères dans les veines pulmonaires; & alors dans l'inſpiration, même forcée & trop long-temps continuée, le ſang doit s'accumuler dans les parties ſupérieures, gonfler les vaiſſeaux du cerveau: on n'a, pour s'en convaincre, qu'à examiner les perſonnes qui, pour faire de grands efforts, retiennent long-temps leur haleine. Des enfans ſont morts par l'effet de la colère; & l'on a trouvé, à l'ouverture de leur corps, les vaiſſeaux du cerveau gorgés de ſang. J'ai ouvert, dans la rue Mazarine, le corps d'un homme dont la profeſſion étoit de donner du cors-de-chaſſe; il étoit extraordinairement maigre, & il périt en jouant de cet inſtrument; je trouvai, à l'ouverture de ſon corps, les vaiſſeaux du cerveau gorgés de ſang, ainſi que ceux du poumon. Camerarius *(q)* parle d'un homme qui, en ſuſpendant ſa reſpiration, diminuoit ſi fort les battemens du cœur & des artères, qu'on le croyoit mort.

Ces exemples, dont nous pourrions facilement augmenter

(q) Cité par M. Haller, *Elementa phyſiol. tom. III, pag. 254.*

le nombre, prouvent que la circulation ne se soutient que par la respiration, & qu'elle cesse dès que la respiration est arrêtée.

Chez les personnes qui périssent suffoquées par des vapeurs méphitiques, la respiration est la première fonction lésée; & par cette cause le cœur & les artères perdent leurs mouvemens, sans qu'on puisse pour cela certifier la mort du sujet.

Cependant ce n'est souvent que d'après cette absence des battemens du cœur & des pulsations des artères, qu'on ose assurer & certifier la mort d'une personne *(r)*.

Mais ce signe est si illusoire, si incertain, que, dans beaucoup de cas, on ne sent aucun battement dans le cœur, ni aucune pulsation dans les artères, chez des personnes qui vivent *(s)*, & qui recouvrent leur santé d'elles-mêmes, ou par des secours diversement administrés.

Mais il est certain que la circulation du sang peut être ralentie & même suspendue, du moins en apparence, pendant un temps plus ou moins long, sans pour cela que le principe de la vie soit éteint; & il suffit alors de ranimer cette circulation, ou d'attendre que la Nature elle-même la ranime, pour voir, pour ainsi dire, revivre le sujet; ce qui est arrivé plus d'une fois.

N'a-t-on pas vu des asphyxies *(t)* qui ont duré plus d'un jour? & combien de personnes n'a-t-on pas enterrées qui étoient encore en vie?

Mais si jamais on peut commettre des erreurs pareilles, & dont l'idée seule révolte la Nature, c'est à l'égard des personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques; & c'est pour

---

(r) Des animaux qui ont été soumis à nos expériences, plusieurs n'ont pas été rappelés à la vie, quoiqu'ils parussent moins dangereusement affectés que d'autres qui ont revu le jour; ce qui prouve combien les signes de la mort sont incertains, en cas de suffocation par des capeurs méphitiques.

(s) Voyez Bruyer, *sur l'incertitude des signes de la mort.* Louis, *sur la certitude des signes de la mort.*

(t) C'est une privation subite du pouls, de la respiration, du sentiment & du mouvement, ou une mort apparente.

prévenir un tel malheur, que nous n'avons point craint de communiquer nos idées ſur un ſujet auſſi important.

Chapitre III.

Des ſecours que l'on doit donner aux perſonnes qui ont été ſuffoquées par des vapeurs méphitiques.

Le premier objet qu'on doit ſe propoſer pour rappeler à la vie les perſonnes ſuffoquées par les vapeurs méphitiques; c'eſt 1.° de diminuer la preſſion que le ſang fait ſur le cerveau; & l'on y réuſſira par les ſaignées, principalement par celle de la jugulaire, qui dégorge plus directement les vaiſſeaux de la tête, que les ſaignées du bras & du pied; mais il faut évacuer par cette ſaignée une grande quantité de ſang: l'indication eſt de déſemplir les vaiſſeaux du cerveau, qui ſont gorgés d'un ſang très-raréfié; & l'on ne peut produire cet effet qu'en faiſant une ſaignée très-copieuſe; il faudroit même y recourir de nouveau, ſi la première ne paroiſſoit pas ſuffiſante.

2.° L'expérience a prouvé que l'uſage des acides étoit très-ſalutaire, c'eſt pourquoi l'on doit faire avaler au ſujet, ſi on le peut, du vinaigre affoibli avec trois parties d'eau; on doit auſſi le lui donner en lavement avec autant d'eau froide: les frictions faites avec le vinaigre ont été utiles à pluſieurs. J'ai vu des perſonnes incommodées de vives douleurs de tête, pour s'être expoſées à la vapeur du charbon, leſquelles ſe ſont toujours bien trouvé de l'uſage du vinaigre, pris de la manière que nous venons de le conſeiller; & le célèbre M. Sauvages le recommande avec raiſon contre toutes les vapeurs méphitiques.

3.° Il faut expoſer les corps des ſuffoqués au grand air, leur ôter leurs vêtemens ſans craindre le froid: l'obſervation prouve que la chaleur eſt alors plus préjudiciable qu'utile; elle n'eſt déjà que trop grande dans ces ſujets, ſans qu'il faille l'augmenter; ils ont beſoin d'un air élaſtique & pur; c'eſt pourquoi il faut promptement les ſortir de leur chambre,

pour

pour les porter dans la cour ou dans la rue, à moins qu'en ouvrant les fenêtres & les portes, on puisse établir dans cette chambre plusieurs courans d'air.

4.° Bien loin de mettre les suffoqués dans des lits de cendre, comme on le fait à l'égard des noyés, il faut leur jeter de l'eau fraîche dessus; c'est ce que Borel [a] a fait avec succès, ce que M. Sauvages recommande dans sa Nosologie [b], & ce qui est conforme à la bonne théorie & à l'observation.

[a] *Cent.* 2.

[b] *Tome I, p.* 514.

En effet, les vaisseaux étant gorgés par le sang qui est très-raréfié, il est plus naturel de le condenser par une liqueur froide, que de l'agiter davantage par l'application des corps chauds; aussi n'y a-t-il rien de plus préjudiciable que l'administration des liqueurs spiritueuses, qu'on s'opiniâtre à faire prendre aux malheureux qui ont respiré des vapeurs méphitiques.

Un autre abus qu'on commet très-souvent, c'est de prescrire l'émétique dans ce cas; rien n'est plus propre à déterminer le sang vers le cerveau, que le vomissement; il faut donc l'éviter au lieu de l'exciter. Je n'ai vu aucun des suffoqués à qui l'on a prescrit l'émétique, revenir à la vie. Le célèbre Morgagni, qui blâme l'usage des vomitifs dans la plupart des apoplexies, & qui doute qu'on doive jamais y recourir dans cette maladie, se seroit bien récrié s'il eût vu prescrire l'émétique dans le cas d'une suffocation occasionnée par des vapeurs méphitiques. Il n'y a point d'évacuation à opérer; & l'irritation qu'on produit, & les mouvemens de l'estomac qu'on suscite, aggravent la cause de la maladie, au lieu de concourir à la dissiper.

Je ne comprends pas non plus sur quel principe on fonde l'usage d'introduire de la fumée de tabac par le fondement; pour quelques atomes de tabac qui s'insinuent dans le canal intestinal, il y pénètre une grande masse d'air qui se développe en se raréfiant; alors les intestins & l'estomac se distendent, & refoulent le diaphragme vers la poitrine; ce qui produit nécessairement une compression sur le poumon, augmente l'engorgement de ce viscère, & s'oppose à l'introduction de

l'air dans les bronches, & à l'expansion du poumon, sans laquelle le sang ne peut reprendre son cours, & sans laquelle le sujet ne peut être rappelé à la vie. On pourroit suppléer à la fumée de tabac par les lavemens irritans.

5.° Mais enfin si tous ces secours sont inutiles, il faudra introduire de l'air dans la trachée-artère, pour gonfler les poumons. En effet, le principal objet qu'on doive se proposer pour rapeler à la vie les personnes suffoquées par des vapeurs méphitiques, c'est de lever l'obstacle qui s'oppose à la circulation du sang dans le poumon.

Si l'on est assez heureux que d'y parvenir avant que le sang soit figé dans les vaisseaux, il s'insinuera dans les veines pulmonaires, parviendra dans le cœur, & l'irritera; car il est son véritable *stimulus (u)*; le ventricule gauche recouvrera les mouvemens qu'il avoit perdus au moment qu'il avoit été vide, & de-là un commencement de circulation: c'est de cette manière que l'on a rappelé à la vie plusieurs personnes qu'on croyoit étouffées par des vapeurs méphitiques, & que l'on a ressuscité des noyés.

En effet, l'air qu'on introduit dans les bronches, distend le tissu lobulaire qui étoit affaissé; les vaisseaux, qui étoient tortueux, se déplient, & le sang n'éprouve plus autant de résistance; il est même déterminé, par la pression qu'il éprouve, à s'insinuer dans les veines pulmonaires.

C'est en soufflant dans la trachée-artère, que Vésale ranima les mouvemens du cœur d'un gentilhomme Espagnol; expérience cependant qui lui fut bien fatale, puisqu'elle manqua à lui coûter la vie. Plusieurs Anatomistes ont, depuis cette époque, éprouvé que le meilleur moyen de ranimer les mouvemens du cœur, étoit celui de souffler dans les poumons.

C'est par une telle méthode que Riolan les a ressuscités: bien plus, Wepfer ne craignoit pas d'assurer qu'il n'y avoit

(u) M.rs de Sénac & Haller ont prouvé que l'influx du sang dans le cœur en ressuscitoit les mouvemens; ils ont aussi observé que le côté gauche du cœur, qui meurt le premier, étoit aussi le premier vide de sang.

pas de meilleur moyen de ranimer un homme mort depuis peu, & par diverſes cauſes, que de ſouffler dans le poumon; c'eſt de quoi nous nous ſommes convaincus par l'expérience ſur des animaux ſuffoqués, & ſur d'autres que nous avions noyés. M. Hopfenſtock, Médecin de Prague, a auſſi fait les mêmes expériences, & elles lui ont offert les mêmes réſultats, principalement ſur des animaux noyés.

Nous dirons ici en paſſant, que nous avons ſoufflé dans la bouche d'un enfant qui n'avoit pas encore donné de ſignes de vie, avec un tel ſuccès, qu'à peine le ſouffle parvint-il dans le poumon de cet enfant, qu'on le vit mouvoir les yeux, & qu'on l'entendit touſſer avec effort; il rendit par la toux & par le vomiſſement, des glaires qui rempliſſoient ſes bronches *(x)*, & il reſpira enſuite avec facilité. Cette obſervation mérite d'être diſcutée ailleurs plus au long, elle eſt de la plus grande importance.

Mais la méthode d'introduire de l'air dans les voies aëriennes des perſonnes qui ont reſpiré des vapeurs méphitiques, eſt d'une telle utilité, que c'eſt ſur elle qu'on peut principalement compter pour les rappeler à la vie.

Il eſt deux moyens d'introduire l'air dans les bronches; le premier, & qui eſt le plus ſûr, c'eſt de faire une ouverture à la trachée-artère, & d'y introduire un tuyau à vent; mais, comme le peuple craint beaucoup cette opération, & que celui qui la pratique ſur une perſonne ſuffoquée, pourroit paſſer pour ſon aſſaſſin, il ne faudra y recourir que lorſque le ſecond moyen aura manqué; ce moyen conſiſte à introduire un tuyau recourbé dans une des narines, & de ſouffler dans ce tuyau; l'extrémité de ce tuyau tombe alors perpendiculairement ſur la glotte, & l'air y paſſe avec autant de facilité, que ſi le canal dont on ſe ſert pour porter l'air dans les poumons, & celui de la trachée-artère, étoient continus.

Par le moyen que nous propoſons pour ſouffler les pou-

(x) Voyez l'*Extrait d'un Cours de Phyſiologie expérimentale*, que j'ai fait au Collége Royal en 1771, publié par M. Collomb, alors Étudiant en Médecine, à préſent Docteur en Médecine de la Faculté de Montpellier.

mons, on ne riſque point de baiſſer l'épiglotte, & de ſermer l'ouverture qui conduit à la trachée-artère, ce qui arrive lorſqu'on introduit le tuyau à vent dans la bouche; parvenu vers la baſe de la langue, il abaiſſe l'épiglotte, laquelle bouche la glotte; & le vent ne peut alors s'inſinuer en aucune manière dans les poumons, mais il parvient dans les voies alimentaires, qu'il gonfle & qu'il diſtend inutilement.

Ce moyen d'introduire l'air dans les poumons, à la faveur d'un tuyau inſinué dans une des narines, eſt autant avantageux à tous égards, que l'uſage d'introduire le même tuyau par la bouche eſt dangereux, puiſqu'on riſque d'étouffer le malade s'il reſpiroit encore un peu.

On doit obſerver de comprimer la narine ouverte, lorſqu'on pouſſe l'air dans le tuyau recourbé qu'on introduit dans l'autre narine; ſans cette précaution, une partie de l'air pourroit refluer & ſortir par la narine ouverte. Pour ſouffler dans la poitrine d'un homme ſuffoqué par la vapeur d'une mine de charbon, le Chirurgien Toſſach ne craignit pas d'appliquer immédiatement ſa bouche ſur celle du ſujet qu'il vouloit ranimer. Il avoit le ſoin en même temps de ſerrer ſes narines, pour empêcher l'air de refluer au dehors, & par ce moyen il rappela à la vie un homme qui auroit immanquablement péri ſuffoqué par la vapeur du charbon.

On pourroit ſuivre ce procédé, lorſqu'on n'auroit pas ſous ſa main un tuyau à vent, quoiqu'il ſoit aiſé de s'en procurer un; on trouve par-tout une pipe, un morceau de roſeau, une gaine de couteau dont on couperoit la pointe, &c.

Mais enfin ſi ces divers moyens de conduire l'air dans le poumon ne réuſſiſſoient pas promptement, il faudra faire une ouverture longitudinale à la partie antérieure de la trachée-artère, à la faveur de laquelle on introduira l'extrémité d'un tuyau, à l'autre extrémité duquel le Chirurgien, ou quelqu'un des aſſiſtans, ſoufflera avec ſa bouche, à diverſes repriſes, pour diſtendre les poumons.

Il n'eſt point inutile de dire qu'on doit mettre la plus grande célérité dans l'adminiſtration des ſecours que nous

proposons : le temps presse, & plus on retarde, plus on doit craindre qu'ils ne soient infructueux.

Si tous ces secours sont insuffisans, on peut, pour ne rien omettre, faire des scarifications à la plante des pieds ou des mains : on peut aussi appliquer les ventouses en divers endroits du corps; mais on doit peu compter sur ce moyen, quand ceux que nous avons déjà conseillés n'ont point réussi.

Nota. Que l'un des aides qui ont été employés pour suffoquer des animaux, a été atteint d'un violent mal de tête, qui a été guéri par de fréquens gargarismes avec du vinaigre, adouci avec autant d'eau, & par la boisson de l'oxycrat. Nous recommandons à tous ceux qui éprouveront des maux de tête, causés par la vapeur du charbon, l'usage du vinaigre, pris de cette manière, & même en lavement mêlé avec autant d'eau : on en aideroit l'effet par une saignée s'il étoit nécessaire.

La plupart des expériences sur les animaux, dont il a été question ci-dessus, ont été faites par M. Andravi, Chirurgien très-instruit.



MÉMOIRE
SUR LA DISPARITION DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Par M. LE GENTIL.

25 Décemb. 1774.

M. CASSINI fils a donné à la fin de 1773, le Journal des Obſervations que nous avons faites ſur l'anneau de Saturne, à l'Obſervatoire royal, de concert avec M.rs l'abbé Rochon & du Vaucel.

Cet Académicien conclud de nos obſervations, que l'anneau de cette Planète a diſparu le 7 Octobre 1774, à la lunette achromatique de M. le Prince de Conti, qui eſt celle dont nous nous ſommes ſervis, & dont les Aſtronomes de l'Académie connoiſſent la bonté.

A l'Obſervatoire de Cadiz, M.rs Toſiño & Varela ont obſervé Saturne régulièrement tous les jours qu'il a fait beau.

Ces Officiers, que je connois pour être très-bons Obſervateurs, étoient munis d'une excellente lunette achromatique pareille à celle de M. le Prince de Conti, & d'un très-bon téleſcope de M. Short, de 4 pieds de longueur; je les ai vus, & autant que la mémoire peut me ſervir, la lunette achromatique de l'Obſervatoire de Cadiz ne le cède guère à celle dont nous nous ſommes ſervis à l'Obſervatoire royal; mais le téleſcope fait beaucoup plus d'effet que la lunette: or M.rs Toſiño & Varela aſſurent que l'anneau de Saturne a diſparu pour eux le 6 Octobre; c'eſt un jour plus tôt que M. Caſſini n'a conclu de nos Obſervations à l'Obſervatoire royal, quoique le ciel, à Cadiz, ſoit infiniment plus beau qu'à Paris. Comme ces Obſervations m'ont paru faites avec beaucoup de ſoin, qu'elles s'accordent avec les nôtres, & qu'elles ont des circonſtances curieuſes; je vais les rapporter pour ſervir de comparaiſon à celles que nous avons faites.

Elles ſont tirées du cahier d'obſervations que M.rs Toſiño & Varela ont envoyé dernièrement à l'Académie, & que nous avons été chargés, M. Pingré & moi, d'examiner. Je mettrai, pour faire foi, le texte à côté de la traduction.

Le 1.er Octobre.

A cinq heures du matin, on diſtinguoit très-bien l'anneau de Saturne. L'atmoſphère étoit très-graſſe; malgré cela on diſtinguoit les anſes. L'anſe occidentale paroiſſoit plus éclairée que l'autre.

A las cinco de la mañana, ſe percivia muy bien el anillo de Saturno. La atmosfera eſtaba muy denſa, pero ſin embargo ſe diſtinguian las aſas, de las quales la occidental parecia mas bien illuminada.

Le 2.

A cinq heures du matin, on diſtinguoit foiblement l'anſe occidentale de l'anneau de Saturne. Quant à l'anſe orientale, je n'en pus voir qu'une petite partie, jointe au diſque de la planète. L'atmoſphère étoit très-épaiſſe : c'eſt peut-être la raiſon pour laquelle l'anſe orientale ne ſe voyoit pas auſſi bien que l'occidentale.

A las cinco de la mañana, ſe diſtinguia medianamente el aſa occidental del anillo de Saturno. De la oriental ſolo pude ver una pequeña parte junto al diſco del Planeta. La atmosfera eſtaba muy denſa, y tal ves por eſta razon no ſe deſcubria el aſa oriental del miſmo modo que la occidental. Me ſervi para eſta obſervacion del anteojo acromatico.

Le 3.

A cinq heures du matin, l'atmoſphère étoit très-nette, & ſans la moindre vapeur; ce qui nous a procuré l'avantage de voir Saturne comme nous le deſirions. Nous avons diſtingué clairement ſes deux anſes, qui, à notre avis, promettent de ſe laiſſer voir quelques jours de plus encore, ſi le temps le permet; nous nous ſommes aſſurés que l'anſe occidentale eſt plus viſible que l'orientale. Nous avons fait cette obſervation avec la lunette achromatique, & avec le téleſcope de *Naire*.

Eſte miſmo dia à 5h 0' de la mañana, eſtaba la atmosfera muy limpia de vapores; por lo que conſeguimos ver à Saturno a toda ſatisfaccion. Diſtinguimos claramente ſus dos aſas que a nueſtro parecer prometen dejarſe ver algunos dias mas, ſi el tiempo lo permite; y nos aſeguramos en que el aſa occidental eſta mas viſible que la oriental. Se hiſo la obſervacion con el anteojo, y con el teleſcopio de Naire.

Le 4 Octobre.

A 5^h 0' de la mañana, vimos clara y distinctamente el anillo de Saturno. El asa occidental nos parecio con mas lus que la oriental; y que en los extremos de una y otra se descubrian unos puntos luminosos que refletaban la lus con mas vivesa que los otros. Distinguimos tambien un filete en el disco del planeta algo mas al norte que el exe del anillo. Nos servimos para esta observacion del anteojo acromatico, y del telescopio de quatro pies de Naire.

A cinq heures du matin, nous avons vu clairement & distinctement l'anneau de Saturne. L'anse occidentale nous a paru avoir plus de lumière que l'orientale; à l'extrémité des deux anses on découvroit des points lumineux qui réfléchissoient la lumière avec plus de vivacité que le reste. Nous avons distingué aussi un filet ou trait noir sur le disque de la planète, un peu au nord de l'axe de l'anneau. Nous nous sommes servis de la lunette achromatique & du télescope de quatre pieds de *Naire.*

Le 5.

Esta mañana, estava el cielo algo nublado à la parte del Este. *Sin embargo en algunas claras me parecia aver distinguido bastante bien el asa occidental del anillo de Saturno. La oriental no pude ver la ô porque avia desaparecido, ô por la densidad de la atmosfera.*

Ce matin, le ciel s'est trouvé un peu couvert dans la partie de l'Est. Malgré cela il m'a paru, dans certains éclaircis, avoir assez bien distingué l'anse occidentale de l'anneau de Saturne. Je n'ai pu voir l'orientale, soit parce qu'elle auroit disparu, soit à cause de la densité de l'atmosphère.

Le 6.

Estube observando a Saturno desde que salio de los vapores del horisonte, hasta que entro en la lus del crepusculo. La atmosphera estaba tan densa que no pude ver le bien terminado, ni con los telescopios, ni con el acromatico. Me parecio por dos veces aver percivido alguna vislumbre del asa occidental del anillo, pero esto habra sido tal ves una ilusion de mi vista, por cuyo motivo nò me atrevo à asegurar si ha desaparecido; ô nò el anillo.

J'ai observé Saturne depuis le moment qu'il est sorti des vapeurs de l'horizon, jusqu'à ce que la lumière du crépuscule me l'ait fait perdre de vue. L'atmosphère étoit si épaisse que je n'ai pu voir Saturne bien terminé, soit que je me servisse des télescopes, soit que j'employasse la lunette achromatique. Il m'a paru par deux fois avoir aperçu quelque lumière, comme des étincelles sorties de l'anse occidentale; mais ce sera peut-être une illusion de ma vue; c'est pourquoi je n'ose assurer si l'anneau a disparu ou non.

Le

Le 7 Octobre.

J'ai obſervé Saturne depuis le moment qu'il eſt ſorti des vapeurs de l'horizon, juſqu'à ce que le jour me l'ait fait perdre de vue. Le limbe de cette planète étoit parfaitement bien terminé; & on diſtinguoit avec aſſez de clarté la ligne que jette ſur le globe l'épaiſſeur de l'anneau. Les anſes ont entièrement diſparu, & la planète a pris ſa phaſe ronde. Ce célèbre phénomène eſt arrivé hier, à mon avis; & cette détermination a toute l'exactitude dont ces ſortes d'obſervations ſont ſuſceptibles. Les inſtrumens dont nous nous ſommes ſervis étoient un téleſcope de *Short*, de quatre pieds; un autre de *Naire* auſſi de quatre pieds, & notre lunette achromatique avec un oculaire des plus forts & des plus clairs. Les phénomènes les plus remarquables dans les obſervations ont été les ſuivans: 1.° l'anſe occidentale s'eſt toujours vue plus éclairée que l'orientale. 2.° La ligne de l'ombre étoit plus au Nord que l'axe de l'anneau. 3.° A l'extrémité de l'anneau, il y avoit quelques points qui réfléchiſſoient la lumière avec plus de vivacité que les autres.

Eſtube obſervando a Saturno deſde que ſalio de los vapores del horiſonte haſta que los rayos del ſol me le hiſieron perder de viſta. El margen del planeta eſtaba perfectamente terminado, y ſe diſtinguia con baſtante claridad la linea de la ſombra que proyecta en el diſco el eſpeſor del anillo. Las aſas deſte han deſaparecido enteramente, y el planeta ſe halla yà en ſu phaſe redonda. Eſte celebre phenomeno ſucedio ayer en mi concepto, y eſta determinacion tiene toda aquella exactitud de que ſon ſuſceptibles ſemejantes obſervationes. Los inſtrumentos de que nos ſervimos, han ſido un teleſcopio de Short *de 4 piés, otro de* Naire *de 4; y nueſtro anteojo acromatico, con un ocular de los mas fuertes, y claros. Los fenomenos mas notables de la deſaparicion, han ſido los ſiguientes: 1.° El aſa occidental ſe viò ſiemprè mas iluminada que la oriental. 2.° La linea de la ſombra eſtaba mas al norte que el exe del anillo. 3.° En los extremos de eſté havia unos puntos que reflectaban la lus con mas viveſa que los otros.*

Le 8.

J'ai obſervé Saturne avec beaucoup de ſoin: je me ſuis aſſuré que l'anneau a diſparu. Il m'a paru quelquefois avoir vu ces points lumineux qu'on remarquoit aux extrémités des anſes; mais c'étoit aſſurément une illuſion de ma vue. L'atmoſphère étoit très-nette, la

Obſervé a Saturno con multo cuidado, y me aſeguré en que havia deſaparecido el anillo, me parecio algunas veces haver viſto aquellos puntos luminoſos que ſe percivian en los extremos de las aſas; pero eſto era ſeguramente una iluſion de mi viſta. La atmosfera eſtaba muy limpia, el planeta bien

terminado, y la linea de la ſombra ſe diſtinguia con baſtante claridad. Me parecio tambien haver viſto quatro Satelites en el campo del anteojo.

planète bien terminée, & l'ombre de l'anneau ſur le globe de Saturne ſe diſtinguoit avec aſſez de clarté. Il m'a paru auſſi avoir vu quatre Satellites dans le champ de la lunette.

Il réſulte des Obſervations de M.[rs] Tofiño & Varela, comparées aux nôtres, que l'anneau de Saturne a ceſſé d'être *viſible* du 6 au 7 Octobre, avec des lunettes de même longueur & à très-peu près de même force : c'eſt-là tout ce que nous pouvons aſſurer de notre côté.



CYCAS PROPOSITA.

A CAROLO LINNÉ.

PALMARUM familia, Indis frequentiſſima, a reliquis Plantis æquè facilè dignoſcitur, ac umquam Gramina; cum Palmis ſit.

α *Caudex* ſimpliciſſimus abſque ramis, perennans, qui tamen pro charactere non ſufficit, cum Carica, Cecropia, Polypodium arboreum, ſpinoſum, &c. ejuſmodi caudice inſtruuntur.

β *Frondes* duriores ut ferè lignoſæ, perennantes, ſemper virentes, inſtar ramorum in ſummitate tantùm caudicis hærentes.

γ *Gemma* (cor dicta): terminalis, unica, maxima, e quâ fructificatio excreſcit.

δ *Fructificatio* in diverſis diverſa.

Spatha univalvis aut bivalvis, emittens *Spadicem* ramoſum, rariùs ſimplicem.

Corolla hexapetala, niſi tria inferiora petala pro Perianthio aſſumantur.

Stamina tria: *Elate.*
Sex: *Phœnix, Cocos, Boraſſus, Corypha, Elais.*
Novem: *Areca.*
Plura: *Caryota.*

Piſtilla germina 3: *Chamærops.*
Styli 3: *Cocos, Boraſſus, Elais.*
Stylus 1: *Phœnix, Corypha, Caryota, Elate.*

Fructus monoſpermus: *Cocos, Phœnix.*
Diſpermus: *Caryota.*
Triſpermus: *Boraſſus.*
Tres: *Chamærops.*

Sexus monoicus: *Areca, Elate, Caryota.*
Dioicus: *Phœnix, Cocos, Boraſſus, Elais.*
Polygamus: *Chamærops.*

Obſcuræ quoad partes fructificationis etiamnum perſiſtunt Palmæ plurimæ, nec Botanicis ſatìs notæ; præcipua enim,

quæ de his nobis innotuere, debemus Rheedio & Rumphio, partimque Kæmphero, Brownio, Jaquinio; nec hoc mirum videbitur, cùm paucis contingat adire patrias Palmarum Indias; cùm in hortis Botanicis ſint rariores, nec intra clauſa facilè floreant, nec niſi admodum grandævæ; cùm altiſſimas Palmas aſcendere duriſſimis ipſis ſervis ſit difficillimum; cùm ob molem ſpadicis florentis non commodè herbariis vivis inſerantur.

GENERE ſub uno eodemque omnes Palmas anteceſſores Botanici comprehendebant, at viſa diverſiſſima fructificatione in corollâ, ſtaminibus, piſtillis & fructu, non potui non eas in plura genera ſeparare, unde etiam ſequentia genera conſtituta fuere :

Chamærops.	*Phœnix.*	*Areca.*	*Caryota.*
Boraſſus.	*Cocos.*	*Elate.*	
Caryota.	*Cycas.*	*Elais.*	
		Zamia.	

Nihilominus hæc genera ad claſſes amandare ob fructificationem diverſiſſimam, nullus facilè audebat, quamdiu in pleriſque ſpeciebus propria autopſia deficiebat & plurimæ notæ mutuarentur a Botanicis minùs ſyſtematicis; ſed in his, ut in aliis, longa dies tandem viam aperiat.

CYCAS in hortis Europæis, licet ſat frequens, nullibi mihi florens viſa fuit & ejus fructificationes, a Rheedeo & Rumphio datæ, non potuere a me cum reliquis Palmis conciliari, adeoque coactus fui characterem Cycades inter genera omittere; at felici caſu nuper contigit mihi utriuſque ſexûs flores hujus Palmæ intueri, quos operæ pretium duco hîc deſcribere.

* *MAS.*

CAL. *Spalha* nulla. *Spadix* (propriè dicendus) nullus. *Amentum* ovatum, imbricatum, ſquarroſum, magnitudine capitis, facie ſtrobili Pini Pineæ: *Squamis* cuneato-lanceolatis, approximatis, carnoſis, purpureis, lævibus; ſupra planis; ſubtus carinatis; apice producto, acuminato, reflexo, a proximis diſtante, ſupra infraque carinato, pagina ſuperior polline adſperſa.

COR. nulla, pagina inferior carinata longitudine trium pollicuum.

STAM. *Filamenta* nulla. *Antheræ* nullæ. *Pollen* denſiſſimè adſperſum ſquamis amenti paginæ ſuperioris, ſeſſile, ſubglobofum, uniloculare, dehiſcens longitudinaliter altero latere favillamque exſlans.

* FEMINA *in diſtincto individuo.*

CAL. *Spatha* nulla.
Spadix (minùs propriè) ſimpliciſſimus, piſtillis inſtructus vix pedalis, carnoſus, tomentoſus, teretiuſculus: ſubcompreſſus, acuminatus, apice magis compreſſus & ferè membranaceus.
Perianthium nullum.

COR. nulla.

PIST. *Germina* ſolitaria, ſubgloboſa, remotiſſima, ſeſſilia & immerſa ſpadicis angulis. *Stylus* filiformis, breviſſimus. *Stigma* ſimplex.

PER. *Drupa* ovalis, monoſperma.

SEM. *Nux* lignea, unilocularis.

FOLIATIO circinalis audit, dum ſtipes a paginâ anteriore frondis, ante ejus explicationem, exiſtit ſpiraliter & longitudinaliter involutus, at foliola S. Pinnæ ſpiraliter & tranſverſaliter involutæ.

Circinalis hæc foliatio eſt propria & communis omnibus filicibus, a maximis polypodiis arboreſcentibus uſque in minimam pilulariam; quâ notâ filices primo intuitu dignoſcuntur, & quidem ante earum fructificationem, uti acroſtichum pectinatum, dichotomum, digitatum, ſiliquoſum, quæ ob faciem a filicibus alienam, nullus ignarus citra fructificationem inter filices quæreret.

FLORESCENTIA *Dorſifera* dicta, propria filicibus eſt, quòd ferant fructificationem ſuam a paginâ poſticâ frondi innatam & nudam & ſeſſilem, quod herbis non competit, ne quidem propriè Ruſcis, Phyllanthis, &c. *Spicatæ* quidem nonnullæ filices occurrunt, uti onoclea, ophiogloſſum, oſmunda; at in his omnibus ſpica formatur ex revolutis frondis marginibus, ut fructificationes planè tegantur & occultentur; unde

etiam differentia inter oſmundas & acroſticha ſæpe difficillima evadit.

ORDINI NATURALI palmarum omnes Botanici unanimi conſenſu Cycadem intulere, idque ob ſpecioſam ſtaturam; ob caudicem ſimpliciſſimum apice folioſum; ob comam frondoſam ſemper virentem, longiſſimam, diffuſam, tenacem; nec olfecit ullus affinitatem Cycadis cum filicibus.

Quod verò Cycas a palmis exulare, & ad filices migrare debeat, jubet & foliatio & frondeſcentia ejus.

Foliatione circinali filicibus propria, a reliquis plantis aliena, nulli palmæ communi, convenit Cycas cum filicibus, quod alibi notari *(a)* tamquam quid ſingulare, uti quotidie in hortis videre eſt, ubi non tantum ſtipes, ſed etiam ipſæ pinnæ frondis ſpiraliter involvuntur.

Fructificatione Dorſiferâ, itidem filicibus propriâ, & ab aliis plantis, etiam palmis diverſa, *convenit Cycas filicibus.*

Notum enim eſt, quòd Amenta S. Strobili (quæ pari paſſu ambulant) formentur a Naturâ ex foliorum rudimentis (futuri anni), quòdque optimè illuceſcet e ſtrobilo Pini *(b)*. Hiſce datis, quod Amenta ſint *folia parva* , & his pulvis floridus inſperſus, abſque calyce & corollâ, ut in filicibus, præſertim in acroſtichis, manifeſtè patebit, quod Dycas ſit e gente filicum.

PULVIS FLORIDUS in Cycade minimè pro Antheris agnoſcendus eſt, ſed pro nudo *Polline*, quod unuſquiſque, qui umquam Pollen Antherarum in plantis examinavit, fatebitur; in herbis omnibus includitur pollen intrà ſuas antheras, quemadmodum ſemina angioſpermarum intrà ſuum pericarpium; nec in hunc uſque diem novimus Pollen nudum abſque Antherino tegumento, more ſeminum gymnoſpermarum extitiſſe.

(a) Spec. plant. 2, p. 1652 in Cycade: *foliatio circinalis more filicum peragitur.*

(b) In *Pini Abietis* Strobilis florentibus, dum piſtilla quocumque caſu deſtruuntur, non modo ſquamæ ejus purpureæ reviteſcunt & in folia aceroſa elongantur, verùm etiam ſtrobilus ipſe ulteriùs apice excreſcit in ramum foliatum continuatâ vegetatione, quæ alioquin fructificatione terminaretur.

Filicum pulverem floridum ob affinitatem, ob ſtructuram, ob faciem, ob ſitum, Cycadis pollini ſimillimum, *eſſe Pollen nudum abſque antheris* docet Cycas.

Illuſtrat hæc conſideratio Pollinis Cycadis perplurimùm rem herbariam & declarat characterem eſſentialem, quo *Filices* (& fortè aliæ cryptogamæ) ab herbis ſic dictis perfectis dignoſcantur; qui *conſtabit in Polline nudo abſque Anthera;* & ſic ulteriùs viam pandit naturalem ad cryptogamiæ obſcuriſſimam claſſem.

Dorſiferarum S. Filicum pulverem, in averſâ frondis paginâ natum, plurimi cum *Moriſono (c)* pro ſeſſionibus aſſumſere, qui aſſerit ex terræ mandato hoc pulvere ſuccreviſſe novas ejuſmodi plantas; at vereor, imò certus ſum, quòd fallat; adeoque mereretur plurimum iterare experimentum; nec me moveat, quod *Maratti*, in opuſculo ſpeciali, duas Antheras, ſupra ſquamam ſingulam, Polypodii pulverem tegentem, ſe armato oculo vidiſſe aſſerat.

Pilularia, obſervante illuſtriſſimo Botanico B. Juſſiæo, gerit Pollen floridum a fructu remotiſſimum, ſi itaque maxima Filix Cycas & minima Filix Pilularia gerant ejuſmodi pulverem floridum S. Pollen nudum, quod omnibus attributis convenit pulveri Dorſiferarum, ejuſdem ordinis, quodque ſimiliter dehiſcit, debet pulvis floridus Filicum eſſe maſculus, cum natura ſaltus numquam fecit.

Fortè dies detegat pilos Piſtillares in Filicibus tenuiſſimos, vel ad radicem, vel in ſtipite, vel in fronde ſterili vel inter moleculas pollinis, occultatas.

REMOTÂ CYCADE e Palmarum proſapie, reſtat ZAMIA cujus quidem fructificatio a me viſa non fuit, ſed, quatenus valeat figura *Trewii* ſeu *Ehretii,* a Palmis longè aliena evadat, & fortè Equiſetis proxima; hanc tam ad foliationem, u àm fructificationem ulteriùs examinent autoptæ.

(c) *Moriſ. hiſt. 3, p. 565.* Aſſerit ſe experimenti cauſſâ folia *linguæ Cervinæ* veteraſcentia collegiſſe, & pulverem averſis foliis adhærentem ſolo humido & umbroſo adſperſiſſe, a quo, anno ſubſequente, plantæ ejuſmodi ſuccreverunt.



MÉMOIRE

Sur la nature du Principe qui se combine avec les Métaux pendant leur calcination, & qui en augmente le poids (a).

Par M. LAVOISIER.

Lû à la rentrée publique de Pâques 1775. Relû le 8 Août 1778.

EXISTE-T-IL différentes espèces d'air ? Suffit-il qu'un corps soit dans un état d'expansibilité *(b)*, durable pour constituer une espèce d'air ? Enfin les différens airs que la Nature nous offre, ou que nous parvenons à former, sont-ils des substances à part, ou des modifications de l'air de l'atmosphère? Telles sont les principales questions qu'embrasse le plan que je me suis formé, & dont je me propose de mettre successivement le développement sous les yeux de l'Académie; mais le temps consacré à nos Séances publiques, ne me permettant pas de traiter aucune de ces questions dans toute son étendue, je me renfermerai aujourd'hui dans un seul cas particulier, & je me bornerai à faire voir que le principe qui s'unit aux métaux pendant leur calcination, qui en augmente le poids & qui les constitue dans l'état de chaux, n'est autre chose que la portion de l'air la plus salubre

(a) Les premières expériences relatives à ce Mémoire, ont été faites il y a plus d'un an; celles sur le Mercure précipité *per se*, ont d'abord été tentées au verre ardent, dans le mois de Novembre 1774, & faites ensuite avec toutes les précautions & les soins nécessaires dans le Laboratoire de Montigny, conjointement avec M. Trudaine, les 28 Février, 1.er & 2 Mars de cette année; enfin elles ont été répétées de nouveau le 31 Mars dernier, en présence de M. le Duc de la Rochefoucault, de M.rs Trudaine, de Montigny, Macquer & Cadet.

(b) Le mot d'*expansibilité* que j'emploîrai dans ce Mémoire, est aujourd'hui consacré pour les Physiciens & pour les Chimistes, depuis qu'un Auteur moderne en a fixé le sens dans un article très-étendu, rempli des vues les plus vastes & les plus neuves. Voyez *Encyclopédie, tome VI, page 274*, au mot *Expansibilité.*

& la

& la plus pure; de ſorte que ſi l'air, après avoir été engagé dans une combinaiſon métallique, redevient libre, il en reſſort dans un état éminemment reſpirable, & plus propre que l'air de l'atmoſphère à entretenir l'inflammation & la combuſtion des corps.

La plupart des chaux métalliques ne ſe réduiſent, c'eſt-à-dire, ne reviennent à l'état de métal, que par le contact immédiat d'une matière charbonneuſe, ou d'une ſubſtance quelconque qui contienne ce qu'on nomme le *phlogiſtique.* Le charbon qu'on emploie, ſe détruit en entier dans cette opération, lorſque la doſe en eſt bien proportionnée; d'où il ſuit que l'air qui ſe dégage des réductions métalliques par le charbon, n'eſt pas un être ſimple, qu'il eſt en quelque façon le réſultat de la combinaiſon du fluide élaſtique dégagé du métal, & de celui dégagé du charbon; donc de ce qu'on obtient ce fluide dans l'état d'air fixe, on n'eſt point en droit d'en conclure qu'il exiſtoit dans cet état dans la chaux métallique avant ſa combinaiſon avec le charbon.

Ces réflexions m'ont fait ſentir combien il étoit eſſentiel pour débrouiller le myſtère de la réduction des chaux métalliques, de diriger toutes mes expériences ſur celles qui ſont réductibles ſans addition; les chaux de fer m'offroient cette propriété: en effet, de toutes celles, ſoit naturelles, ſoit artificielles, que nous avons expoſées au foyer des grands verres ardens, ſoit de M. le Régent, ſoit de M. Trudaine, il n'en eſt aucune qui n'ait été réduite en totalité ſans addition.

J'ai eſſayé en conſéquence de réduire, à l'aide du verre ardent, pluſieurs eſpèces de chaux de fer ſous de grandes cloches de verre renverſées dans du mercure, & je ſuis parvenu à en dégager par ce moyen une grande quantité de fluide élaſtique; mais, comme en même temps, ce fluide élaſtique ſe trouvoit mélangé avec l'air commun, contenu dans la capacité de la cloche, cette circonſtance jetoit une grande incertitude ſur mes réſultats; aucune des épreuves auxquelles je ſoumettois cet air n'étoit parfaitement concluante, & il m'étoit impoſſible d'aſſurer ſi les phénomènes

que j'obtenois, dépendoient de l'air commun, de celui dégagé de la chaux de fer, ou de la combinaiſon des deux enſemble. Ces expériences n'ayant point rempli mon objet, j'en ſupprime ici le détail; elles trouveront d'ailleurs leur place naturelle dans d'autres Mémoires.

Comme ces difficultés tenoient à la nature même du fer, à la qualité réfractaire de ſes chaux, & à la difficulté de les réduire ſans addition, je les ai regardées comme inſurmontables, & j'ai cru dès-lors devoir m'adreſſer à une autre eſpèce de chaux d'un traitement plus facile, & qui eût, comme les chaux de fer, la propriété de ſe réduire ſans addition : le mercure précipité *per ſe,* qui n'eſt autre choſe qu'une chaux de mercure, comme l'ont déjà avancé quelques Auteurs, & comme on en ſera mieux convaincu encore par la lecture de ce Mémoire, le mercure précipité *per ſe,* dis-je, m'a paru propre à remplir complètement l'objet que j'avois en vue: perſonne en effet n'ignore plus aujourd'hui que cette ſubſtance eſt réductible ſans addition à un degré de chaleur très-médiocre. Quoique j'aie répété un grand nombre de fois les expériences que je vais rapporter, je n'ai pas cru devoir donner ici le détail de chacune d'elles en particulier, dans la crainte de trop groſſir ce Mémoire, & j'ai confondu en conſéquence en un ſeul récit des circonſtances qui appartiennent à pluſieurs répétitions de la même expérience.

Pour m'aſſurer d'abord ſi le mercure précipité *per ſe* étoit une véritable chaux métallique, s'il donnoit les mêmes réſultats, la même eſpèce d'air par la réduction, ſuivant la méthode ordinaire, c'eſt-à-dire, pour me ſervir de l'expreſſion reçue, avec addition de phlogiſtique; j'ai mêlé une once de cette chaux avec quarante-huit grains de charbon en poudre, & j'ai introduit le tout dans une petite cornue de verre de deux pouces cubiques au plus de capacité, que j'ai placée dans un fourneau de réverbère proportionné à ſa grandeur. Le col de cette cornue avoit environ un pied de longueur, & trois à quatre lignes de diamètre; il avoit été coudé en différens endroits à la lampe d'émailleur, & ſon extrémité

étoit diſpoſée de manière à pouvoir s'engager ſous une cloche de verre ſuffiſamment grande, remplie d'eau & renverſée dans un baquet également rempli d'eau : l'appareil qui eſt maintenant ſous les yeux de l'Académie, ſuffira pour lui donner une idée de l'opération. Cet appareil, tout ſimple qu'il eſt, eſt d'autant plus exact, qu'il n'y a ni ſoudure, ni lut, ni enfin aucun paſſage à travers lequel l'air puiſſe s'introduire ou s'échapper.

Sitôt que le feu a été mis ſous la cornue, & qu'elle a reſſenti les premières impreſſions de la chaleur, l'air commun qu'elle contenoit s'eſt dilaté, & il en a paſſé quelque peu dans la cloche; mais vu la petiteſſe de la partie vide de la cornue, cet air ne pouvoit pas faire d'erreur ſenſible, & ſa quantité, en évaluant tout au plus haut, pouvoit à peine monter à un pouce cubique. A meſure que la cornue a commencé à s'échauffer davantage, l'air s'eſt dégagé avec beaucoup de rapidité, & a monté à travers de l'eau dans la cloche; l'opération n'a pas duré plus de trois quarts d'heure, encore le feu a-t-il été ménagé pendant cet intervalle. Lorſque la totalité de la chaux de mercure a été réduite, & que l'air a ceſſé de paſſer, j'ai marqué la hauteur où l'eau s'étoit arrêtée dans la cloche, & j'ai trouvé que la quantité d'air dégagé avoit été de 64 pouces cubiques, ſans compter la portion qui avoit dû néceſſairement être abſorbée par l'eau en la traverſant.

J'ai ſoumis cet air à un grand nombre d'épreuves dont je ſupprime le détail, & il en a réſulté, 1.° qu'il étoit ſuſceptible de ſe combiner avec l'eau par l'agitation, & de lui communiquer toutes les propriétés des eaux acidules, gaſeuſes ou aëriennes, telles que ſont celles de Seltz, de Pougues, de Buſſang, de Pirmont, &c. 2.° qu'il faiſoit périr en quelques ſecondes les animaux qu'on y plongeoit; 3.° que les bougies, & généralement tous les corps combuſtibles, s'y éteignoient à l'inſtant; 4.° qu'il précipitoit l'eau de chaux; 5.° qu'il ſe combinoit avec une grande facilité avec les alkalis ſoit fixes, ſoit volatils, qu'il leur ôtoit leur cauſticité, & leur donnoit la propriété de criſtalliſer. Toutes ces qualités ſont préciſément

celles de l'eſpèce d'air connue ſous le nom d'*air fixe*, tel que je l'ai obtenu de la réduction du *minium* par la poudre de charbon, tel qu'il ſe dégage des terres calcaires & des alkalis efferveſcens par leur combinaiſon avec les acides, des matières végétales en fermentation, &c. Il étoit donc conſtant que le mercure précipité *per ſe* donnoit les mêmes produits que les autres chaux métalliques, par la réduction avec addition de phlogiſtique, & qu'il rentroit par conſéquent dans la claſſe générale des chaux métalliques.

Il n'étoit plus queſtion que d'examiner cette chaux ſeule, de la réduire ſans addition, de voir s'il s'en dégageoit de même quelque fluide élaſtique, & en ſuppoſant qu'il s'en dégageât, d'en déterminer la nature. Pour remplir cet objet, j'ai mis dans une cornue, également de deux pouces cubiques de capacité, une once de mercure *précipité per ſe* ſeul; j'ai diſpoſé l'appareil de la même manière que dans l'expérience précédente, & j'ai fait en ſorte que toutes les circonſtances fuſſent exactement les mêmes; la réduction s'eſt faite cette fois un peu plus difficilement que par l'addition du charbon; elle a exigé plus de chaleur, & il n'y a eu d'effet ſenſible, que lorſque la cornue a commencé légèrement à rougir; alors l'air s'eſt dégagé peu-à-peu, a paſſé dans la cloche, & en ſoutenant le même degré de feu pendant deux heures & demie, la totalité du mercure a été réduite.

L'opération achevée, il s'eſt trouvé d'une part, tant dans le col de la cornue que dans un vaiſſeau de verre, que j'avois diſpoſé au-deſſous de l'eau ſous ſon bec, 7 gros 18 grains de mercure coulant; de l'autre, la quantité d'air paſſée dans la cloche s'eſt trouvée de 78 pouces cubiques; d'où il ſuit qu'en ſuppoſant que toute la perte de poids dût être attribuée à l'air, chaque pouce cubique devoit peſer un peu moins de deux tiers de grains, ce qui ne s'écarte pas beaucoup de la peſanteur de l'air commun.

Après avoir ainſi fixé ces premiers réſultats, je n'ai rien eu de plus preſſé que de ſoumettre les 78 pouces cubiques d'air, que j'avois obtenus, à toutes les épreuves propres à en

déterminer la nature, & j'ai reconnu avec beaucoup de ſurpriſe:

1.° Qu'il n'étoit pas ſuſceptible de ſe combiner avec l'eau par l'agitation :

2.° Qu'il ne précipitoit pas l'eau de chaux, mais qu'il la troubloit ſeulement d'une manière preſque inſenſible:

3.° Qu'il ne contractoit aucune union avec les alkalis fixes ou volatils :

4.° Qu'il ne diminuoit en rien leur qualité cauſtique:

5.° Qu'il pouvoit ſervir de nouveau à la calcination des métaux :

6.° Enfin, qu'il n'avoit aucune des propriétés de l'air fixe; loin de faire périr, comme lui, les animaux, il ſembloit au contraire plus propre à entretenir leur reſpiration; non-ſeulement les bougies & les corps embraſés ne s'y éteignoient pas, mais la flamme s'y élargiſſoit d'une manière très-remarquable; elle jetoit beaucoup plus de lumière & de clarté que dans l'air commun; le charbon y brûloit avec un éclat preſque ſemblable à celui du phoſphore, & tous les corps combuſtibles en général s'y conſommoient avec une étonnante rapidité. Toutes ces circonſtances m'ont pleinement convaincu que cet air, loin d'être de l'air fixe, étoit dans un état plus reſpirable, plus combuſtible, & par conſéquent qu'il étoit plus pur que l'air même dans lequel nous vivons.

Il paroît prouvé d'après cela que le principe qui ſe combine avec les métaux pendant leur calcination & qui en augmente le poids, n'eſt autre choſe que la portion la plus pure de l'air même qui nous environne, que nous reſpirons & qui paſſe dans cette opération de l'état d'expanſibilité à celui de ſolidité; ſi donc on l'obtient dans l'état d'air fixe, dans toutes les réductions métalliques où l'on emploie le charbon, c'eſt à la combinaiſon de ce dernier, avec la portion pure de l'air qu'eſt dû cet effet, & il eſt très-vraiſemblable que toutes les chaux métalliques ne donneroient, comme celles de mercure, que de l'air éminemment reſpirable, ſi l'on pouvoit toutes les réduire ſans addition, comme on réduit le mercure *précipité per ſe.*

Tout ce qu'on vient de dire de l'air des chaux métalliques, peut s'appliquer naturellement à celui qu'on obtient du nitre par la détonation; on ſait, par nombre d'expériences déjà publiées, & dont j'ai répété le plus grand nombre, que la plus grande partie de cet air eſt dans l'état d'air fixe, qu'il eſt mortel pour les animaux qui le reſpirent, qu'il a la propriété de s'unir facilement avec la chaux & les alkalis, de les adoucir & de les faire criſtalliſer; mais comme en même temps la détonation du nitre n'a lieu que par l'addition du charbon ou d'un corps quelconque qui contient du phlogiſtique, on ne peut guère douter qu'il ne s'opère encore dans cette circonſtance une converſion d'air éminemment reſpirable en air fixe; d'où il ſuivroit que l'air combiné dans le nitre, & qui produit les exploſions terribles de la poudre à canon, eſt la portion reſpirable de l'air de l'atmoſphère privé de ſon expanſibilité, & qui eſt un des principes conſtituans de l'acide nitreux.

Puiſque le charbon diſparoît en entier dans la revivification de la chaux de mercure, & qu'on ne retire dans cette opération que du mercure & de l'air fixe, on eſt forcé d'en conclure que le principe auquel on a donné juſqu'ici le nom d'*air fixe*, eſt le réſultat de la combinaiſon de la portion éminemment reſpirable de l'air avec le charbon; & c'eſt ce que je me propoſe de développer d'une manière plus ſatisfaiſante, dans la ſuite de Mémoires que je donnerai ſur cet objet.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1774.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	N. O.	— 2.	1 ½.	— ½.	27.	5	beau avec nuages.
2.	N.	— 1.	— ½.	— 2 ½.	27.	4 ½	beau avec vent & neige.
3.	N.	— 3.	— 2.	— 5.	27.	9	beau temps.
4.	S. O.	— 5 ½.	— 2.	2.	27.	11	*idem.*
5.	O.	0.	1.	— 3 ½.	28.	½	variable avec brouillard.
6.	S. O.	— 1.	½.	— 1.	27.	9	brouillard & givre.
7.	S. O.	2.	3.	2.	27.	8	couvert & pluvieux.
8.	S.	— ½.	4.	3 ½.	27.	7 ½	couvert.
9.	S. O.	3.	7.	3 ½.	27.	6	*idem.*
10.	E.	2.	3.	½.	27.	6	*idem.*
11.	E.	— 1.	1 ½.	½.	27.	4 ½	*idem.*
12.	N. E.	0.	3.	5.	27.	4 ½	couvert & beau.
13.	S.	3.	7.	4.	27.	2	brouillard, bruine & vent.
14.	S. O.	7.	8 ½.	4.	27.	3	variable avec pluie & vent.
15.	O.	3 ½.	7.	9 ½.	27.	5 ½	variable ſans pluie.
16.	S. O.	9.	10 ½.	9.	27.	5	pluvieux & venteux.
17.	S.	8 ½.	8.	1.	27.	3	pluvieux & grand vent de tempête.
18.	S. O.	8.	2.	— 1 ½.	27.	4	grand vent, pluie & grêle.
19.	N. O.	— 1.	1.	½.	27.	9	beau temps.
20.	E.	— 2.	2.	— 1 ½.	27.	4	beau avec nuages & vent.
21.	E.	0.	2.	5 ½.	27.	8	beau temps.
22.	S.	— 3.	8.	5 ½.	27.	4	couvert, brouillard & pluie.
23.	S.	6 ½.	5 ½.	2.	27.	1	pluvieux & venteux.
24.	S. O.	3.	5 ½.	1 ½.	27.	3	le matin, 27^p ½, venteux & couvert.
25.	S. O.	0.	4 ½.	2.	27.	6 ½	beau avec nuages.
26.	S. O.	2.	8.	3.	27.	7 ½	variable avec vent.
27.	S. O.	5.	7.	3.	27.	6	couvert, venteux & bruine.
28.	S. O.	4.	10.	8.	27.	8	variable avec pluie, vent & grêle.
29.	S. O.	5.	10 ½.	3 ½.	27.	6	variable avec vent.
30.	N.	3 ½.	6.	3 ½.	27.	10	beau avec nuages.
31.	N.	0.	2 ½.	0.	28.	9	gelée & couvert.

Les

Les derniers mois de l'année 1773 ayant été doux, on a vu au commencement de celui-ci, dans un jardin de Pithiviers, un amandier de Provence qui avoit des fleurs; ce mois a continué à être très-doux, il n'a presque pas gelé, mais il a plu considérablement, & il a régné beaucoup de vents. Lorsque la terre n'a pas été trop molle, on en a profité pour avancer les ouvrages de la saison, les Fermiers ont fait des entre-hivers, & les Vignerons ont travaillé à donner à leurs vignes la façon d'hiver.

Pendant le mois dernier & celui-ci, plusieurs Fermiers ayant perdu subitement quelques-unes de leurs vaches, on a jugé que ces accidens venoient de l'abondance du sang, on a pris le parti de les faire saigner, & depuis il n'en est point péri.

La levée des blés s'est bien faite, & ils étoient très-beaux, mais il y avoit beaucoup d'herbe; le blé se vendoit au Marché, de vingt-deux à vingt-quatre livres; l'avoine, de huit à neuf livres; l'un & l'autre le setier ou sac mesure de Paris, pesant environ deux cents quarante livres.

Il est tombé pendant ce mois, 1 pouce 8 lignes $\frac{12}{48}$ d'eau de pluie.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces*	*lignes*	
1.	N.	— 1.	1½.	— 1.	27.	8½	variable ſans pluie.
2.	N. E.	— 1.	— 1.	— 2½.	27.	10	grand vent & neigeux.
3.	N. E.	— 4.	2.	— 2.	27.	11	beau avec vent.
4.	N. E.	— 4½.	2.	— 1½.	28.		*idem.*
5.	N.	— 2.	2½.	½.	28.		beau temps.
6.	N.	— ½.	3.	0.	27.	11½	*idem.*
7.	S. O.	1.	3½.	2½.	27.	9	couvert.
8.	O.	4.	4½.	— ½.	27.	8½	le matin, 27^{po} 2^{l}, vent & pluie.
9.	O.	— ½.	5.	— 1½	27.	9	beau temps.
10.	S. O.	— 2½.	1½.	1.	27.	10	beau avec nuages.
11.	S.	2.	3.	4.	27.	5½	venteux & pluvieux.
12.	S. O.	1.	3.	6½.	27.	9	gelée blanche, variable & bruine.
13.	S.	6.	6.	5½.	27.	11	variable, couvert & bruine.
14.	S.	1.	9.	7.	27.	9	beau temps.
15.	S.	5½.	11.	9½.	27.	7	variable & couvert avec vent.
16.	S. O.	7½.	12.	9.	27.	5½	grand vent & pluvieux.
17.	S. O.	6½.	10.	4.	27.	9	variable avec vent & petite pluie.
18.	S. O.	1.	8½.	4.	28.		gelée blanche, beau temps.
19.	S. O.	1.	9.	6.	27.	11½	à 2^{h} mat. 28′ 1″, gel. bl. beau temps.
20.	O.	6.	10.	3½.	28.	½	variable avec pluie.
21.	S.	2.	8.	4.	27.	10	gelée blanche, couvert, pluie & vent.
22.	S.	1.	7.	5.	27.	7	gelée blanche, venteux.
23.	S. O.	6.	8.	9½.	27.	5½	couvert, venteux & pluvieux.
24.	S. O.	8.	10½.	5.	27.	8	grand vent avec ondées de pluie.
25.	S. O.	7.	9½.	7.	27.	4	grand vent & pluvieux.
26.	N. E.	3.	9½.	3.	27.	8	couvert.
27.	O.	½.	6.	1½.	28.	2	gelée à glace, beau avec nuages.
28.	S. O.	1.	6½.	6.	27.	9½	gelée blanche, venteux & pluvieux.

Ce mois a été prodigieuſement venteux & humide, ce qui a fait écrouler une quantité de murs & de vieilles maiſons.

On a vu pendant la gelée, pluſieurs Cygnes qui paiſſoient l'herbe avec les Oies ſauvages; on ſoupçonnoit qu'ils venoient de l'étang de Loches en Touraine, qui étoit gelé, & où il y en a beaucoup.

Les blés étoient bien verts, mais il y avoit beaucoup d'herbe; on a commencé à labourer pour les Mars, quoique la terre fût très-molle, ce qui faiſoit que les labours n'étoient pas bons.

Les Vignerons qui tailloient la vigne, trouvoient dans le ſarment la moëlle noircie, ce qu'on attribuoit à ce que le bois de la vigne n'étoit pas parvenu à une parfaite maturité avant l'hiver; on ſe rappellera encore que le raiſin n'avoit pas parfaitement mûri en 1773; auſſi y a-t-il eu beaucoup de ce qu'on appelle la *Champlûre :* on nomme ainſi un raccourciſſement du ſarment qui ſe ſépare à l'endroit des nœuds.

Vers la fin du mois, les boutons des jeunes épines blanches étoient verts; ceux de la charmille étoient alongés; ceux à fleurs des pêchers commençoient à rougir; la fleur de l'ellébore jaune, *Elleborus niger, ranunculi folio, tuberoſâ radice*, étoit paſſée; la perce-neige & les primeveres blanc & rouge étoient en fleurs.

Il eſt tombé pendant ce mois, qu'on peut regarder comme humide, 2 pouces 4 lignes $\frac{43}{48}$ d'eau de pluie.

MARS.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.		
1.	S. O.	3½.	6.	2.	27. 9	variable avec nuages.
2.	S. O.	½.	7½.	1.	27. 5	gelée à glace, pluie & neige.
3.	O.	½.	6.	2.	27. 7	beau avec nuages.
4.	S. O.	1.	7½.	6.	27. 2	variable avec pluie & vent.
5.	S. O.	5.	10.	7½.	27. 4	grand vent & pluvieux.
6.	S. O.	8½.	12½.	10.	27. 8	beau avec nuages, vent & pluie.
7.	S.	8.	13.	10.	27. 8½	beau avec nuages.
8.	S. O.	8.	14½.	10.	27. 10½	beau & couvert.
9.	S. O.	8.	12.	10.	27. 6	*idem.*
10.	N. E.	9.	9.	7.	27. 5	couvert, bruine, neige fondue.
11.	N. E.	4.	3½.	3½.	27. 5	*idem.*
12.	N.	2½.	7.	2.	27. 7	beau & vent froid.
13.	E.	0.	7.	2.	27. 8½	beau temps.
14.	E.	— ½.	10.	4.	27. 9	gelée blanche, beau temps.
15.	S. E.	1.	14.	7½.	27. 7	beau & couvert.
16.	S. E.	4½.	14½.	9½.	27. 5	variable ſans pluie, tonnerre le ſoir.
17.	S.	8.	14.	9.	27. 6½	variable avec pluie & tonnerre.
18.	S. E.	7½.	12½.	6.	27. 5	variable avec petite pluie.
19.	S.	6.	12.	7.	27. 6	nébuleux & pluvieux.
20.	S.	0.	11½.	6.	27. 8½	beau avec nuages.
21.	E.	3.	12.	8.	27. 11½	gelée blanche, beau avec nuages.
22.	N.	5.	14½.	8.	28.	beau temps & brumeux.
23.	N.	6.	12.	7.	28.	variable avec brouillard.
24.	N.	5.	13.	6½.	28.	beau temps.
25.	S. E.	3½.	14.	8½.	27. 11	gelée.
26.	S. E.	5.	14.	9.	27. 11	variable avec pluie & tonnerre.
27.	N. E.	6.	15.	8½.	27. 9	beau avec nuages; tonnerre au loin.
28.	S. E.	6.	13½.	7.	27. 10	beau avec nuages & ondées.
29.	N.	4.	15½.	7.	27. 10	beau avec nuages, il éclaire au Nord.
30.	N.	3½.	13½.	7.	27. 9	gelée blanche, beau temps.
31.	S.	4.	12.	9.	27. 7	beau temps.

Le 2, il est tombé pendant la nuit un pouce de neige; vers les 10 heures du matin, les abeilles alloient à la provision sur les fleurs des gazons.

Le 15, la sève de tous les arbres étoit en mouvement; le 20, on vit sur une treille un bourgeon de trois pouces de long avec des feuilles; le 23, les boutons de la vigne étoient en bourre, & dans plusieurs, on pouvoit compter les grapes.

Depuis quelques jours les abricotiers étoient défleuris, & il y avoit quelques abricots de noués; il y avoit aussi des pêchers défleuris, & quelques fruits noués, pendant que d'autres étoient en pleine fleur. Tous les pêchers en plein vent avoient fait de belles pousses en 1773; mais en 1774, il n'y avoit point d'yeux; les branches étoient chargées de gomme, & on prévoyoit qu'il faudroit les ravaler; il y en avoit même plusieurs dont tout le bois étoit mort au point qu'il y avoit apparence qu'on seroit obligé de les rabattre par le pied.

Vers le 20, on voyoit sur les blés les petits hannetons jaunes qui précèdent les autres; le 28, les tilleuls avoient de petites feuilles; les poiriers ainsi que les pommiers étoient prêts à fleurir.

Les blés en vert étoient très-beaux, sans être trop forts; il restoit peu d'avoine à semer; les premières faites étoient bien levées: comme la superficie de la terre étoit sèche, on desiroit un peu de pluie pour achever de semer les mars.

A la fin du mois, les pruniers étoient en pleine fleur; & en général les productions de la terre étoient aussi avancées qu'elles l'avoient été l'année précédente au 20 d'Avril.

Il est tombé pendant ce mois 10 lignes $\frac{12}{48}$ d'eau de pluie.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	N. E.	5½.	12.	8½.	27. 3	beau, vent froid, grêle.
2.	S. O.	7.	12.	7½.	27. 6½	variable avec giboulées.
3.	S. O.	5½.	11.	6.	27. 6½	vent forcé.
4.	S.	5½.	11½.	7½.	27. 8	beau & nébuleux.
5.	S. O.	6½.	11½.	6½.	27. 9	variable avec bruine.
6.	S.	5.	12.	8½.	27. 6	venteux & pluvieux.
7.	S. O.	7.	11½.	7.	27. 6	variable avec vent & pluie.
8.	S.	6½.	11.	5½.	27. 5	variable ſans pluie.
9.	N.	4½.	7.	3.	27. 4	pluvieux & grand vent.
10.	N. O.	4½.	9½.	5½.	27. 9	beau avec nuages.
11.	S. O.	5.	12.	7½.	27. 10	variable & couvert ſans pluie.
12.	S. E.	5.	12.	8½.	27. 10	beau avec nuages.
13.	S. E.	6.	18.	12.	27. 9½	*idem.*
14.	N. E.	8.	18.	10.	27. 8	beau & venteux.
15.	E.	8.	12.	10.	27. 7	couvert, pluie, tonnerre au loin.
16.	S.	8.	18.	9.	27. 8	variable avec pluie & gros nuages.
17.	O.	7.	10½.	6.	27. 9½	variable ſans pluie.
18.	S. O.	6.	9½.	8½.	27. 6	couvert, venteux & bruine.
19.	N. O.	4.	8.	5½.	27. 8½	venteux & nébuleux.
20.	S.	5.	8.	3½.	27. 7	pluie toute la journée.
21.	N.	3.	9½.	4½.	28.	venteux & pluvieux.
22.	O.	4.	9.	9.	28.	gelée blanche, couvert & bruine.
23.	O.	7.	11½.	9½.	28. 1	couvert & venteux.
24.	S. O.	9.	16.	10.	28. ½	beau avec nuages.
25.	S. O.	7½.	15½.	9½.	27. 9	gelée blanche, beau temps.
26.	S. O.	8½.	10.	8½.	27. 6	variable avec pluie.
27.	N.	5.	7.	6.	27. 4½	pluie froide & continue.
28.	S.	7.	13½.	9.	27. 7	pluvieux.
29.	S. E.	8½.	18.	12.	27. 10½	variable, avec pluie & tonnerre.
30.	E.	12.	19.	14.	27. 8½	beau temps; le ſoir, éclairs.

Ce mois a été froid & variable; la végétation, qui les premiers jours du mois étoit fort avancée, a été quinze jours sans faire aucun progrès : cependant les pluies qui sont venues depuis la mi-Avril ont fait grand bien aux blés qui, dans le commencement du mois, devenoient jaunes, & dont la feuille avoit été rouillée par des brouillards secs qui, sur la fin de Mars, avoient régné les matins; & en général ils n'étoient pas beaux dans les terres légères.

Les abricots étoient gros comme des féves de haricot.

Les pêches étoient de même, & il y en avoit en quantité. Les pruniers étoient défleuris, ainsi que les poiriers. Les tilleuls étoient tout verts. Les charmilles avoient une teinte de vert naissant. Les boutons de la vigne étoient en bourre.

Le 9, on vit voler des hirondelles. Le 13, on entendit chanter le coucou. Le 15, il arriva encore beaucoup d'hirondelles qui voloient autour des bâtimens; on travailloit à semer les orges, pois, vesces, &c.

Le 16, les pruniers étoient en pleine fleur; ils promettoient plus de fruit que les poiriers.

Le 17, on entendit chanter le rossignol le long de la vallée; mais depuis quelques jours qu'il faisoit un grand vent froid, on ne voyoit plus d'hirondelles : apparemment elles étoient allé chercher des abris le long des côtes.

Le 22 au matin, il gela blanc; le Soleil parut en se levant, mais comme il étoit couvert de nuages, & que la rosée étoit fort grande, la gelée tourna en eau avant que le Soleil parût, & il n'y a pas eu grand dommage.

Le même jour, à 10 heures du soir, on entendit le rossignol dans le parc. Le 29, on vit un hanneton. Les pivoines, qui ordinairement ne fleurissent qu'à la mi-Mai ou au commencement de Juin, entroient en fleur. Depuis le 25, il a tonné tous les jours au loin.

Les pêches, les abricots, les prunes étoient nouées abondamment, ainsi que les cerises, à l'exception cependant de quelques espèces de ces dernières, qui étant en fleur pendant les vents froids, avoient été endommagées.

Il est tombé pendant ce mois 2 pouces 8 lignes $\frac{44}{48}$ d'eau.

MAI.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces lignes*	
1.	E.	12.	20.	11.	27. 7	orage, pluie & tonnerre.
2.	S. O.	10.	15.	11 ½.	27. 4 ½	venteux & pluvieux
3.	S.	8 ½.	14.	8.	27. 5 ½	variable sans pluie.
4.	E.	8.	14.	8.	27. 4	variable avec pluie & tonnerre.
5.	S. E.	8.	13.	8.	27. 5	venteux & pluvieux.
6.	S. O.	9.	12 ½.	8.	27. 7	vent froid.
7.	O.	9.	14.	9.	27. 10 ½	beau avec nuages & vent.
8.	E.	8.	19.	11 ½.	27. 10 ½	variable avec tonnerre.
9.	E.	10 ½.	19 ½.	12 ½.	27. 9	couvert & bruine.
10.	E.	13.	17.	11 ½.	27. 8	*idem.*
11.	E.	9.	11 ½.	11.	27. 8 ½	variable avec bruine.
12.	N.	11.	12.	12.	27. 9 ½	*idem.*
13.	N.	11.	18.	14.	27. 9 ½	beau temps.
14.	N.	11.	19 ½.	13.	27. 9 ½	variable avec pluie & tonnerre.
15.	N.	12 ½.	14 ½.	12.	27. 11	pluie & tonnerre.
16.	N.	8 ½.	14.	7 ½.	27. 11	beau avec nuages.
17.	N. E.	5.	14.	8.	27. 11 ½	beau avec nuages & vent froid.
18.	N. E.	6.	12.	6 ½.	27. 11	beau, vent très-fr. gel. dans les bas.
19.	N. E.	5.	12 ½.	7.	27. 8	beau & vent froid.
20.	E.	7.	15 ½.	4.	27. 4 ½	couvert, venteux & pluvieux.
21.	S. E.	13.	10 ½.	13.	27. 5	couvert, pluie & tonnerre.
22.	S. O.	12.	11 ½.	9 ½.	27. 5 ½	couvert, pluie, vent & tonnerre.
23.	S.	10 ½.	10.	10 ½.	27. 7 ½	*idem.*
24.	O.	9 ½.	14.	9.	27. 8	variable avec pluie & vent.
25.	N. O.	10.	11 ½.	9.	27. 9	variable sans pluie.
26.	N. O.	9.	13.	8.	27. 8	*idem.*
27.	N. O.	8.	9.	7.	27. 11	couvert & vent froid.
28.	N. O.	6.	12.	8.	27. 9	beau & vent froid.
29.	S. O.	8 ½.	12 ½.	9.	27. 9	*idem.*
30.	S. O.	8 ½.	15.	10.	27. 9 ½	beau avec nuages.
31.	S. O.	12.	14.	11.	27. 9	variable & couvert sans pluie.

En

En général, ce mois a été très-froid, il a ſouvent gelé dans les bas. La végétation a été engourdie, les raiſins ont beaucoup ſouffert, mais les blés ſe ſont un peu rétablis dans les bonnes terres; car dans les terres légères, il n'y avoit que peu à eſpérer. Les avoines & les menus grains faiſoient très-bien; on faiſoit encore tous les jours du feu dans les appartemens, & il y avoit des jours qu'on avoit peine à le quitter. Le vent & le froid empêchoient les abeilles d'aller faire leur récolte ſur les ſainfoins, & elles ont été pluſieurs jours ſans ſortir de leurs ruches, ainſi elles ſouffroient beaucoup.

Vers la fin du mois, il a paru quantité de papillons de différentes couleurs, mais ſur-tout de grands papillons blancs. Il n'y a preſque pas eu de hannetons; mais on trouvoit en terre une prodigieuſe quantité de ces vers blancs qui mangent les racines des arbres, & qui doivent produire des hannetons l'année ſuivante. Quoiqu'il n'y ait eu ni hannetons ni chenilles, en pluſieurs endroits les arbres étoient ſans feuilles, ſans qu'on ait ſu quels inſectes les avoient dévorés. On a commencé les derniers jours du mois à faucher, pour les vaches, des ſainfoins en fleur.

Il a tonné très-fréquemment, ſouvent ſans qu'il y eût de pluie; néanmoins en quelques endroits il eſt tombé des averſes ſi conſidérables, que les digues de pluſieurs étangs ſe ſont rompues, & que les rivières ont débordé. Il eſt tombé pendant cemois 2 pouces 3 lignes $\frac{4}{48}$ d'eau.

Les belles eſpérances qu'on avoit conçues au commencement du mois, d'une année abondante en fruits, ont bien diminué dans le courant du mois. Les poires tomboient; il y avoit beaucoup de bouchons cauſés par les vers ſur les pommiers; les ceriſiers étoient brouis. Il y avoit, à la vérité, aſſez de pêches, d'abricots & de prunes; mais la vigne ne montroit pas la moitié tant de fruit que l'année dernière.

Le 1.er il a fait un orage de tonnerre & de pluie, avec quelques grains de grêle.

Le 8, on entendit chanter le loriot.

Le 14, les péones ou pivoines doubles, qui ſouvent ne ſont en fleur qu'à la fin du mois ou au commencement de Juin, étoient en partie défleuries.

Le 15, on a ſervi une petite jatte de fraiſes écarlate.

Le 20, les ſainfoins étoient en pleine fleur, mais très-bas.

Le 28, & les jours précédens, il faiſoit ſi froid que les hirondelles qui ne trouvoient point de mouches pour ſe nourrir, avoient beaucoup de peine à ſubſiſter; elles étoient ſi foibles qu'elles ſe repoſoient par terre dans la campagne.

JUIN.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. O.	10½.	12.	12½.	27.	10½	beau avec nuages.
2.	S.	12.	12½.	12½.	27.	10½	beau avec nuages, pluie & vent.
3.	S. O.	12.	15½.	12.	27.	8½	beau avec nuages.
4.	O.	9½.	14.	9.	27.	8	variable avec grand vent.
5.	S. O.	10.	15½.	10.	27.	8	couvert.
6.	O.	11.	9.	9½.	27.	7	couvert & grande pluie.
7.	N.	10½.	16.	10½.	28.	½	variable avec vent.
8.	N.	9½.	18.	12.	28.	1	beau & venteux.
9.	N.	11.	18½.	15.	28.		beau temps.
10.	E.	14.	20½.	13.	27.	10	*idem.*
11.	E.	12.	18.	15.	27.	7	beau temps, il éclaire au Nord.
12.	S. O.	14.	19½.	13.	27.	6½	pluie & tonnerre.
13.	S. O.	12.	18.	15.	27.	9½	beau, nébuleux & orageux.
14.	S.	13½.	20.	16.	27.	9½	beau avec nuages.
15.	S.	15.	21.	18.	27.	9	beau temps.
16.	E.	15½.	23.	18.	27.	9	*idem.*
17.	S.	15.	25.	18½.	27.	9½	beau temps, tonnerre au loin.
18.	N.	14.	22.	16½.	27.	11	variable avec pluie & tonnerre.
19.	O.	12½.	18.	13.	27.	8	grand orage de pluie & tonnerre.
20.	S. O.	11½.	15½.	10½.	27.	7	variable avec pluie & vent.
21.	S. O.	11.	15½.	11.	27.	8½	variable avec vent & pluie froide.
22.	S.	10½.	17½.	13.	27.	9½	variable avec pluie & vent.
23.	S. O.	10½.	15.	11.	27.	11	beau & couvert.
24.	S. O.	11.	13½.	14½.	27.	11	couvert.
25.	S. O.	14.	21½.	15.	27.	9½	beau temps.
26.	S.	14.	25½.	19.	27.	9	*idem.*
27.	S. O.	17.	24½.	17½.	27.	9	beau temps, le soir éclairs au Nord.
28.	S. O.	14½.	18½.	13½.	27.	10	variable avec pluie & vent.
29.	S. O.	12½.	18½.	14.	27.	11	beau avec nuages.
30.	O.	13½.	18½.	14½.	27.	11½	variable sans pluie.

Ce mois a été fort variable; il eſt venu fréquemment de petites pluies qui ont été favorables aux menus grains; il y a eu quelques jours de beau temps, qui ont fait fleurir la vigne; il y a eu pendant ce mois beaucoup de papillons: on commençoit à voir ſur les arbres des fourreaux, ce qui annonçoit des chenilles pour l'année prochaine. On trouvoit encore en terre de ces vers blancs du hanneton qui mangent les racines des arbres, & les font périr.

Les blés ayant été rouillés dans le Gâtinois, ils épioient fort bas; dans la Beauce, on n'eſpéroit pas une récolte avantageuſe. Le froment après avoir diminué pendant deux marchés de trois livres & quatre livres par ſetier, a tout d'un coup augmenté de deux livres dix ſous, & de trois livres par ſetier.

Le 6, on a commencé à faucher les ſainſoins pour les chevaux; l'herbe étoit baſſe, mais bien fournie: on deſiroit du beau temps pour les faner. Le 18, on a achevé de les ſerrer; ils avoient été fauchés par la pluie, mais comme ils ont été mouillés étant encore verts, la pluie leur a fait peu de tort, & la récolte a été aſſez bonne, puiſque le foin a diminué de moitié de ce qu'il étoit l'année dernière, & que de trente livres le cent, il étoit venu à ne valoir plus que quinze livres.

Le 20, la vigne étoit en fleur; les pluies n'étoient pas favorables pour faire réuſſir le peu de fruit qu'il y avoit ſur le bas-plant, quoique ce fût celui qui promît le plus.

Le 24, on a ſervi des abricots précoces & des guignes, ainſi que des ceriſes; on voyoit encore des fraiſes.

Il eſt tombé pendant ce mois, 2 pouces 11 lignes $\frac{25}{48}$ d'eau de pluie.

JUILLET.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	13½.	20.	15.	27. 11½	beau temps.
2.	E.	13½.	24.	17½.	27. 8	*idem.*
3.	S.	16.	20½.	15½.	27. 9	variable avec pluie & tonnerre.
4.	S. O.	13½.	19.	12½.	27. 10½	*idem.*
5.	S. O.	11½.	18.	13½.	27. 10	beau avec nuages.
6.	S. O.	14½.	18.	11.	27. 8½	variable avec pluie & vent.
7.	S. O.	11½.	18.	14.	27. 12½	beau temps.
8.	S.	15.	22½.	16.	27. 10	beau & couvert.
9.	O.	14.	18.	13.	27. 11½	beau avec nuages.
10.	S. O.	13.	15½.	10.	27. 11½	variable & couvert ſans pluie.
11.	O.	10½.	18.	11.	27. 11½	beau avec nuages.
12.	S. O.	10.	20.	13.	27. 10	variable & pluvieux.
13.	S. O.	11.	19.	12½.	27. 10½	nébuleux.
14.	O.	12.	18.	12.	27. 10½	nébuleux & venteux.
15.	O.	11.	18.	11.	28. ½	variable avec pluie froide.
16.	N.	10.	19.	12.	28. 1	beau avec nuages.
17.	N. E.	11.	21.	15.	28. ½	beau temps.
18.	N. O.	13½.	18.	11.	28. ½	couvert.
19.	S. O.	11.	19.	13½.	27. 11	grand brouillard, beau & nébuleux.
20.	O.	12.	16½.	11½.	27. 10½	variable avec pluie & vent.
21.	S. O.	11½.	18.	14½.	27. 11½	grand brouillard & nébuleux.
22.	N.	13.	19.	13.	28. 1½	beau & nébuleux.
23.	E.	13.	20.	13.	28. 1	*idem.*
24.	N. E.	12.	22.	15.	27. 11	*idem.*
25.	E.	14.	25½.	17.	27. 9½	*idem.*
26.	S.	17.	25½.	17.	27. 9½	beau avec vent.
27.	S. E.	15.	20.	13.	27. 10½	nébuleux.
28.	S. O.	14.	18.	14.	27. 11	variable avec bruine.
29.	S. O.	11.	19.	16.	27. 11	beau & nébuleux.
30.	S. O.	15.	20.	15.	27. 10	variable avec bruine.
31.	E.	15.	17½.	17.	27. 9½	variable avec tonnerre & éclairs.

Quoiqu'il ait plu ſouvent pendant ce mois, comme il n'eſt point ſurvenu d'orage, il n'eſt tombé que 10 lignes $\frac{+6}{+3}$ d'eau de pluie; ainſi ce mois a été fort ſec, & la terre ſe fendoit.

Au commencement de ce mois on a ceſſé de manger des fraiſes, il y en a eu beaucoup & elles ont toujours été bonnes, parce qu'il eſt ſouvent venu de la pluie. Les ceriſes ont duré tout le mois, mais dès le 20, on n'en voyoit plus dans les marchés.

Le 13 Avril, on avoit entendu chanter, pour la première fois, dans le Parc, un coucou; il a chanté pluſieurs fois dans le mois de Mai; on a ceſſé de l'entendre vers le milieu de Juin, & on n'en a point vu depuis: mais le 22 de ce mois, on en a apporté un jeune ſortant du nid, & qui s'étoit élevé dans le Parc.

Le 18, on ſervit la prune jaune hâtive.

Le 23, on voyoit encore de l'avant-pêche blanche, & la double de Troies. On ſervoit auſſi l'abricot dit du Pape; ce fruit, par ſa figure ainſi que par ſa couleur, reſſemble à une prune de Monſieur bien mûre; ſa chair approche de celle de la pêche ſanguinolle, elle eſt d'un goût peu agréable, elle ne quitte pas le noyau.

A la fin du mois, on ne mangeoit plus de ceriſes, d'abricots précoces, d'avant-pêche blanche, ni de prune jaune hâtive, mais l'on voyoit encore la double de Troies & l'abricot ordinaire.

Dans ce même temps, les ſeigles étoient ſeyés & ſerrés: la paille étoit belle, mais il n'y avoit preſque point de grains dans les épis.

On a commencé la moiſſon des fromens, les derniers jours du mois. Les brouillards avoient rouillé la paille, mais elle étoit à ſa hauteur, & on eſpéroit que le grain n'en auroit pas ſouffert.

AOUST.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	E.	15.	18.	12½.	28.	beau avec nuages.
2.	E.	13.	18.	13½.	28.	beau & venteux.
3.	E.	12.	23.	17.	27. 10	beau avec nuages & vent.
4.	E.	16½.	25½.	15.	27. 9	orage de pluie, tonnerre & grêle.
5.	O.	12.	21½.	15.	27. 11½	beau temps avec bruine le matin.
6.	S. O.	14.	18.	17.	28.	beau temps.
7.	S. E.	13.	25½.	17.	27. 11½	*idem.*
8.	E.	15.	26.	20.	27. 9	venteux, il éclaire le soir.
9.	S. O.	16.	19.	14.	27. 10	couvert & venteux.
10.	S. O.	14½.	20½.	13.	28. 1	variable avec pluie.
11.	N. O.	10.	18.	12.	28. 1	beau avec nuages.
12.	N. O.	11.	19.	13.	27. 11½	beau & vent frais.
13.	E.	10.	20.	14.	27. 9	beau avec nuages.
14.	S. E.	12.	23½.	16.	27. 8	beau temps.
15.	S. O.	13.	18½.	15½.	27. 10	variable avec vent & bruine.
16.	S. O.	14.	20.	17.	27. 11½	beau avec nuages.
17.	S. O.	15.	20½.	14½.	27. 11	*idem.*
18.	N. O.	12.	19.	13.	27. 8	beau temps.
19.	N. E.	11.	20½.	13.	27. 9½	*idem.*
20.	S. E.	11½.	22.	15½.	27. 10½	*idem.*
21.	E.	12.	23.	15.	27. 11	*idem.*
22.	O.	12.	25.	17.	27. 8	beau avec brouillard.
23.	N. E.	15½.	18½.	14½.	27. 8	variable avec pluie & tonnerre.
24.	N. O.	14.	19.	12½.	27. 7	beau temps.
25.	S. E.	13.	22.	15.	27. 8½	brouillard le matin; beau le soir.
26.	S. O.	14.	18.	14.	27. 7	grande pluie.
27.	S. O.	12.	17.	12.	27. 10	nébuleux & venteux.
28.	S. O.	12.	16.	11½.	27 10½.	à midi, $27^{p}\ 4^{l}$, grand vent & pluie.
29.	O.	11.	16½.	12.	27. 7	variable avec ondées.
30.	S. O.	11.	19½.	15½.	27. 11	grand vent avec ondées.
31.	S. O.	12.	20.	15½.	28.	beau temps.

Comme il n'est tombé, pendant ce mois, que 2 pouces 6 lignes $\frac{37}{48}$ d'eau de pluie, il peut passer pour sec.

Le 1.er, après midi & pendant la nuit, il a tonné au loin, & fait une petite pluie.

Le 7, quoiqu'il soit tombé fréquemment de petites pluies, la terre étoit fendue, & la sécheresse paroissoit extrême, parce que ces pluies ne faisant qu'humecter la superficie de la terre, elle étoit desséchée tout de suite par le vent; car il n'y a point eu de chaleur, c'est cette sécheresse, dans l'intérieur de la terre, qui a fait tomber beaucoup de fruits.

Le 20, la moisson des blés étoit finie ; ils ont été serrés extrêmement secs : la qualité étoit excellente dans les bonnes terres, mais dans les terres légères, il y avoit beaucoup de grains retraits & échaudés; il y avoit aussi beaucoup moins de blé que l'année précédente, & moins de tas, parce que la paille étoit courte; le nombre des gerbes étoit augmenté par une prodigieuse quantité de chardons qui grossissoient la gerbe, mais comme elles contenoient peu de grain, elles étoient légères.

Les Fermiers attendoient de la pluie pour lever les avoines. Nous croyons cette méthode, quoique généralement établie, mauvaise, & nous ordonnons au contraire qu'on serre nos avoines presque aussi-tôt qu'elles sont fauchées, & nous remarquons que le fourrage en est meilleur pour les vaches, ainsi que le grain pour semer; d'ailleurs si la pluie fait renfler le grain, il perd cette humidité étrangère lorsqu'il est desséché, & on éprouve un déchet considérable par beaucoup de grains qui restent sur les ondains. Tout l'avantage donc qu'on peut obtenir de cette mauvaise pratique, est que le grain se détache plus aisément sous le fléau.

Les pêches ont généralement parlant été petites, le noyau étoit fort gros, suite nécessaire de la sécheresse de la terre, mais elles n'étoient pas pâteuses, & leur bon goût dédommageoit amplement de ce qui manquoit à leur grosseur : depuis

depuis les pluies qui ſont ſurvenues à la fin du mois, les pêches tardives ont groſſi à vue d'œil.

Les melons n'étoient pas auſſi bons qu'on l'auroit eſpéré, vu le hâle qu'il faiſoit, ce qu'on attribuoit à ce que les nuits étoient trop fraîches.

Les pluies de la fin du mois ayant été conſidérables & accompagnées de beaucoup de vent, ont fait tomber une grande partie des fruits qu'il y avoit ſur les arbres en plein vent; cela a fait auſſi ſortir quantité de lièvres de la forêt, on en a vu tout d'un coup beaucoup dans les chaumes; auſſi-tôt après la pluie, on a commencé à lever les avoines.

Il a règné pendant ce mois beaucoup de fièvres bilieuſes, mais qui ont cédé aux vomitifs.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.	État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces lignes	
1.	S. O.	12½.	23½.	15½.	27. 10½	beau temps.
2.	S. O.	13½.	26.	15.	27. 8½	*idem.*
3.	E.	13½.	22.	15.	27. 10	*idem.*
4.	S. O.	14.	24.	17½.	27. 9	variable avec tonn. & éclairs au loin.
5.	N. O.	14½.	17.	11.	27. 11½	variable avec pluie.
6.	S. O.	10½.	18.	14.	27. 11½	beau temps.
7.	S. O.	9½.	20.	14½.	27. 11	variable avec brouillard.
8.	E.	10.	16.	9½.	27. 11½	beau & venteux.
9.	E.	8½.	12.	11.	27. 10	gelée le matin, beau temps.
10.	S. O.	10.	19.	13.	27. 11	beau temps.
11.	S. O.	11.	12.	11.	27. 11	*idem.*
12.	S.	10½.	12.	8½.	27. 6	pluie continue.
13.	S.	9½.	11½.	10.	27. 5½	variable & nébuleux.
14.	O.	8.	12.	12½.	27. 5	couvert, pluie continue.
15.	N. O.	12.	12½.	11.	27. 8½	couvert & variable.
16.	N. O.	8½.	11½.	9.	27. 8½	variable ſans pluie.
17.	N.	8.	11½.	9½.	27. 8½	gelée, variable ſans pluie.
18.	N.	9½.	12.	8.	27. 10	beau & couvert.
19.	O.	6½.	14½.	11½.	27. 11½	variable & pluvieux.
20.	S. O.	11.	14½.	9½.	27. 9	variable ſans pluie.
21.	S. O.	9.	15.	11½.	27. 7	variable avec pluie.
22.	S.	10.	12½.	12½.	27. 8	*idem.*
23.	S.	11.	15½.	11.	27. 4½	beau avec nuages.
24.	S. E.	9½.	15.	8½.	27. 4	couvert.
25.	S. O.	9½.	14.	9½.	27. 6	variable ſans pluie.
26.	O.	8½.	14.	10.	27. 7	beau avec nuages.
27.	N. E.	9.	15.	11.	27. 9½	*idem.*
28.	E.	7½.	14½.	11½.	27. 8	couvert & pluvieux.
29.	S. E.	11½.	11½.	14.	27. 6	pluvieux.
30.	S. O.	12.	12.	11.	27. 7	beau temps.

Eau de pluie, $3^p\ 6^l\ \frac{4}{48}$.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. O.	11.	13½.	11.	27.	6½	variable avec pluie.
2.	S. O.	10.	14½.	10.	27.	9	variable & venteux.
3.	O.	8½.	11½.	9.	28.	1	variable fans pluie.
4.	N.	5½.	12.	7.	28.	2½	beau temps.
5.	E.	4½.	13.	7½.	28.	2	*idem.*
6.	S. E.	5.	17.	12.	28.	1½	*idem.*
7.	N. E.	8.	15.	11.	28.	3	beau & couvert.
8.	N. E.	8.	14.	10.	28.	3	brouillard, beau temps.
9.	N. E.	6.	14½.	9½.	28.	1	beau temps.
10.	N. E.	8	15.	9.	28.	½	brouillard, beau temps.
11.	E.	8.	12.	7.	28.	1	variable & bruine.
12.	N. O	5.	14½.	9½.	28.	2	beau avec nuages.
13.	N. E.	5.	14.	11.	28.	2	beau & nébuleux.
14.	N. E.	8.	12.	5.	28.	1½	*idem.*
15.	E.	3.	11.	5½.	28.	1	beau temps.
16.	S. E.	2.	13.	6.	28.		*idem.*
17.	S.	3½.	14½.	7½.	28.	½	beau avec nuages.
18.	S. O.	6½.	14.	7.	28.	1	brouillard & couvert.
19.	E.	3½.	13.	6.	28.	1	beau temps.
20.	E.	3½.	13.	7.	28.	1	brouillard, beau temps.
21.	S. E.	3.	14.	7½.	28.		*idem.*
22.	S.	2½.	14.	8½.	27.	8½	beau & couvert.
23.	S. O.	3½.	14.	11.	27.	9	variable fans pluie.
24.	S.	4.	12½.	8.	27.	11	couvert & venteux.
25.	O.	4.	10½.	4½.	27.	11½	beau avec nuages.
26.	O.	4.	9½.	8½.	27.	10	nébuleux.
27.	N.	½.	8½.	4.	27.	4	gelée blanche, beau avec nuages.
28.	N. E.	3.	9.	1½.	27.	4½	grand brouillard, couvert.
29.	E.	0.	7.	4½.	27.	6	gelée blanche, beau avec nuages.
30.	S. E.	6½.	14.	11½.	27.	8	beau temps.
31.	S. E.	9.	14.	12½.	27.	7	couvert.

Eau de pluie, 5 lignes $\frac{33}{48}$.

VEMBRE.

				RE.	BAROM.		ÉTAT DU CIEL.
			l.	Soir.			
			Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. E.	10½.	16½.	10.	27.	8½	beau temps.
2.	S.	9½.	12½.	8½.	27.	10	beau avec nuages.
3.	S. E.	6.	13.	8.	27.	10	grand brouillard.
4.	S. E.	6.	13.	6.	27.	8½	beau temps.
5.	S. E.	7.	10½.	8.	27.	4	couvert.
6.	S. O.	7.	10.	7½.	27.	1	variable & pluvieux.
7.	S. O.	6½.	7½.	6½.	27.	4½	variable & couvert ſans pluie.
8.	N. O.	6.	7.	6½.	27.	4	pluvieux.
9.	S. O.	7.	9½.	8.	27.	4	variable & pluvieux.
10.	N. E.	5.	5½.	½.	28.		beau avec vent & nuages.
11.	S. E.	1½.	2½.	10.	27.	6½	couvert & bruine.
12.	N.	1.	3.	½.	27.	8	couvert.
13.	N.	1.	2.	— ¼.	28.		beau temps.
14.	N.	0.	5.	3.	28.		nébuleux.
15.	S. O.	4½.	6½.	5.	28.		couvert.
16.	S. O.	5½.	7½.	6.	28.	½	beau & couvert.
17.	S. O.	5½.	8½.	6½.	27.	11	couvert.
18.	S.	6½.	8½.	3.	27.	8	variable & pluvieux.
19.	S. O.	½.	5½.	0.	27.	8	beau avec nuages; le ſoir, neige.
20.	N.	0.	5.	— ¼.	27.	9	beau avec nuages & vent.
21.	N.	3½.	— ½.	4.	26.	10	beau avec nuages.
22.	N.	4½.	2.	3½.	27.	8	*idem.*
23.	N. E.	3½.	1½.	4.	27.	8	beau & couvert.
24.	S. O.	2½.	— 2½.	— 1.	28.	1	neige la nuit.
25.	N.	2½.	— 3.	3½.	27.	5½	grand vent avec petites venvoles de neige.
26.	N.	0.	1½.	4.	27.	8	grand vent, neigeux.
27.	N.	5½.	5½.	4½.	27.	10½	beau avec nuag. & venvoles de neige.
28.	S. O.	5½.	4½.	2.	27.	5½	grand vent avec neige.
29.	S.	— 1½.	2½.	¼.	27.	2½	couvert.
30.	S. O.	— ½.	2½.	0.	27.	5	beau avec nuages.

Eau de pluie, $2^{p}\ 2^{l}\ \frac{27}{48}$.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Thermomètre. Midi.	Thermomètre. Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. O.	0.	2 ½.	0.	27.	7	neige la nuit, beau le jour.
2.	S. O.	¼.	3 ½.	3 ½.	27.	2 ½	variable avec pluie & vent.
3.	S. E.	6.	6 ½.	6 ½.	27.	3	variable avec pluie.
4.	S.	5 ½.	7 ½.	6 ½.	27.	6 ½	pluvieux.
5.	S. E.	5.	9 ½.	3.	27.	8 ½	beau avec nuages.
6.	E.	½.	2.	— 3.	27.	10	couvert & venteux.
7.	N.	5.	2 ½.	4.	27.	11	nébuleux.
8.	S. O.	5 ½.	3.	2 ½.	27.	7 ½	couvert & nébuleux.
9.	S. E.	6 ½.	1 ½.	1 ½.	27.	4	beau avec nuages & neige.
10.	S. E.	4 ½.	6.	5.	27.	5	beau avec nuages.
11.	S.	6.	11.	8.	27.	8 ½	*idem.*
12.	S. E.	6 ½.	11 ½.	9 ½.	27.	10 ½	*idem.*
13.	S.	5 ½.	11.	6 ½.	28.		beau temps.
14.	S.	4 ½.	9 ½.	7.	27.	11	*idem.*
15.	S.	6.	8.	2 ½.	28.		variable avec bruine.
16.	S. E.	1 ½.	5 ½.	2 ½.	27.	10	beau avec nuages.
17.	S.	2 ½.	7 ½.	4 ½.	27.	11 ½	bruine, couvert & brouillard.
18.	S.	4 ½.	7.	6.	28.	1	couvert & bruine.
19.	N.	5 ½.	5 ½.	2 ½.	28.		couvert & brouillard.
20.	N.	3 ½.	5.	3.	27.	11	couvert.
21.	N. E.	— 2.	— 1.	— 2.	27.	11 ½	beau avec nuages.
22.	N.	2 ½.	— 1.	0.	28.	2	brouillard & givre.
23.	N.	0.	2.	— 1.	28.	4	couvert.
24.	N.	— ½.	— 2.	1.	28.	5	couvert & bruine.
25.	N.	1 ½.	2 ½.	2.	28.	3 ½	couvert.
26.	N. E.	2.	3.	3.	28.	3	*idem.*
27.	N. E.	2 ½.	4.	1 ½.	28.	3	beau avec nuages.
28.	N. E.	½.	1.	0.	28.	2	couvert & brouillard.
29.	N.	— 2.	3 ½.	1.	28.	2 ½	couvert.
30.	N.	— 3 ½.	— ½.	4.	28.	2	*idem.*
31.	N. E.	6 ½.	1.	2 ½.	27.	11	beau temps.

Eau de pluie, 10 lignes $\frac{25}{48}$.

IDÉE GÉNÉRALE des productions de la terre pendant l'année 1774.

FROMENS.

On a vu par le détail que nous avons donné pour l'année 1773, que la récolte des fromens a été médiocre pour la quantité & pour la qualité. A l'égard de 1774, on voit par ce que nous avons dit plus haut, que la levée a été belle, mais le printemps ayant été froid & humide, cela a produit une prodigieuse quantité d'herbe qui a fait que la récolte a été encore moindre que celle de 1773; il falloit vingt-deux gerbes pour faire une mine: néanmoins le prix du grain a diminué; car au lieu qu'en 1773, il a été plusieurs fois à trente livres le setier ou le sac; en 1774, il n'a pas passé vingt-huit livres.

Comme les brouillards avoient rouillé les fromens, la paille ne s'est pas fort élevée, il n'en a pas été de même des seigles, la paille étoit fort haute, mais les épis étoient peu fournis de grains.

MARS.

Les orges & les avoines ont assez bien réussi, aussi-bien que l'herbe des prés, tant naturels qu'artificiels; car quoique l'herbe ne se soit pas fort élevée, elle étoit très-garnie dans le pied, ce qui a fourni honnêtement de foin, & de bonne qualité.

FRUITS.

Il y a eu assez abondamment de fraises, de cerises, ainsi que d'abricots & de pêches; mais peu de poires, & encore moins de pommes: car quelques ondées qui sont survenues à la fin de Juillet accompagnées de grands vents, ont fait tomber beaucoup de fruits des arbres en plein vent.

GIBIER.

Il y a eu assez abondamment de toute espèce de gibier.

MALADIES.

Il a règné vers la fin de Juillet, beaucoup de fièvres bilieufes qui cédoient aux remèdes ordinaires.

BESTIAUX.

Il n'y a point eu de maladie contagieufe fur les beftiaux.

VINS.

On a vu qu'au printemps la végétation a été prodigieufement hâtive, ce qui a duré jufqu'au commencement d'Avril; mais pendant ce mois & une partie du mois de Maï, toutes les productions de la terre n'ont fait aucuns progrès, ce qui donnoit beaucoup d'inquiétude, fur-tout pour les vignes; cependant elles font entrées en fleur vers le 20 Mai, mais les pluies froides qui régnoient alors, n'étoient point favorables pour faire nouer le peu de raifin qui étoit aux vignes; je dis peu, car le bas-plant qui donne ordinairement du vin médiocre, mais en abondance, étoit confidérablement moins fourni de grappes que le haut, qui, à la vérité, donne de bon vin, mais en petite quantité; pendant le mois de Juillet, il y a eu de petites pluies & point de chaleur, mais le vent qui régnoit, quoique frais, enlevoit promptement l'eau que fourniffoient les petites pluies, de forte que la terre étoit très-fendue & paroiffoit fort sèche; comme il y a eu peu de chaleur pendant les mois d'Août & de Septembre, & que les nuits étoient toujours fraîches, les raifins ne mûriffoient pas, & on comptoit que le peu de vin qu'on récolteroit, ne feroit pas de bonne qualité; effectivement les raifins ont peu bouilli dans les cuves, la mouffe qu'ils ont jetée étoit pâle, & les vins ont pris peu de couleur, néanmoins il a été meilleur que celui de la récolte de 1773, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la grande fécherefle de l'été & de l'automne; le vin s'eft donc trouvé meilleur qu'on ne l'efpéroit, quoique fa qualité fût médiocre: à l'égard de la quantité, on peut l'eftimer le tiers d'une bonne année.

Obſervations des Bouſſoles d'inclinaiſon & de déclinaiſon.

Nous avons dit dans les Mémoires de l'Académie, *année 1772*, ſeconde partie, qu'il y a à Denainvilliers, dans différens boſquets du Parc, ſix bouſſoles déſignées par les numéros *I, II, III, IV, V & VI.* Les numéros *I, II, III & IV* ſont les bouſſoles de déclinaiſon, ceux *V & VI* ſont les bouſſoles d'inclinaiſons. Nous ferons obſerver ici, qu'on entend par le mot *déclinaiſon*, la poſition des bouſſoles au moment de l'obſervation.

Ces obſervations ont commencé le 1.er Janvier 1774, juſqu'au 31 Mai qu'elles ont été interrompues; elles ont repris leur cours le 13 Novembre juſqu'au 31 Décembre de la même année. Les moyennes déclinaiſons ont été priſes après avoir additionné les obſervations de chaque numéro, qui ont été faites tous les jours, & avoir diviſé le total par les jours de chaque mois faiſant le nombre des obſervations.

Bouſſoles de déclinaiſon.

Janvier 1774.

N.° I.	Le 1.er de ce mois, la plus grande déclinaiſon a été de	20^{d}	$11'$	$0''$.
	Et le 29, la plus petite déclinaiſon étoit de	20.	1.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de	20.	5.	0.
N.° II.	La déclinaiſon a été, les deux tiers du mois, de	20.	35.	
	Et vers la fin du mois, faiſant l'autre tiers, elle étoit à	20.	30.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de	20.	31.	30.
N.° III.	La plus petite déclinaiſon, depuis le 1.er du mois juſqu'environ la moitié, a été de	20.	10.	
	Et les 28 & 29, faiſant la plus grande déclinaiſon, elle étoit de	20.	45.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de	20.	23.	0.
N.° IV.	La plus grande déclinaiſon, depuis le 1.er juſque vers le milieu du mois, a été de	19.	10.	

Le 15,

Le 15 Janvier & jours suivans, la plus petite déclinaison a été de . . . . 19^d 0′ 0″.

Et le 29, elle a remonté à . . . . 19. 10.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 19. 6. 0.

Boussoles d'inclinaison.

N.° V. La plus petite déclinaison, depuis le 7 jusqu'au 11, a été de . . . . 70. 45.

Et la plus grande déclinaison, depuis le 14 jusqu'au 18, étoit de . . . . 72. 0.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 71. 31. 40.

N.° VI. La déclinaison n'a point du tout varié, & a été durant tout le mois, de . . . . 71. 0.

FÉVRIER.

N.° I. La plus petite déclinaison, depuis le 1.er jusqu'au 4, a été de . . . . 20. 2.

Et la plus grande déclinaison, depuis le 23 jusqu'au 28, étoit de . . . . 20. 21.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 20. 7. 0.

N.° II. Le 12, la plus grande déclinaison a été de . . 20. 30.

Et la plus petite déclinaison, depuis le 24 jusqu'au 28, étoit de . . . . 19. 30.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 20. 15. 0.

N.° III. Le 1.er, la plus petite déclinaison a été de . . 20. 10.

Le 11, la plus grande déclinaison étoit de . . 20. 35.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 20. 25. 0.

N.° IV. Les 11, 17 & 18, la plus grande déclinaison a été de . . . . 19. 5.

Et le reste du mois, la plus petite déclinaison étoit de . . . . 19. 0.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 19. 0. 32.

N.° V. Le 1.er, la plus petite déclinaison a été de . . . 70. 20.

Depuis le 4 jusqu'au 11, la plus grande déclinaison étoit de . . . . 72. 45.

La déclinaison moyenne étoit de . . . . 72. 9.

N.° VI. Elle a été, durant tout ce mois, de . . . . 71. 0.

Excepté les 24 & 25, qu'elle étoit de . . . . . 71. 45.

MARS.

N.° I. Au commencement & à la fin du mois, la plus petite déclinaiſon a été de........... $20^d\ 21'\ 0''$.
Et la plus grande déclinaiſon n'a pas paſſé... 20. 22.
La déclinaiſon moyenne étoit de.......... 20. 21. 40.

N.° II. Depuis le 1.er juſqu'au 4, la plus petite déclinaiſon a été de.................. 19. 0.
Et les 25 & 26, la plus grande déclinaiſon a été de......................... 20. 45.
La déclinaiſon moyenne étoit de......... 20. 37.

N.° III. Depuis le 1.er juſqu'au 4, la plus petite déclinaiſon a été de............... 20. 30.
Le 5, la plus grande déclinaiſon étoit de... 20. 45.
Le 31, elle a été à................. 20. 30.
La déclinaiſon moyenne étoit de........ 20. 37. 0.

Il a paru une Aurore boréale, le 3, à 8 heures du ſoir; le *n.° I* a varié du Nord à l'Oueſt de 1 degré, & le *n.° II* a varié de 1 degré & demi du Nord à l'Oueſt; le *n.° V* a été du Sud au Nord de 30 minutes.

N.° IV. Depuis le 1.er juſqu'au 27, la déclinaiſon a toujours été de..................... $19^d\ 0'\ 0''$.
Et depuis le 27 juſqu'au 31, elle étoit de... 19. 10.
La déclinaiſon moyenne a été de.......... 19. 1. 0.

Il a paru une autre Aurore boréale, le 14, à 8 heures du ſoir: il n'y a pas eu de variations dans les bouſſoles.

N.° V. Le 3, la plus grande déclinaiſon étoit de... $72^d\ 30'\ 0''$.
Le 22, la plus petite déclinaiſon, qui a beaucoup variée durant ce mois, a été de..... 70. 30.
La déclinaiſon moyenne étoit de........ 71. 27.

N.° VI. Depuis le 1.er juſqu'au 21, la déclinaiſon a été de.......................... 71. 0.
Et le reſte du mois elle étoit de.......... 70.
Excepté le 24, qu'elle a été de.......... 70. 10.
La déclinaiſon moyenne étoit de......... 70. 38, 40.

AVRIL.

N.° I.	Le 1.er, la plus grande déclinaison a été de...	20d	21′	0″.
	Le 16, elle étoit de..................	20.	13.	
	Le 7, la plus petite déclinaison a été de....	20.	10.	
	La déclinaison moyenne étoit de........	20.	12.	30.
N.° II.	La plus grande déclinaison, qui a toujours été en diminuant, étoit de.............	20.	40.	
	Depuis le 21 jusqu'au 30, la plus petite déclinaison a été de....................	20.	10.	
	La déclinaison moyenne étoit de.........	20.	22.	
N.° III.	Le 1.er, la déclinaison moyenne a été de...	20.	45.	
	Le 4, elle étoit de..................	21.	0.	
	Le 7, la plus grande déclinaison a été de...	21.	5.	
	Depuis le 18 jusqu'au 24, la plus petite déclinaison étoit de................	20.	15.	
	La déclinaison moyenne a été de........	20.	37.	20.
N.° IV.	Le 1.er & le 15, la déclinaison a été de....	19.	10.	
	Le 2, la plus grande déclinaison étoit de...	19.	0.	30.
	Les 6 & 30, la plus petite déclinaison a été de	19.		
	La déclinaison moyenne étoit de........	19.	4.	0.
N.° V.	Le 1.er, la plus grande déclinaison a été de..	70.	30.	
	Le 15, elle étoit de..................	70.	0.	
	Le 30, la plus petite déclinaison a été de...	69.	30.	
	La déclinaison moyenne étoit de........	70.	3.	0.
N.° VI.	Elle a été tous les jours du mois à.......	70.	0.	0.

MAI.

N.° I.	Le 1.er, la plus grande déclinaison a été de	20.	11.	
	Le 16, elle étoit de................	20.	9.	
	Le 31, la plus petite déclinaison a été de	19.	56.	
	La déclinaison moyenne étoit de........	20.	3.	
N.° II.	Le 1er, la déclinaison étoit de........	20.	10.	
	Le 16, elle a été de................	20.	45.	

	Le 25 Mai, la plus grande déclinaiſon étoit de	20d	55'	0".
	Le 28, la plus petite déclinaiſon a été de	20.	0.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de........	20.	39.	
N.° III.	Le 1.er, la déclinaiſon étoit de..........	20.	45.	
	Le 6, la plus petite déclinaiſon a été de..	20.	30.	
	Le 16, elle étoit de...............	20.	45.	
	Le 25 juſqu'au 29, la plus grande déclinaiſon a été de...................	20.	55.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de........	20.	45.	30.
N.° IV.	Le 1.er juſqu'au 9, la plus petite déclinaiſon a été de.......................	19.	0.	
	Le 9, elle a été de................	19.	10.	
	Le 21, la plus grande déclinaiſon a été de	19.	30.	
	Le 31, elle étoit de................	19.	20.	
	La déclinaiſon moyenne a été de........	19.	14.	
N.° V.	Le 1.er juſqu'au 4, la déclinaiſon a été de..........................	69.	30.	
	Le 4, la plus grande déclinaiſon étoit de	69.	45.	
	Le 21, elle a été à................	69.	20.	
	Le 31, la plus petite déclinaiſon étoit de	69.	10.	
	La déclinaiſon moyenne a été de........	69.	27.	30.
N.° VI.	Le 1.er juſqu'au 16, la plus grande déclinaiſon a été de..................	70.	0.	
	Le 21, elle étoit de................	69.	0.	
	Les 22 & 23, la plus petite déclinaiſon a été de......................	68.	50.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de.......	69.	10.	

NOVEMBRE.

N.° I.	Depuis le 13 juſqu'au 18, la déclinaiſon a été la même de..................	20.	9.	
	Et le reſte du mois à...............	20.	10.	
	La déclinaiſon moyenne étoit de........	20.	9.	40.
N.° II.	Le 13, la déclinaiſon étoit de.........	20.	10.	
	Le 20, la plus petite déclinaiſon a été de	20.	0.	

Les 21 & 22 Novembre, elle étoit de.. 19d 45′ 0″.

Le 30, la plus grande déclinaison a été de 20. 20.

La déclinaison moyenne étoit de........ 20. 6. 40.

N.° III. Depuis le 19 jusqu'au 28, la déclinaison a été déplacée. Le 13 jusqu'au 17, elle étoit de........................ 20. 15.

Les 17 & 18, elle étoit de.......... 20. 10.

Et les 28, 29 & 30, elle a été de.... 19. 0.

La déclinaison moyenne des neuf jours qu'elle a resté en place, étoit de........... 19. 49.

N.° IV. Le 13, la déclinaison étoit de.......... 19. 15.

Depuis le 14 jusqu'au 20, la plus grande déclinaison a été de............... 19. 10.

Et depuis le 21 jusqu'au 30, la petite déclinaison a été de.................. 19. 0.

La déclinaison moyenne étoit de......... 19. 4.

N.° V. Depuis le 13 jusqu'au 20, la déclinaison a été la plus petite, elle étoit de...... 68. 45.

Depuis le 27 jusqu'au 30, la plus grande déclinaison a été de............... 69. 15.

La déclinaison moyenne étoit de........ 68. 59. 0.

N.° VI. Depuis le 13 jusqu'au 21, la déclinaison a été la même de.................. 70. 30.

Depuis le 22 jusqu'au 30, elle étoit de... 70. 35.

Excepté le 26, qu'elle a été de......... 70. 10.

La déclinaison moyenne étoit de........ 70. 32.

DÉCEMBRE.

N.° I. La déclinaison la plus grande a été de..... 20. 10.

Les 5 & 6, la plus petite étoit de....... 19. 58.

Le 16, elle a été de................ 20. 9.

Et le 31, elle étoit de............. 20. 9.

La déclinaison moyenne a été de........ 20. 11. 40.

N.° II. Le 1.er, la déclinaison la plus grande étoit de.......................... 20. 20.

Le 17, la plus petite a été de.......... 19. 45.

Le 31 Décembre, elle a été à .... 20d 9′ 0″.
La déclinaison moyenne étoit de .... 19. 53. 30.

N.° III. A été ôtée & emportée à Paris, pour l'accommoder.

N.° IV. Le 1.er, la déclinaison étoit de .... 19. 0.
Les 14 & 15, la plus petite déclinaison a été de .... 18. 45.
Et depuis le 21 jusqu'au 25, la plus grande déclinaison étoit de .... 19. 0.
La déclinaison moyenne étoit de .... 19. 3.

N.° V. Depuis le 1.er jusqu'au 31, la déclinaison a été la même, de .... 69. 15.
Excepté, le 25, qu'elle a été de .... 69. 0.
La déclinaison moyenne étoit de .... 69. 14. 20.

N.° VI. Les 1.er, 5 & 6, la plus grande déclinaison a été de .... 70. 35.
Depuis le 13 jusqu'au 28, la plus petite étoit de .... 70. 15.
Et le 31, elle a été à .... 70. 20.
La déclinaison moyenne étoit de .... 70. 19. 30.



MÉMOIRE
SUR UNE PRODUCTION MONSTRUEUSE DU POMMIER.

Par M. DU HAMEL.

ENTRE un nombre d'écussons, qu'un de nos Jardiniers fit dans une pépinière en 1773, il y en eut un fait sur un pommier qui poussa avec une vigueur extrême : il s'ouvrit auprès de l'insertion de l'écusson, un bouton pareil à ceux d'où quelquefois il sort un nombre de feuilles; mais toutes les queues de ces feuilles s'étoient gonflées & étoient devenues charnues, ayant la consistance, l'odeur & le goût des pommes qui ne sont point encore parvenues à leur maturité, l'écorce de la branche étoit aussi devenue charnue. 8 Février 1775.

Toutes ces espèces de pommes groupées, comme on le voit *figure 1*, étoient soudées les unes aux autres, comme le sont les pommes qu'on nomme *jumelles*, se tenant par un côté, comme on le voit *figure 3* en *A*, étant chacune terminée par une feuille *B*, & on apercevoit dans l'intérieur de la substance charnue *A*, quelques fibres ligneuses qui répondoient à l'épanouissement de la feuille *B*. Ces espèces de pommes étoient aussi adhérentes à la partie charnue de l'écorce, comme on le voit à la *figure 2*, aux endroits marqués *a*, *a*, *a*, *a*.

Au reſte, la partie ligneuſe de la branche ſe prolongeoit de *b* en *c* ſans interruption, & dans la diſſection de cette monſtruoſité, je n'ai aperçu aucuns veſtiges d'inſectes; ainſi je ne crois pas qu'on puiſſe la regarder comme une galle.



MESSIEURS


c
a
a
b
Fig. 2.
Fig. 1.
B
Fig. 3.
A





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie le Mémoire ſuivant, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

MÉMOIRE
SUR LES
ATTÉRISSEMENS DES CÔTES DU LANGUEDOC.

Par M. POUGET.

ON connoît depuis long-temps les attériſſemens des côtes du Languedoc: on a ſouvent répété que la mer ſe retiroit des environs d'Aiguemortes; mais les Phyſiciens qui ont cité ces faits, pour établir ou pour combattre quelque théorie générale, n'ont pas été à portée d'examiner en quoi conſiſtoient véritablement ces attériſſemens, & quelles ſont les cauſes de leur formation: ces recherches, très-curieuſes en elles-mêmes, deviennent maintenant pour nous très-intéreſſantes, puiſqu'elles peuvent nous conduire à trouver les moyens de conſerver la ſanté & la vie de nos concitoyens. Depuis un grand nombre de ſiècles, la Nature prépare ſur

ces côtes un changement qui va s'opérer ſous nos yeux: les vaſtes lagunes que des bancs de ſable ſéparent de la mer depuis plus de deux mille ans, deviendront bientôt des terres que nos travaux rendront fertiles; mais les bienfaits que la Nature accorde à cette province, ſeroient payés trop cher, ſi on ne trouvoit les moyens de diminuer les maux que produiſent les exhalaiſons meurtrières de ces lagunes, devenues déjà des marais, & d'en hâter le deſſéchement.

Avant que de s'occuper de la réſolution de ce problème important, il faut examiner l'état de ces lagunes ou étangs, chercher les cauſes de leur formation, connoître quels ſont les moyens que la Nature emploie pour les deſſécher, afin de la ſeconder, ſi nous pouvons y réuſſir, & de hâter ainſi l'époque de cette fermentation qui précède & prépare ces grandes opérations.

Preſque tout le terrein du bas Languedoc, paroît être l'ouvrage de la mer. Dans toutes les plaines qui s'étendent des bords du Rhône au pied des Pyrénées, on trouve des bancs & des amas d'huîtres & de coquilles pétrifiées, de débris de corps marins de toute eſpèce, de ſables, de pierres coquillères, qui démontrent que les dépôts de la mer ont formé ces plaines, recouvertes enſuite de la terre végétale qui les rend utiles *(a)*: bientôt une vaſte étendue de terrein, formée auſſi par la mer, va y être ajoutée. La cauſe de tous ces dépôts n'eſt pas difficile à reconnoître; c'eſt au Rhône que nous les devons. Ce fleuve charie dans la mer une immenſe quantité de ſable, de cailloux, de gravier, de limon; il a, comme le Nil, formé, d'abord à ſon embouchure, de grands dépôts: on ne peut méconnoître l'origine des

(a) Il faut en excepter quelques parties des diocèſes d'Agde & de Béſiers, couvertes de lave & autres productions volcaniques. On doit deſirer que les Naturaliſtes s'occupent de l'examen intéreſſant des plaines du Languedoc, & qu'ils nous donnent une connoiſſance exacte & détaillée des pétrifications qu'elles contiennent, comme M. de Joubert l'a fait pour le territoire de Montpellier.

plaines de la Crau & de la Camargue; mais tous les corps qu'il entraîne, ne ſe ſont pas arrêtés à ſon embouchure; une partie a été portée dans la mer, & rejetée ſur les côtes par les courans.

Dans toute l'étendue de la Méditerranée, on reconnoît un courant conſtant & très-rapide, qui entre par le détroit de Gibraltar, fait le tour de cette mer, & reſſort par le même détroit; il court de l'oueſt à l'eſt ſur les côtes d'Afrique, & de l'eſt à l'oueſt ſur celles d'Europe: ſa direction varie dans quelques endroits, & il ſe tient en général preſque parallèle aux côtes: ſa rapidité eſt très-grande dans le golfe de Lyon, à l'eſt duquel le Rhône eſt ſitué. Ce courant, après avoir parcouru les côtes de Provence, paſſe devant les embouchures de ce fleuve, ſe charge de tous les ſables, graviers, cailloux, qu'il charie dans la mer, & les dépoſe ſucceſſivement ſur les côtes du golſe: elles ſont en effet formées en entier du ſable gris du Rhône, mêlé dans quelques endroits de cailloux & de galets. Ces dépôts ſont plus conſidérables près des embouchures; mais en général, toute la côte en eſt couverte, à l'exception d'un petit nombre de falaiſes, comme, le cap Saint-Pierre, celui d'Agde, celui de Cette, où l'agitation de la mer eſt aſſez violente pour en empêcher l'amas: on trouve même du ſable gris au-delà des Pyrénées, & juſque dans le golfe de Roſes en Eſpagne.

C'eſt donc aux dépôts du Rhône, qu'on doit les attériſſemens des côtes du Languedoc; & c'eſt vraiſemblablement à une pareille cauſe, qu'il faut attribuer la formation de toutes les nouvelles terres qui ont reculé les bornes de la mer. Ces changemens ſont une ſuite néceſſaire du principe de la circulation des eaux ſur la ſurface de notre globe: la chaleur du Soleil élève en vapeurs les eaux de la mer; elles retombent ſous la forme de pluie & de neige, & des lieux les plus élevés, reviennent par un grand nombre de canaux ſe réunir dans les mers, ces grands réſervoirs communs, d'où elles ſont repompées par le Soleil, & où elles retombent encore.

Cette circulation dûe à la figure irrégulière de la ſurface de la Terre, y entretient, comme dans les corps animés, le mouvement & la vie; mais auſſi, elle contient en elle-même, ainſi que la circulation du ſang dans les animaux, un principe de deſtruction: l'une & l'autre uſent les vaiſſeaux deſtinés au paſſage des fluides; l'eau entraîne avec elle des portions des corps ſolides ſur leſquels elle paſſe, détache à chaque inſtant quelque petite partie des montagnes où ſont les ſources des rivières, ronge les bords & le fond du lit de ces rivières, des ruiſſeaux, des ravins, & entraîne tous ces débris dans la mer. Un des effets du mouvement des eaux dû à l'inégalité de la ſurface, eſt donc de détruire cette inégalité, & de réduire tout au niveau; après quoi, toute la circulation s'arrêteroit d'elle-même: mais il ne nous eſt pas permis de craindre pour les races futures, un effet que des millions de ſiècles ſuffiroient à peine pour amener. Sans doute quelque reſſort ſecret, que nous ne connoiſſons pas, eſt deſtiné à remonter cette grande machine lorſqu'elle s'affaiſſe ſur elle-même; & peut-être le feu des volcans qui de nos jours a élevé des montagnes, eſt ce reſſort inconnu.

Mais il ne ſuffit pas de ſavoir que c'eſt des débris des Alpes, & des ſables produits par le frottement des eaux, dans tous les lieux où paſſent le Rhône & les rivières qui s'y jettent, que ſont formées nos côtes; de connoître la cauſe générale de ces dépôts: il eſt bien plus intéreſſant & bien plus utile d'examiner de quelle manière ils ſe ſont établis, & quelle eſt la marche que ſuit la Nature, pour parvenir à la formation de ces terres nouvelles.

Conſidérons ce qui doit arriver, lorſque dans une maſſe d'eau, ſouvent tranquille, telle que la Méditerranée, qui n'eſt pas agitée conſtamment d'une manière ſenſible par les marées, & qui ne l'eſt qu'accidentellement par les vents, un courant chargé de corps étrangers vient frapper ſur une côte unie: les cailloux, le gravier & le ſable entraînés par ce courant, étant d'une peſanteur ſpécifique beaucoup plus grande que

l'eau, ne peuvent y être soutenus que par le mouvement violent d'impulsion qui leur est imprimé, & que la force de la pesanteur ne peut vaincre : il se formera donc un dépôt dès que l'eau sera en repos, ou dès que son mouvement ne sera plus suffisant pour empêcher l'effet de la pesanteur des corps entraînés; & même au moindre retardement, si le courant contient autant de sable ou de gravier qu'il peut en entraîner par la force de sa vîtesse actuelle, s'il en est pour ainsi dire chargé jusqu'à saturation *(b)*. Lorsque le courant tombe sur la côte, la direction de son mouvement est changée, & il est réfléchi vers le large dans une nouvelle direction, déterminée par l'angle d'incidence. Ce changement ne détruit pas le mouvement, & même ne diminue pas assez pour produire un dépôt très-considérable sur la côte même; mais les filets du courant réfléchi dirigés vers le large, sont croisés par ceux du courant direct, qui tombent sur la côte. Ces deux mouvemens opposés doivent se combattre, s'entre-détruire; & l'effet de ce remous sera un dépôt qui s'établira sur la ligne, où le courant réfléchi est en équilibre avec le courant direct, comme on voit dans les ports ou dans les grands bassins lorsqu'il y a du mouvement, les petits corps flottans se disposer sur une ligne parallèle aux quais, à une petite distance.

Il se formera donc un banc de sable ou de gravier parallèle à la côte, qui sera d'autant plus rassemblé ou d'autant plus étendu en largeur, que la destruction du mouvement du courant sera plus ou moins rapide, & que la forme, l'inclinaison & la nature du terrein qui forme la côte, causera plus ou moins de frottement, ce qui déterminera aussi la distance du banc. Dans le golfe de Lyon, le courant est très-rapide, très-chargé de sable : en frappant avec violence sur une côte unie, il a dû former des bancs qui lui soient

(b) On peut présumer que le courant du golfe de Lyon est dans ce cas, au moins jusqu'à sept ou huit lieues à l'ouest des embouchures du Rhône, parce qu'on ne peut lui opposer le moindre obstacle, ni entreprendre de changer la direction de quelqu'un de ses filets, sans produire un dépôt de sable, qui s'établit presque toujours à quelque distance de la digue.

parallèles: ces bancs, d'abord cachés ſous l'eau, ont dû, après pluſieurs ſiècles, s'élever, former une plage découverte, qui a ſéparé de la mer les étendues d'eau compriſes entre les bancs & l'ancienne côte. C'eſt ce qui eſt arrivé en effet: une plage de ſable, étroite & aſſez exactement parallèle à la côte, à une lieue de diſtance à peu-près, s'eſt étendue depuis les embouchures du Rhône, juſqu'au pied des Pyrénées, ſur une longueur de vingt-cinq à trente lieues, en réuniſſant les pointes des caps & les îles qui ſe ſont trouvées ſur ſa direction, & qui ont d'ailleurs préſenté des points d'attache. C'eſt ainſi qu'ont été formées les lagunes connues ſous les noms d'étangs d'Aiguemortes, de l'Or, de Palavas, de Maguelone, de Grin, de Tau, de Vendres, de Sijean & de Leucate, toutes réunies entr'elles, ou ſéparées ſeulement par quelques plaines baſſes & marécageuſes, de nouvelle formation. La théorie eſt ici d'accord avec l'obſervation, de la manière la plus ſatisfaiſante; & ſi les bornes de ce Mémoire pouvoient le permettre, il ſeroit aiſé d'expliquer toutes les irrégularités apparentes qui, loin de détruire cette théorie, la confirment & la prouvent *(c)*.

Il n'eſt pas poſſible d'aſſigner l'époque de la formation

(c) La côte du Languedoc préſente à chaque pas des objets d'obſervation; la formation de chaque lagune ou étang, mériteroit peut-être un Mémoire particulier. On ne peut point traiter ici en détail de la forme des plages, toujours dépendante de la figure de l'ancienne côte, des accidens que les îles, les caps & les rivières y ont produits; en général, on obſervera, que par-tout où la côte eſt unie, la plage l'eſt auſſi, & lui eſt parallèle; qu'au-devant des caps peu avancés, elle forme auſſi des pointes: que les caps très-ſaillans ſont réunis aux plages. La montagne de Cette formoit une île qui couvroit une baie: les deux entrées à l'eſt & à l'oueſt de la montagne ont été fermées par des plages; obſervons encore, qu'au-devant des falaiſes eſcarpées, il n'y a point d'enſablement, mais il eſt d'autant plus conſidérable, à quelque diſtance à l'oueſt, auprès des digues; les dépôts s'établiſſent toujours à l'oueſt; enfin, par-tout où il y a du repos, il y a auſſi enſablement. La pente de la côte extérieure, vers le large, eſt douce & uniforme, elle eſt d'autant moins rapide qu'on ſe rapproche des embouchures du Rhône: à ſix ou ſept lieues de diſtance de ce fleuve, la profondeur augmente aſſez régulièrement d'une braſſe par ſoixante-quinze ou quatre-vingts, juſqu'à une demi-lieue; cette pente uniforme eſt cependant interrompue par les faraillons, dont nous parlerons ci-après.

des plages du Languedoc ; les descriptions que Strabon & les autres Géographes grecs & latins ont données de ces côtes, prouvent qu'elles existoient de leur temps, à peu-près de la même manière qu'aujourd'hui ; & puisque ces plages étoient aussi-bien formées alors vers le premier siècle de notre Ere, à quel temps devons nous faire remonter le moment de leur première apparition au-dessus du niveau de la mer ? L'opinion vulgaire, sur les attérissemens d'Aiguemortes, ne peut détruire ce fait constaté : il seroit aisé de prouver que la mer étoit aussi éloignée de cette ville, lors de sa construction, qu'aujourd'hui, mais que les marais qui l'en séparent, étoient alors des étangs profonds & navigables ; enfin, que Saint Louis s'est embarqué à Aiguemortes, comme on pourroit le faire maintenant, c'est-à-dire, en allant sur un canal de la ville à la mer *(d)*.

Les plages qui séparent les étangs de la mer, existent depuis un grand nombre de siècles ; mais l'état des étangs a beaucoup changé ; ils ont été pendant long-temps très-profonds : les plages ne formoient pas une barrière continue ; elles étoient coupées en beaucoup d'endroits, par des graux qui établissoient une communication libre entre la mer & les lagunes : les masses d'eau qui entroient par ces graux, dans

(d) On ne peut pas rassembler dans une note les preuves de ce fait ; l'histoire des ensablemens d'Aiguemortes, & de tous les changemens qu'a éprouvés, depuis le XII.ᵉ siècle, le terrein compris entre cette ville & la mer, pourroit être l'objet d'une dissertation intéressante ; on y indiqueroit la route par laquelle les galères de Saint Louis alloient du pied des remparts à la mer, le canal nommé la *grande robine*, & qui va directement d'Aiguemortes à la mer, n'existoit pas alors en entier ; Saint Louis en fit construire seulement la partie qui est la plus voisine de la ville : les navires passoient de-là dans l'étang du Repausset, qui étoit alors navigable, & qui communiquoit à la mer par le grau de la Croisade ou de la Crousète, situé à une assez grande distance à l'ouest du grau actuel, nommé le *grau de Roi* : celui de la Crousète a subsisté long-temps, parce qu'un banc de roche, caché sous l'eau, qui formoit une espèce de rade assez sûre pour de petits navires, le couvroit en partie, & y a retardé l'ensablement.

les tempêtes, ou lorſque les vents du ſud élevoient le niveau de la mer, charioient de grandes quantités de ſable qui s'y dépoſoient. Les ſables, amoncelés ſur les plages, étoient auſſi emportés dans les étangs par les vents & par les eaux de la mer, qui, dans les tempêtes, en couvroient de grandes parties, lorſqu'elles étoient moins relevées qu'aujourd'hui. Enfin, les rivières, ruiſſeaux & ravins qui tombent de la côte intérieure dans ces mêmes étangs, y entraînoient ſans ceſſe du limon & de la terre: pluſieurs bras du Rhône entroient dans ces lagunes, par l'extrémité orientale, en traverſant ce qui forme aujourd'hui les étangs d'Aiguemortes, & y portoient immédiatement le limon, le ſable & le gravier de ce fleuve. Toutes ces cauſes réunies ne pouvoient manquer dans cette longue ſuite de ſiècles, de les combler preſque en entier, & de les réduire à l'état où nous les voyons.

Tous les étangs ſont enſablés, ſur-tout du côté de la mer; de grandes parties ſont devenues marécageuſes, & demeurent preſqu'entièrement à ſec en été: dans toutes les autres il y a fort peu d'eau, & on ne peut y naviguer même avec les petits bateaux à varangues plates, & ſans quille, qu'on nomme *bettes*, ſans riſquer d'échouer à chaque inſtant. L'étang de Tau, dont l'étendue eſt conſidérable, & qui étoit beaucoup plus profond que tous les autres, eſt le ſeul qui ait conſervé encore un grand fond d'eau, quoiqu'il s'y ſoit formé pluſieurs bancs vers les bords du côté de la plage; mais les autres ſont tous conſidérablement attéris; ceux d'Aiguemortes, & ceux qui bordent les côtes du diocèſe de Montpellier, paroiſſent diſpoſés à s'aſſécher bientôt, preſque entièrement. Depuis pluſieurs années les progrès journaliers de l'attériſſement y ſont très-ſenſibles; dans cet état, l'agitation cauſée par les vents ne peut pas être conſidérable; l'impreſſion faite à une maſſe d'eau qui n'a que quelques pouces de profondeur, eſt preſque auſſitôt détruite par le frottement du fond; les bancs de vaſe & de ſable interceptent la communication du mouvement, & les eaux ſont preſque ſtagnantes;

il

il eſt aiſé de concevoir que les graux qui formoient la communication de la mer aux étangs, n'ont pu ſubſiſter plus long-temps. Dans ces canaux, autrefois larges & profonds, capables même de recevoir des Navires, tels que le grau de Maguelone, connu dans nos hiſtoires ſous le nom de *Port-ſarazin*, paſſoient des maſſes d'eau conſidérables, qui formoient des courans rapides, dès que le niveau de la mer s'élevoit ou s'abaiſſoit, ou que les vents de Nord & de Sud, chaſſoient alternativement les eaux à la côte & au large. Les courans entrant dans les étangs, ne trouvoient pas d'obſtacle qui les arrêtât & qui détruiſit leur mouvement dans ces baſſins vaſtes & profonds, dont les eaux étoient agitées elles-mêmes par l'impreſſion directe du vent, & par la communication de l'agitation de la mer. Ils alloient porter très-loin du grau, les ſables dont ils étoient chargés, & bien loin d'enſabler les graux eux-mêmes, ils les recreuſoient. Les bancs formés par les dépôts de ces courans ſe ſont ſucceſſivement rapprochés des graux; le mouvement des eaux qui entroient dans les étangs a été plutôt détruit ou retardé; les dépôts ſe ſont établis autour de l'embouchure intérieure des graux, & enfin dans ces canaux même qu'ils ont comblés. Il n'exiſte plus dans ces lagunes que les graux par leſquels les eaux d'une rivière paſſent pour ſe jeter à la mer, que ce courant recreuſe, ou au moins conſerve en repouſſant les ſables & empêchant les dépôts : tels ſont ceux de l'étang de Sijan & de Vendres, le grau de Palavar & celui d'Aiguemortes. Le port de Cette eſt un grau à beaucoup d'égards, mais les courans du lac aſſez profond, qu'on nomme *étang de Tau*, y produiſent du mouvement, & il y a lieu d'eſpérer qu'au moins pendant pluſieurs ſiècles, on n'y verra pas accumuler les dépôts, & qu'on le conſervera, en continuant à en enlever tous les ans, comme on le fait maintenant, une aſſez médiocre quantité de ſable. Tous les autres graux ſont comblés, & ſi la violence des tempêtes & l'élévation extraordinaire de la mer les recreuſe quelquefois, ce

n'eſt que pour quelques inſtans, celui de Peroles ouvert dans les circonſtances les plus favorables, entretenu avec ſoin, avantageuſement ſitué, exiſte, à la vérité, depuis dix ou douze ans; mais un canal étroit & tortueux, ſi peu profond qu'aucun bateau n'y peut naviguer, embarraſſé de barres & de bancs de ſable, ne reſſemble guère à nos anciens graux qui ſervoient d'aſyle aux navires, qui même par-là devenoient dangereux, dans ce temps où la foibleſſe, la non-exiſtence de notre Marine, aſſuroit l'empire des mers aux petites galiotes mal armées des pirates Sarazins. On travailloit alors à barrer ces graux, devenus les retraites des eſcadres de ces ennemis; on n'y parvenoit que par des travaux & des dépenſes conſidérables; aujourd'hui les mêmes travaux, & toutes les reſſources que peut donner une ſcience, alors preſque inconnue, portée maintenant à un haut degré de perfection, ſuffiſent à peine pour conſerver quelques traces de ces graux. La barrière qui ſépare à jamais ces étangs de la mer eſt donc enfin établie : la Nature avoit déjà tracé & circonſcrit depuis long-temps l'eſpace qu'elle devoit changer en terre; mais nous touchons à la dernière époque de cette révolution. Nous pouvons prévoir que bientôt des plaines fertiles, remplaceront ces marais; qu'une nouvelle côte relevée, raffermie par les temps, repouſſera dans la mer les courans & les ſables dont ils ſont chargés; produira une nouvelle plage, de nouvelles lagunes, qui deviendront des terres à leur tour : déjà du feraillon, des bancs cachés ſous les eaux, mais peu conſidérables encore, indiquent la ſituation des nouvelles plages, & en aſſurent l'exiſtence. C'eſt ainſi qu'ont été formées apparemment les plaines du bas Languedoc; c'eſt ainſi qu'elles vont être augmentées, & qu'après une longue période de ſiècles, il y en ſera encore ajouté de nouvelles.

Cette théorie de l'attériſſement de ces côtes, qui paroît ſimple, & à laquelle l'accord avec l'obſervation, ſemblent donner le plus grand degré de probabilité, auquel on puiſſe

atteindre en Phyſique, peut être très-utile dans la recherche importante des moyens d'accélerer le deſſéchement, & de le rendre en même temps moins nuiſible aux habitans des côtes. Dans l'état actuel, ces vaſtes marais, ces eaux ſtagnantes reçoivent une grande quantité de corps étrangers qui y fermentent, la chaleur du ſoleil pendant les étés longs & brûlans de ces provinces, élève des vapeurs mal-faiſantes; des miaſmes putrides & meurtriers, qui ſe répandent ſur les campagnes voiſines & les lieux habités, infectent l'air, & portent le germe des maladies; des accès de fièvre ſur-tout, qui deviennent tous les jours plus dangereux, & qui dépeuplent cette côte : tout ſe réunit pour accabler ſes malheureux habitans. Un des plus grands bienfaits que la Nature ait accordés aux pays chauds, leur devient funeſte, ces vents légers & périodiques, qui tempèrent la chaleur, éloignent de nous & renouvellent l'air brûlant, épaiſſi par des vapeurs groſſières : ces vents d'Eſt & de Sud, connus dans cette province ſous le nom de *garbin*, dont la direction ſuit le cours du Soleil, & qui ſoufflent aſſez régulièrement tous les jours pendant les grandes chaleurs, n'arrivent ſur la côte habitée, qu'après avoir paſſé ſur les marais. Ils entraînent & portent ſur la terre les miaſmes putrides qui s'en élèvent; & ce ſouffle rafraîchiſſant & ſain ſur la plage, devient empoiſonné & mal-faiſant en traverſant les étangs : l'élévation de la côte intérieure, bordée de montagnes en pluſieurs endroits, arrête au contraire les vents de Nord, & les empêche de chaſſer dans la mer ces vapeurs meurtrières. Déjà un grand nombre de villes & de bourgs, autrefois conſidérables, ne contiennent plus qu'un petit nombre d'habitans, preſque tous attaqués de ces cruelles maladies qui abrègent leur vie, & en empoiſonnent le cours. La dépopulation rend les travaux de la campagne plus difficiles; les terres ſont négligées ou abandonnées; les richeſſes du pays diminuent, & le défaut de moyens de ſubſiſter, de reſſources, lorſqu'elles deviennent plus néceſſaires, rend la ſituation de nos concitoyens plus affreuſe. Les États de la province ſont diſpoſés à leur

accorder tous les ſecours que l'humanité réclame, & dont la politique prouve la néceſſité. Mais il eſt impoſſible de rendre aux étangs leur ancienne profondeur, ou d'arrêter le deſſéchement; il faut donc tâcher de le hâter, & en même temps de le rendre moins dangereux, de diminuer la production ou de corriger les funeſtes effets des exhalaiſons de ces marais. On ne peut ſe flatter d'y réuſſir par une ſeule méthode, également applicable à toutes les parties de ces vaſtes lagunes. Il faut donc examiner avec ſoin l'état des lieux, & adopter les remèdes locaux les plus convenables.

Nous avons établi que les ſables de la mer & les dépôts formés par des rivières & des pluies, contribuoient au deſſéchement des étangs : on peut donc y diſtinguer l'enſablement de l'attériſſement. Les eaux de la mer ne portent ſur cette côte que des ſables purs, & qui ne contiennent aucun principe de fermentation; à la vérité ils ne produiront pas des terres aiſées à fertiliſer : au contraire, preſque tous les corps que les rivières & les eaux des pluies entraînent des terres, ſont diſpoſés à fermenter ou à favoriſer la fermentation. C'eſt donc aux attériſſemens qu'on doit attribuer tous les maux que produit le deſſéchement des étangs; ils formeront un jour des terres très-fertiles, mais cet avantage éloigné ne peut balancer leurs inconvéniens, & lorſque les Gouvernemens ne ſont pas aveuglés par la funeſte paſſion des conquêtes, ils ne peuvent ſacrifier la vie d'un grand nombre d'hommes, à l'eſpérance d'une augmentation de territoire. Il ne faut donc pas héſiter à favoriſer, à augmenter l'enſablement des étangs, & à diminuer, s'il eſt poſſible, l'attériſſement. L'ouverture des graux eſt preſque le ſeul moyen qu'on puiſſe employer pour remplir le premier objet, on parviendra à donner ainſi aux eaux tout le mouvement dont elles ſont ſuſceptibles dans l'état actuel; elles ceſſeront d'être dans cet état de ſtagnation dangereux; on hâtera le deſſéchement des marais, en y faiſant porter par les eaux de la mer de grandes quantités de ſable, & on rendra ce deſſéchement bien moins fâcheux, puiſqu'il ſera produit par

des ſables purs *(e)*. On ne peut ſe diſſimuler la difficulté de la conſtruction de ces graux (dont j'ai tâché de donner la théorie dans le Mémoire, que la Société royale, dont je n'avois pas l'honneur d'être Membre alors, jugea digne du Prix en 1768). Le peu de profondeur des étangs ne permet pas d'en donner beaucoup à ces canaux, qui s'enſableront très-aiſément; mais en renonçant à l'eſpoir de former des graux durables, on peut en conſtruire de très-utiles à peu de frais, des canaux peu larges, peu profonds, preſque de ſimples foſſés, creuſés au commencement de l'hiver, dans les endroits de la plage qui paroîtront les plus convenables, deviendront des graux lorſque les eaux de la mer, chaſſées par les vents du large, y auront paſſé & les auront creuſés. Ces graux périront bientôt à la vérité, mais pendant leur courte durée ils auront mis les eaux des étangs en mouvement, & y auront fait entrer des ſables qui les deſſèchent ſans danger pour les habitans de la côte. On pourra, lorſqu'ils ſeront comblés, les remplir par d'autres, & la formation d'un grand nombre de ces graux paſſagers, coûtera bien moins que la conſtruction d'un ſeul dont on tâcheroit peut-être inutilement d'aſſurer la durée.

Il ſeroit utile auſſi de faire bêcher quelquefois les ſommets des dunes les plus élevées ſur la plage, & de faire arracher les joncs qui y croiſſent; les vents d'Eſt & de Sud, pourroient alors emporter dans les étangs de grandes quantités du ſable fin qui compoſe ces dunes, dès qu'on l'empêchera de ſe réunir & de former des maſſes ſolides.

(e) Cette vérité eſt prouvée par l'expérience. Lorſque la violence des tempêtes a formé, pendant l'hiver, un grand nombre de petits graux, & qu'il eſt entré dans les étangs des quantités conſidérables de ſable, dont le fond eſt recouvert, l'air eſt beaucoup moins mal-faiſant pendant l'été ſuivant, & les maladies font moins de ravages; mais l'année d'après, ce fond eſt rempli de varech & d'autres plantes, qui, en pourriſſant, en changent la nature, & l'air redevient auſſi malſain qu'auparavant; cela pourroit n'être pas également vrai ſur toutes les côtes, ſi le ſable, dont les courans de la mer ſont chargés, n'étoit pas pur, comme dans le golfe de Lyon, & s'il étoit mêlé de vaſe, ou des débris de végétaux.

Il faudroit en même-temps examiner les miaſmes qui s'élèvent de ces étangs, tâcher de connoître leur nature, & de découvrir ſi c'eſt à un air fixe ou à un air inflammable qu'on doit attribuer la qualité mal-faiſante de ces exhalaiſons: on trouveroit peut-être le moyen d'abſorber ou de neutraliſer le fluide qui cauſe tous ces maux. Si on découvroit que c'eſt un air fixe qui peut être corrigé & réduit par la végétation à l'état d'air pur reſpirable & ſain; il ſeroit aiſé d'y parvenir, en plantant ſur les bords des étangs un grand nombre d'arbres, qui non ſeulement corrigeroient les miaſmes par la végétation, mais encore oppoſeroient une barrière au garbin qui les tranſporte, & les répand ſur les terres. Enfin on aſſureroit ainſi l'exiſtence de ces terreins nouveaux, & on les diſpoſeroit à devenir utiles, puiſqu'on a reconnu que la culture des plantes qui peuvent y exiſter, eſt le moyen le plus ſûr qu'on puiſſe employer pour les rendre fertiles, ſans doute, parce qu'on parvient ainſi à les recouvrir d'une terre végétale. On a réuſſi de cette manière, & par la culture du kali, à changer ſur nos côtes des ſables ſecs & arides, en champs & en vignes fertiles; mais il ne faudroit eſſayer la plantation d'arbres qu'après avoir bien reconnu la nature de l'air, & s'être aſſuré qu'il peut être corrigé de cette manière.

Tous ces moyens phyſiques ne ſuffiroient peut-être pas encore; on ſait que les préſervatifs les plus ſûrs des maladies du genre de celles que cauſent ces marais, ſont une nourriture ſaine, de bonnes eaux, des logemens ſecs & aërés: la ſageſſe & l'humanité de ceux qui ſont chargés du gouvernement de cette province, leur inſpirera ſans doute les moyens de procurer aux habitans des côtes, les ſecours que leur ſituation exige, ſoit en diminuant les impôts, ſoit en favoriſant l'induſtrie & le commerce, par les encouragemens, & ſurtout par la liberté entière; en permettant, en ordonnant même la deſtruction des murs d'enceinte, & des maiſons devenues inutiles par la diminution de la population, qui ne ſervent aujourd'hui qu'à arrêter la circulation de l'air dans ces anciennes villes, y enfermer & y concentrer les vapeurs

putrides; en faisant réparer les fontaines & en construire de nouvelles; soit enfin en donnant aux habitans, lorsque la maladie commencera ses ravages, les remèdes les plus propres à la calmer: tout ce qui peut être utile doit être essayé lorsqu'un aussi grand intérêt l'exige. Il s'agit de conserver la vie & la santé d'un grand nombre de nos concitoyens, sur-tout de ces hommes précieux, qui, livrés aux pénibles travaux de la pêche, contribuent à notre subsistance, & augmentent la masse des productions utiles; qui n'abandonnent leur demeure que pour aller défendre l'État, lorsqu'il a besoin de leurs bras, & dont les familles peuvent seules fournir les Matelots nécessaires à la Marine commerçante de cette province, qui commence à peine à se former.

